Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ВЕСЕЛЫЕ ЗАДАЧИ

«Для юных математиков»,
первая и вторая сотни головоломок
«Наука на досуге: Немного арифметики,
геометрии и физики»
Задачи из журналов разных лет

БИБЛИОТЕКА МИРОВОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Яков Исидорович Перельман
(1882–1942)

Яков Исидорович Перельман

ВЕСЕЛЫЕ ЗАДАЧИ

творческое объединение
Алькор

*Совместный проект издательства СЗКЭО
и переплетной компании
ООО «Творческое объединение „Алькор“»*

Санкт-Петербург
СЗКЭО

УДК 51-053.2
ББК 22.1
П27

Первые 100 пронумерованных экземпляров
от общего тиража данного издания переплетены мастерами
ручного переплета ООО «Творческое объединение „Алькор“»

Классический европейский переплет выполнен
из натуральной кожи особой выделки растительного дубления.
Инкрустация кожаной вставкой с полноцветной печатью.
Тиснение блинтовое, золотой и цветной фольгой.
6 бинтов на корешке ручной обработки.
Использовано шелковое ляссе, золоченый каптал из натуральной кожи,
форзац и нахзац выполнены из дизайнерской бумаги Malmero
с тиснением орнамента золотой фольгой. Обработка блока
с трех сторон методом механического торшонирования
с нанесением золотой матовой полиграфической фольги горячим способом.
Оформление обложки пронумерованных экземпляров
разработано в ООО «Творческое объединение „Алькор“»

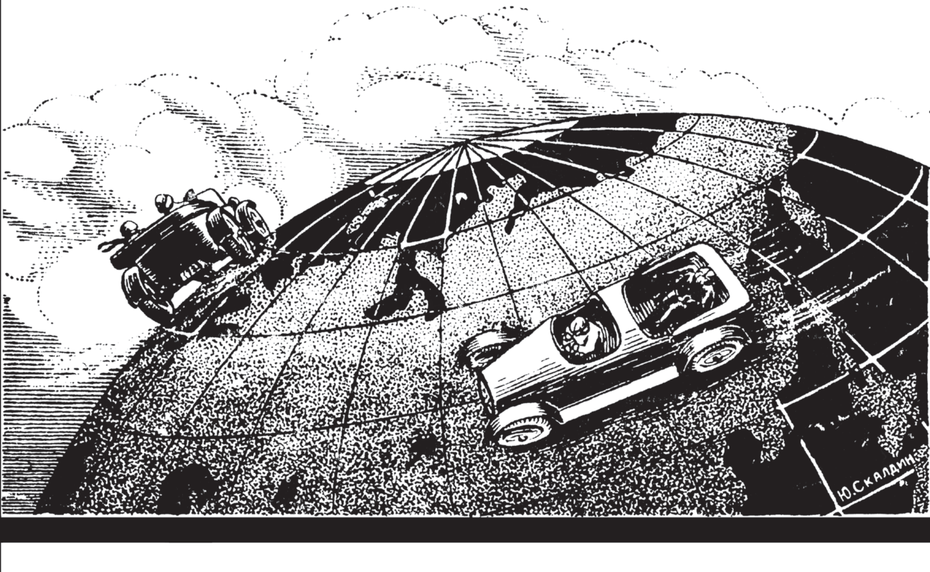
П27 **Перельман Я. Веселые задачи.** — Санкт-Петербург: СЗКЭО, 2023. — 464 с.: ил.

Сборник включает 550 задач и головоломок с ответами и решениями, собранными знаменитым популяризатором науки Яковом Исидоровичем Перельманом (1882–1942). Они публиковались в книгах «Для юных математиков. Первая сотня головоломок» и «Для юных математиков. Вторая сотня головоломок», в коллективном сборнике «Наука на досуге», а также в различных российских и советских журналах в период с 1906 по 1940 г. Тексты даны в авторской редакции и в современной орфографии. Большинство рисунков выполнены штатным художником ленинградского издательства «Время» Юрием (Георгием) Дмитриевичем Скалдиным (1891–1951).

ISBN 978-5-9603-0964-6 (7БЦ)
ISBN 978-5-9603-0965-3 (Кожаный переплет)

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ДЛЯ ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ



ПЕРВАЯ СОТНЯ ГОЛОВОЛОМОК

Текст и иллюстрации воспроизводятся по изданию:

Перельман Я. И. Для юных математиков : Первая сотня головоломок (Веселые задачи). — 3-е изд. — Л. : Начатки знаний, 1925

Предисловие

Цель этой книжечки — дать материал для приятной умственной гимнастики, для изощрения сообразительности и находчивости. Предназначенная наполнить досуг юных математиков, книжка содержит, однако, не исключительно математические головоломки: наряду с задачами арифметическими и геометрическими в сборнике рассеяны также головоломки из области физики, мироведения, логики. Есть и задачи, не примыкающие к какому-либо учебному предмету, но все же полезные как упражнения, подготовляющие ум к более серьезной работе. Так, задачи на перестановки и размещения приучают к систематическим поискам решения; зрительные обманы изощряют наблюдательность; развлечения с разрезыванием фигур и составлением силуэтов развивают геометрическое воображение.

На русском языке имеются уже сборники сходного типа. Появление еще одного было бы излишне, если бы составитель не стремился освежить традиционный материал несколькими десятками частью новых, частью мало известных задач, придуманных им самим или почерпнутых из иностранных источников. Задачи предполагают у читателя лишь весьма элементарные познания и имеют в виду преимущественно тех, кому еще предстоит изучение математики[1].

Второе издание этой книги, вышедшее в 1919–1920 гг. в весьма большом числе экземпляров[2], было перепечатано с первого без существенных изменений.

Для третьего издания текст заново проредактирован и некоторые задачи, по различным соображениям, заменены другими.

Я. П.
Октябрь, 1924 г.

[1] Для знакомых со школьной арифметикой предназначается другая книга того же автора: «Загадки и диковинки в мире чисел». Петроград, 1923 г.

[2] Тиражи: 1-го издания 1916 г. — 4000 экз., 2-го — 40 000 экз. В этих изданиях книжечка была выпущена под заглавием «Веселые задачи».

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ГОЛОВОЛОМНЫЕ РАЗМЕЩЕНИЯ И ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕСТАНОВКИ

Задача № 1

Белки и кролики

Перед вами восемь пней, перенумерованные на нашем рисунке. На пнях № 1 и № 3 сидят кролики, на № 6 и № 8 — белки. Но и белки и кролики почему-то недовольны своими местами и хотят обменяться пнями: белки желают сидеть на местах кроликов, а кролики — на местах белок. Они могут сделать это, перепрыгивая с пня на пень — однако только по линиям, обозначенным на рисунке.

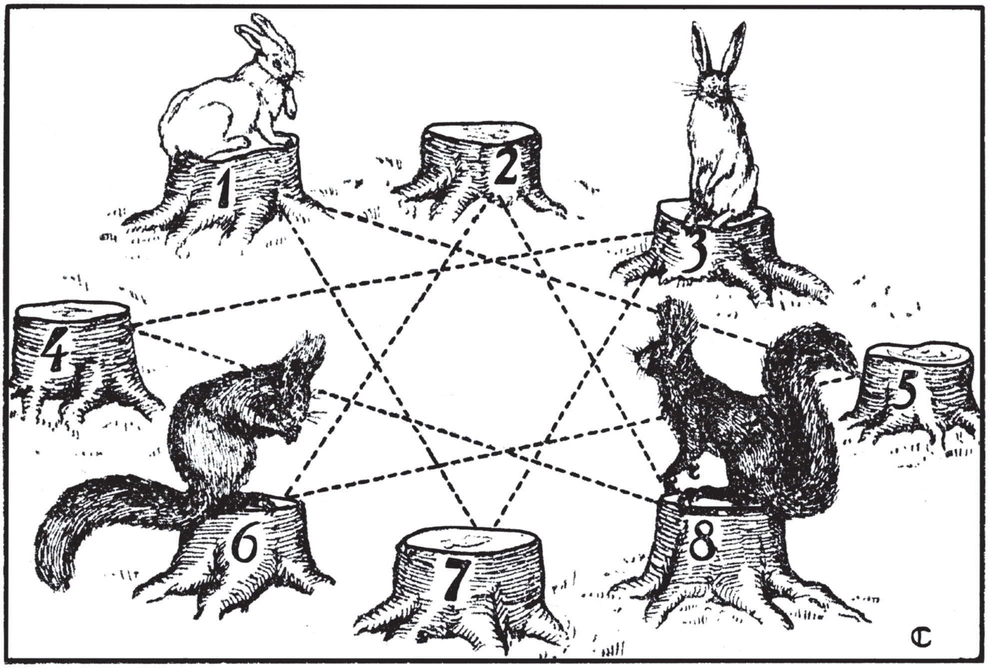


Рис. 1

Как они могли бы это сделать? Помните следующие правила:

1) прыгать с пня на пень можно только по тем линиям, которые обозначены на рисунке; каждый зверек может делать и несколько прыжков кряду;

2) два зверька на одном пне поместиться не могут, — поэтому прыгать можно только на свободный пень.

Имейте также в виду, что зверьки желают обменяться местами наименьшим числом прыжков. Впрочем, меньше чем 16-ю прыжками они сделать этого не могут.

Задача № 2

Чайный сервиз

Мне пришлось как-то целый вечер ожидать поезда на маленькой станции. Не было ни книг, ни газет, ни собеседников, и я не знал, чем наполнить часы ожидания. К счастью, я вспомнил об одной занимательной задаче, которая незадолго до того попалась мне в иностранном журнале. Задача состояла в следующем.

Стол разграфлен на 6 квадратов, в каждом из которых, кроме одного, помещается какой-нибудь предмет. Я воспользовался чайной посудой и разместил по квадратам 3 чашки, чайник и молочник, как показано на рисунке.

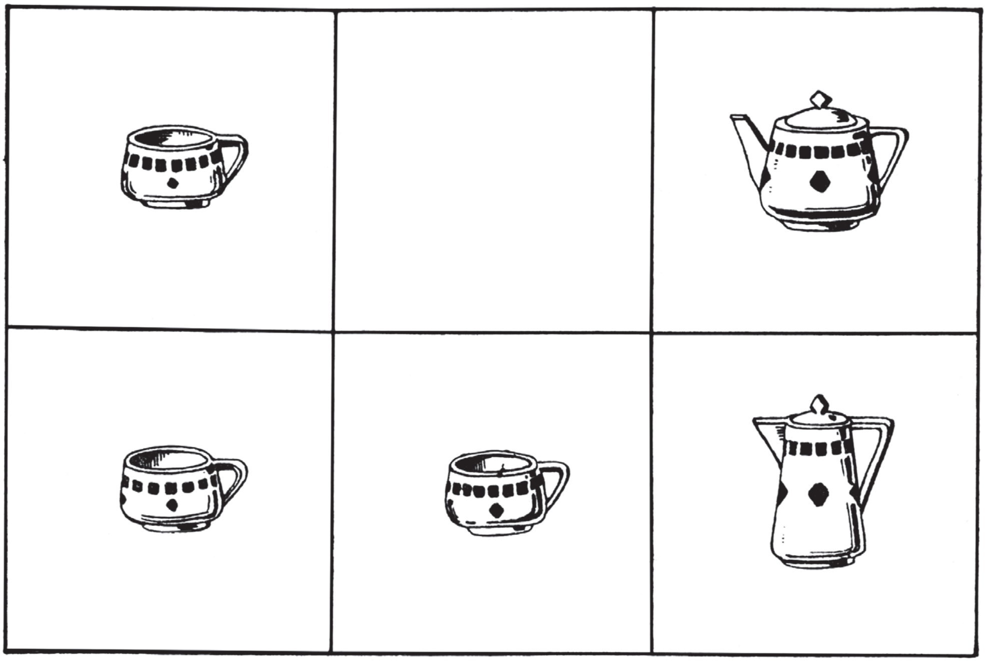


Рис. 2

Сущность задачи в том, чтобы взаимно переменить места чайника и молочника, передвигая предметы из одного квадрата в другой по определенным правилам, — а именно:

1) перемещать предмет только в тот квадрат, который окажется свободным;

2) не передвигать предметов по диагонали квадрата;

3) не переносить один предмет поверх другого;

4) не помещать в квадрат более одного предмета, даже временно.

Задача эта имеет много решений, но интересно найти самое короткое, — т. е. обменять местами чайник и молочник в наименьшее число ходов.

В поисках этого кратчайшего решения я не заметил, как прошел вечер; пришлось покинуть станцию, не найдя в тот вечер кратчайшего решения.

Может быть, читатели найдут его? На всякий случай предупреждаю, что искомое «наименьшее» число ходов все же больше дюжины, хотя и меньше полутора дюжин.

Задача № 3

Автомобильный гараж

На нашем чертеже изображен план автомобильного гаража с помещениями для двенадцати автомобилей. Но помещение так неудобно, так мало, что

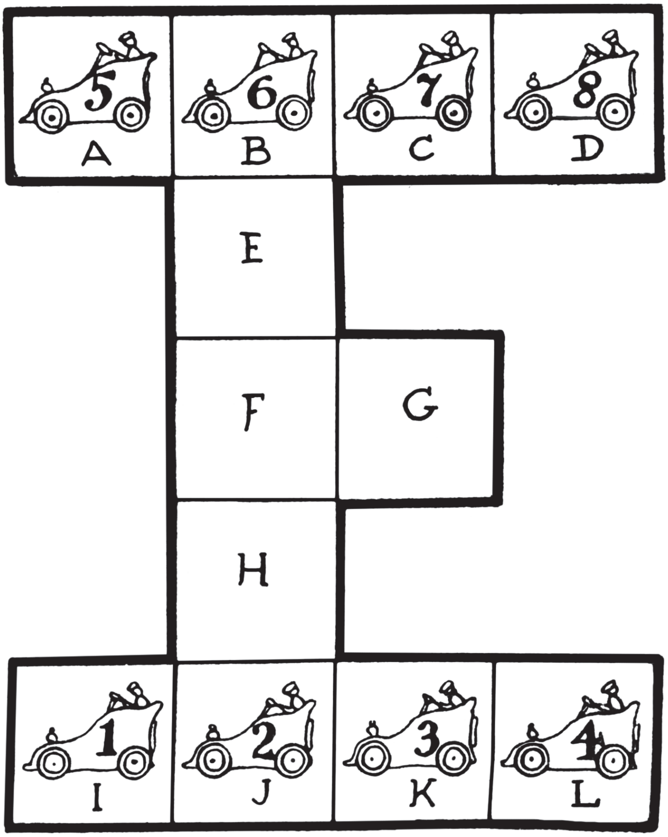


Рис. 3

заведующий гаражей постоянно наталкивается на затруднения. Вот одно из них. Предположите, что восемь автомобилей стоят в указанных здесь положениях. Как могут автомобили 1, 2, 3 и 4 перемениться местами с автомобилями 5, 6, 7 и 8? И при каком способе обмена они сделают наименьшее число переездов?

Надо заметить, что два автомобиля одновременно двигаться не могут и что в квадрате не могут одновременно находиться два автомобиля.

Задача № 4

Три дороги

Три брата — Петр, Павел и Яков — получили для обработки три участка земли, расположенные рядом, невдалеке от их домов. На чертеже вы видите расположение домов Петра, Павла и Якова и соответствующих им земельных участков. Вы замечаете, что участки расположены не совсем удобно для работающих на них, — но братья не могли сговориться об обмене.

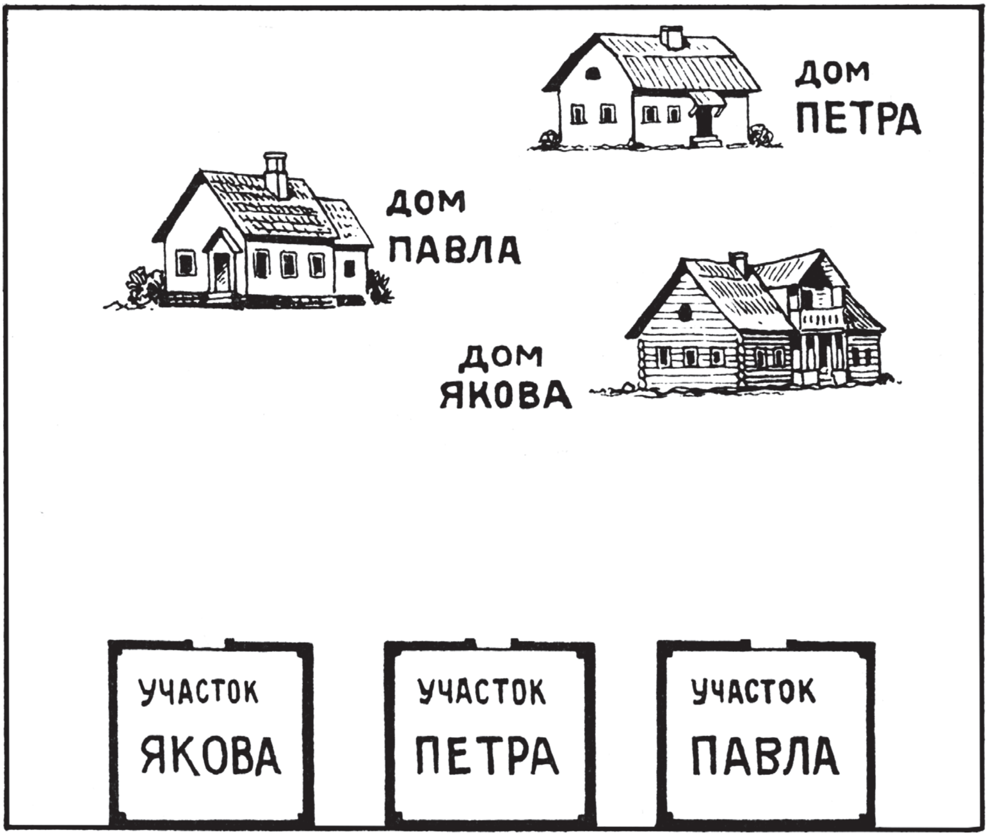


Рис. 4

Каждый устроил огород на своем участке, и так как кратчайшие пути к огородам пересекались, то между братьями вскоре начались пререкания, перешедшие в ссоры. Желая избегать всяких столкновений, братья решили отыскать такой путь к своим участкам, чтобы не пересекать друг другу дороги. После долгих поисков они нашли такие три пути и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

Можете ли вы указать эти пути?

Задача № 5

Мухи на занавеске

На оконной занавеске, разрисованной квадратиками, уселось 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказывались в одном и том же прямом или косом ряду (см. рис. 5).

Спустя несколько минут три мухи переменили свое место и переползли в соседние, незанятые клетки; остальные 6 остались на местах.

И курьезно: хотя три мухи перешли на другие места, все 9 снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном прямом или косом ряду.

Можете ли вы сказать, какие три мухи пересели и какие квадратики они избрали?

Задача № 6

Дачники и коровы

Вокруг озера выстроены четыре дачи, а поближе к берегу — четыре коровника. Владельцы дач желают соорудить сплошной забор так, чтобы озеро

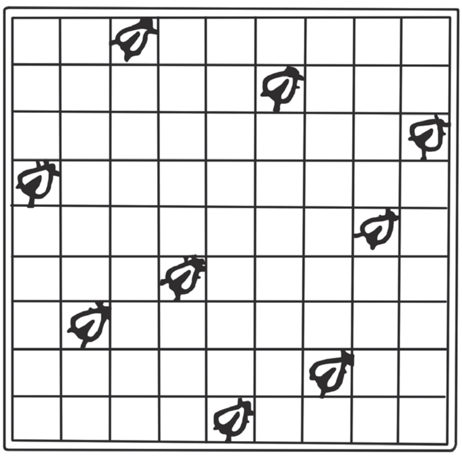


Рис. 5

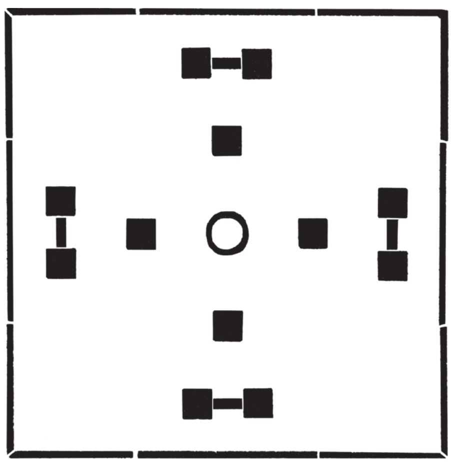


Рис. 6

было закрыто от коров, но чтобы в то же время оно было доступно для дачников, желающих купаться.

Исполнимо ли это желание? Если исполнимо, то как надо построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся возможно дешевле?

Задача № 7

Десять домов

Некто желал построить 10 домов, соединенных между собою крепкими стенами; стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с 4-мя домами на каждой линии.

Приглашенный зодчий представил план, который вы видите здесь на рисунке 7-м.

Но заказчик остался недоволен этим планом: ведь при таком расположении можно подойти извне к любому дому, а ему хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два дома были защищены стенами от нападения извне. Зодчий возразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 домов

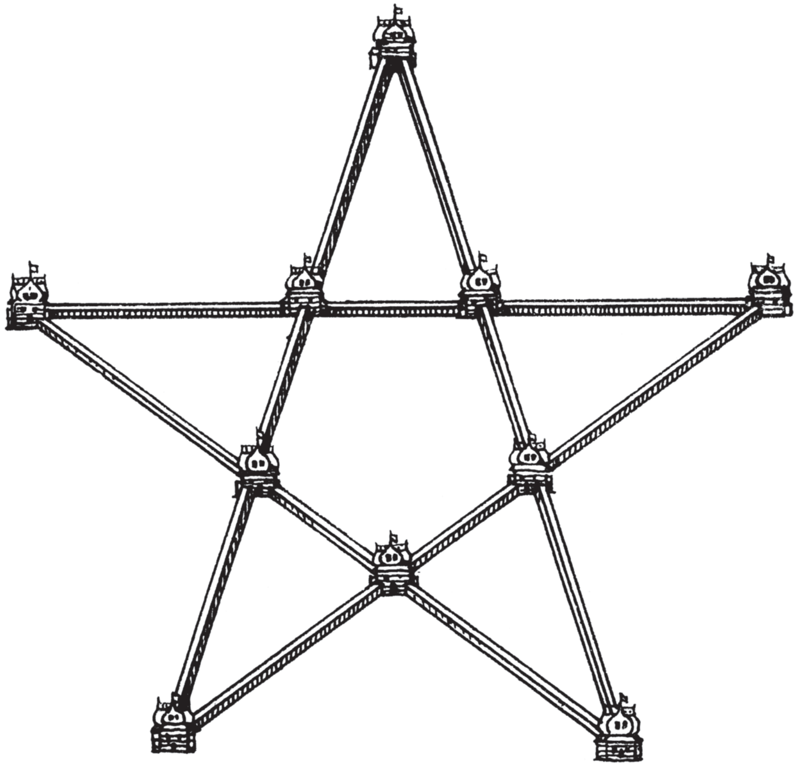


Рис. 7

должны быть расположены по 4 на каждом из 5-ти заборов. Но заказчик настаивал на своем.

Долго ломал зодчий голову над этой задачей и наконец разрешил ее.

Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 домов и 5 соединяющих их прямых заборов, чтобы требуемое условие было удовлетворено.

Задача № 8

Деревья в саду

В саду росло 49 деревьев, и вы можете видеть на чертеже 8-м, как они были расположены. Садовник нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

— Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 дерева в каждом ряду. Остальные сруби и возьми их себе на дрова за работу.

Когда рубка кончилась, садовник вышел посмотреть работу.

К огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев!

— Почему же ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, — упрекал его садовник.

— Нет, не 20, а сказано было оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал: посмотрите.

И в самом деле: садовник с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют 5 рядов по 4 дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, — и все-таки вместо 29 деревьев работник вырубил 39.

Как же ухитрился он это сделать?

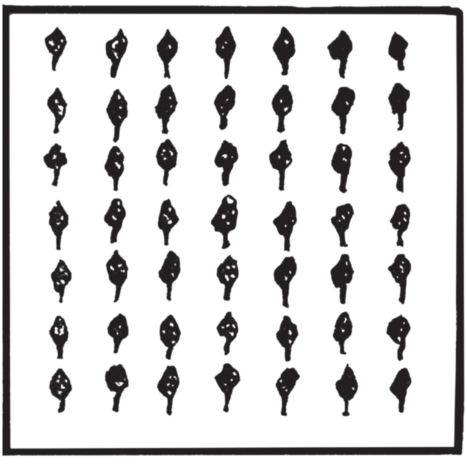


Рис. 8

Задача № 9

Белая мышь

Все 13 мышей, окружающие эту кошку, обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке, — а именно, каждый раз она отсчитывает 13-ю мышь по кругу в том направлении, в каком эти мыши глядят, — и съедает ее. С какой мыши она должна начать, чтобы белая оказалась съеденной последнею?

Рис. 9

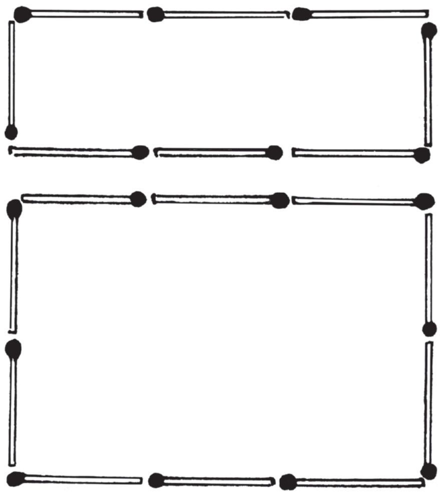


Рис. 10

Задача № 10

Из 18 спичек

Из 18 спичек нетрудно сложить два четырехугольника так, чтобы один был вдвое больше другого по площади (рис. 10).

Но сложите из тех же спичек два таких четырехугольника, чтобы один был в *три* раза больше другого по площади!

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 1–10

Решение задачи № 1

Ниже указан самый короткий способ обмена. Цифры показывают, с какого пня на какой надо прыгать (напр., «1–5» значит: белка прыгает с пня 1-го на 5-й). Всех прыжков понадобится 16, а именно:

1–5; 3–7, 7–1; 8–4, 4–3, 3–7; 6–2, 2–8, 8–4, 4–3; 5–6, 6–2, 2–8; 1–5, 5–6; 7–1.

Решение задачи № 2

Для удобства мы заменим чайную посуду цифрами. Тогда задача представится в таком виде:

1		2
3	4	5

Надо обменять места 2 и 5. Вот порядок, в каком следует двигать предметы на свободный квадрат:

2, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 4, 5, 1, 4, 2, 3, 4, 1, 5, 2.

Задача решается в 17 ходов — более короткого решения нет.

Решение задачи № 3

В этой таблице показаны в последовательном порядке все переезды, необходимые для того, чтобы вывести заведующего гаражей из затруднения. Цифры обозначают номера автомобилей, а буквы — соответствующие помещения. Всех переездов понадобится 43. Вот они:

6–G	4–A	1–G	3–G
2–B	7–F	2–J	6–I
1–E	8–E	7–H	2–J
3–H	4–D	1–A	5–H
4–I	8–C	7–G	3–C
3–L	7–A	2–B	5–G
6–K	8–G	6–E	3–B
4–G	5–C	3–H	6–E
1–I	2–B	8–L	5–I
2–J	1–E	3–I	6–J
5–H	8–I	7–K	

«6–G» означает: автомобиль № 6 становится в отделение G, и т. п.

Решение задачи № 4

Три непересекающиеся пути показаны на этом чертеже:

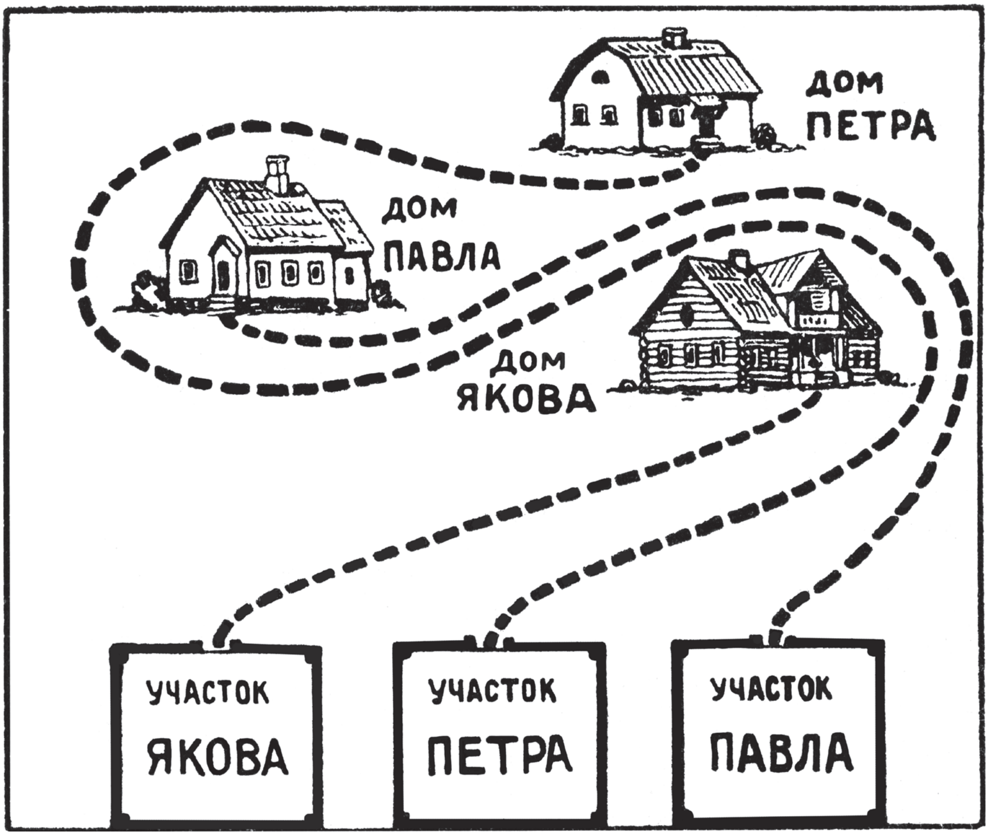


Рис. 11

Петру и Павлу приходится идти довольно извилистыми путями, — но зато братья избегают нежелательных встреч между собой.

Решение задачи № 5

Стрелки на рисунке показывают, какие мухи переменили место и с каких клеток они пересели.

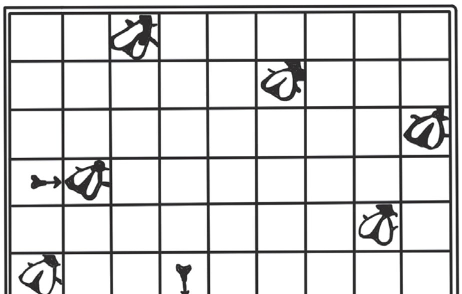


Рис. 12

Решение задачи № 6

Забор можно построить двояко. Вот чертежи, показывающие направление ограды.

Забор, построенный по второму плану, короче и, следовательно, дешевле.

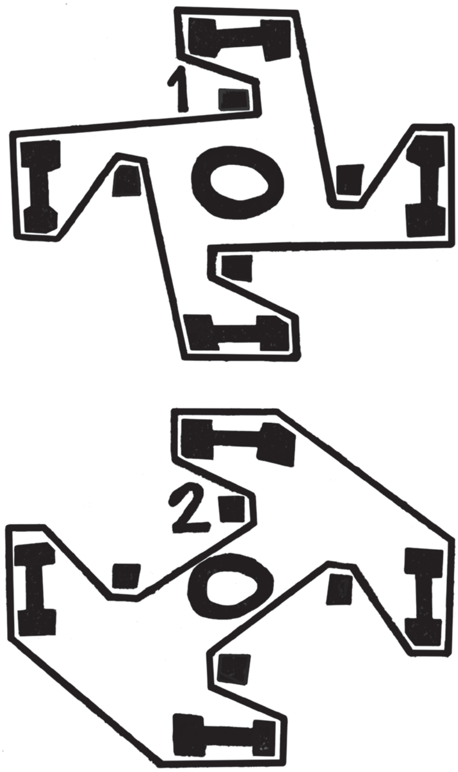


Рис. 13

Решение задачи № 7

Вот единственное расположение, при котором два дома безопасны от нападения извне.

Вы видите, что 10 домов расположены здесь, как требовалось в задаче: по 4 на каждой из пяти прямых стен.

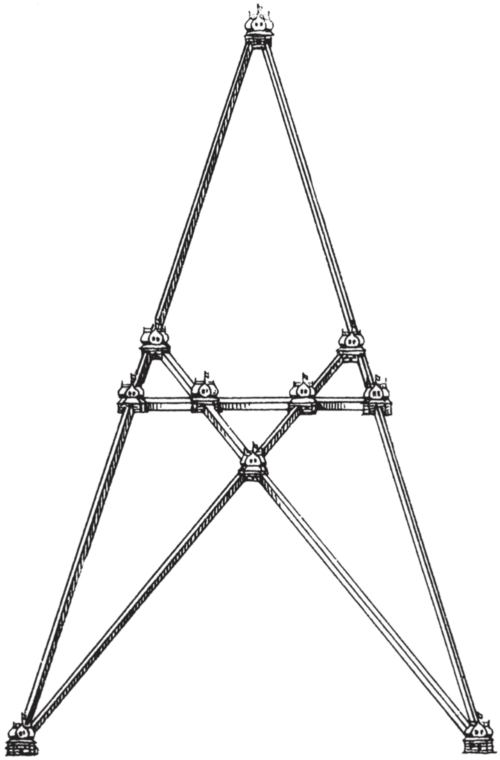


Рис. 14

Решение задачи № 8

Деревья, оставшиеся несрубленными, были расположены так:

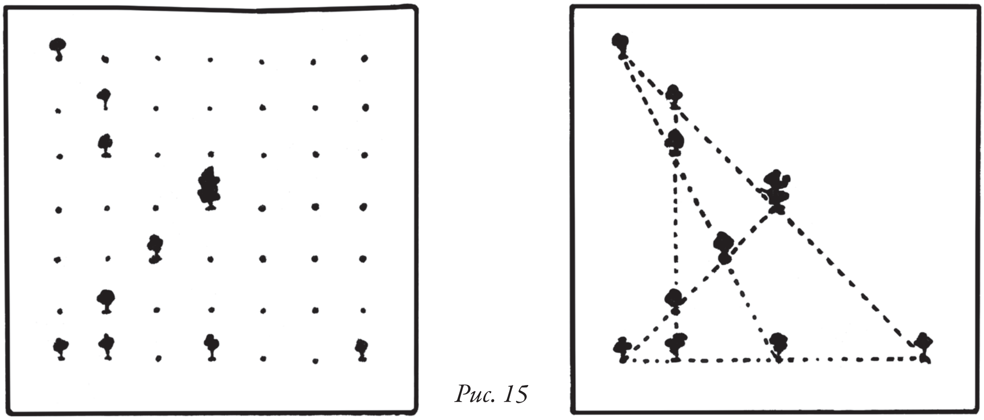


Рис. 15

Как видите, они образуют 5 прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

Решение задачи № 9

Кошка должна съесть первой ту мышь, которая находится на нашем рисунке у кончика ее хвоста.

Попробуйте, начав с этой мыши счет по кругу, зачеркивать каждую 13-ю мышь, — вы убедитесь, что белая мышь будет зачеркнута последней.

Решение задачи № 10

На чертеже показано, как надо сложить из 18 спичек два четырехугольника, чтобы один был втрое больше другого по площади. Вторым четырехугольником является параллелограмм с высотою, равною 1½ спичкам.

Площадь параллелограмма равна его основанию, умноженному на его высоту. В основании нашего параллелограмма лежат 4 спички, высота же равна 1½ спичкам; следовательно, площадь равна 4 × 1½, т. е. 6 таким квадратикам, каких в меньшем четырехугольнике 2. Итак, нижний четырехугольник имеет площадь *втрое* бóльшую, нежели верхний.

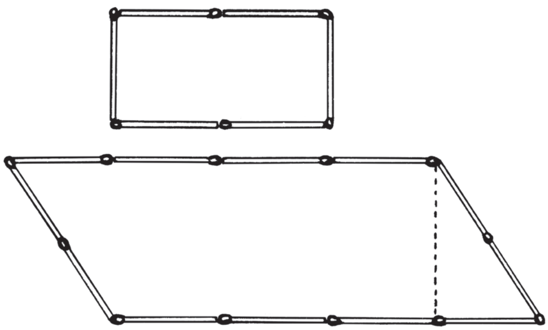


Рис. 16

ГЛАВА ВТОРАЯ

ДЕСЯТЬ ЛЕГКИХ ЗАДАЧ

Задача № 11

Бочки

В магазин доставили 6 бочек керосину. На этом рисунке обозначено, сколько ведер было в каждой бочке. В первый же день нашлось два покупателя;

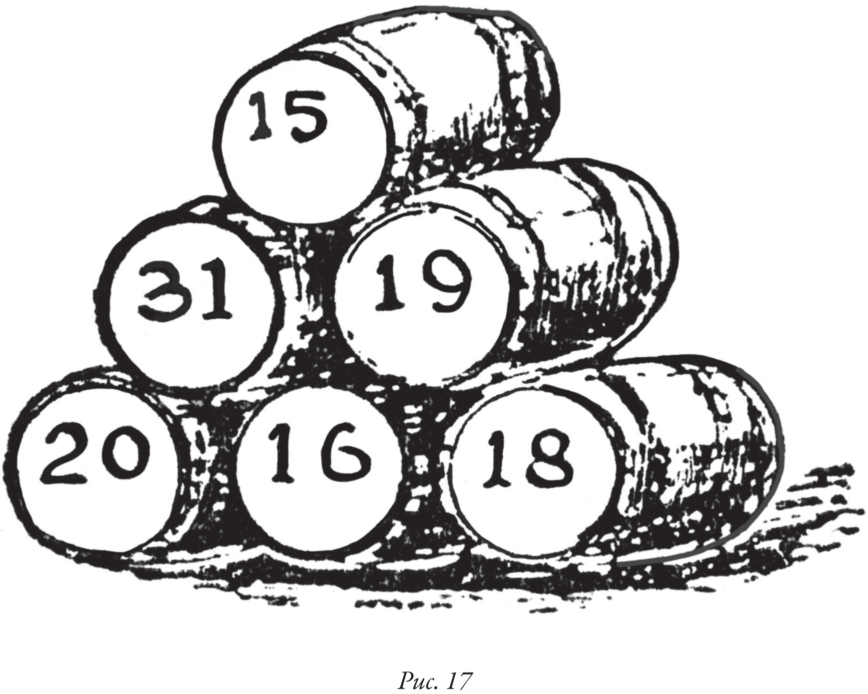


Рис. 17

один купил целиком две бочки, другой — три, причем первый купил вдвое менее керосина, чем второй. Не пришлось даже раскупоривать бочек.

И тогда на складе из 6 бочек осталась всего одна. Какая?

Задача № 12

До половины

В бочке налита вода, по-видимому, до половины. Но вы хотите узнать *точно*, половина ли в ней налита, или больше половины, или же меньше половины. У вас нет ни палки, ни вообще инструмента для обмера бочки. Втулки[1] бочка не имеет. Каким образом могли бы вы убедиться, налита ли вода ровно до половины?

Задача № 13

Невозможное равенство

Кстати, о полупустой бочке. Полупустая бочка — это ведь то же, что и полуполная. Но если половины равны, то должны быть равны и целые. Полупустая бочка равна полуполной, — значит, пустая бочка должна равняться полной. Выходит, что пустой равен полному!

Почему получился такой несообразный вывод?

Задача № 14

Число волос

Как вы думаете: существует ли на свете два человека с одинаковым числом волос?

Вы ответите, пожалуй, что два совершенно лысых человека имеют волос поровну, потому что и у того и у другого ноль волос.

Это, если хотите, правильно.

Но я спрашиваю не о безволосых людях, а о таких, у которых имеются на голове густые волосы. Найдется ли в мире два человека, у которых число волос на голове было бы в точности одинаково?

А может быть, двое таких людей отыщутся в Ленинграде[2] или Москве?

Задача № 15

Цена переплета

Книга в переплете стоит 2 руб. 50 коп. Книга на 2 рубля дороже переплета. Сколько стоит переплет?

Задача № 16

Цена книги

Иванов приобретает все нужные ему книги у знакомого ему книгопродавца со скидкою в 20 процентов. С 1-го января цены всех книг повышены на 20 процентов. Иванов решил, что он будет теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1-го января. Прав ли он?

---

[1] Т. е. пробки, затычки (*примеч. ред.*).

[2] Ныне Санкт-Петербург; здесь и далее в тексте — в редакции Я. П. (*примеч. ред.*).

Задача № 17

Головы и ноги

На лугу паслись лошади под надзором кучеров. Если бы вы пожелали сосчитать, сколько всех ног на лугу, то насчитали бы 82 ноги. А если бы пересчитали головы, то оказалось бы, что всех голов — лошадиных и человеческих — 26.

Сколько было лошадей и сколько кучеров?

Надо заметить, что ни безногих лошадей, ни калек-кучеров на лугу не было.

Задача № 18

На счетах

Вы, без сомнения, умеете считать на конторских счетах и понимаете, что отложить на них 25 рублей — задача очень легкая.

Но задача станет замысловатее, если вам поставят условие: сделать это так, чтобы отодвинуть не 7 косточек, как обыкновенно, а 25 косточек.

Попробуйте, в самом деле, показать на конторских счетах сумму в 25 рублей, отложив ровно 25 косточек.

Конечно, на практике так никогда не делается, но задача все же разрешима, и ответ довольно любопытен.

Задача № 19

Редкая монета

Собирателю редкостей сообщили, что в Риме при раскопках найдена монета с надписью по-латыни:

53-й год до Р. Х.

— Монета, конечно, поддельная, — ответил собиратель.

Как мог он знать это, не видя ни самой монеты, ни даже ее изображения?

Задача № 20

Спаржа

Женщина обыкновенно покупает у зеленщика спаржу большими пучками, каждый 40 сантиметров в окружности. Покупая, она мерит их, чтобы убедиться, что ее не обманывают. Но однажды у торговца не оказалось 40-сантиметрового пучка, и он предложил покупательнице за те же деньги два тонких пучка, каждый по 20 сантиметров в обхвате.

Женщина обмерила два пучка и, убедившись, что обхват каждого действительно равен 20 сантиметрам, заплатила зеленщику столько же, сколько платила раньше за один толстый пучок.

Прогадала ли она или выгадала на этой покупке?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 11–20

Решение задачи № 11

Первый покупатель купил 15-ведерную и 18-ведерную бочку. Второй — 16-ведерную, 19-ведерную и 31-ведерную. В самом деле:

$$15 + 18 = 33,$$

$$16 + 19 + 31 = 66,$$

т. е. второй покупатель приобрел вдвое больше керосину, чем первый.

Осталась непроданной 20-ведерная бочка.

Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

Решение задачи № 12

Самый простой способ — наклонить бочку так, чтобы вода дошла до края. Если при этом немного обнаружится дно бочки, — значит, вода стояла ниже половины. Если дно очутится ниже уровня воды, — значит, вода была налита больше чем до половины. И наконец, если верхний край дна будет как раз на уровне воды, — значит, вода налита ровно до половины.

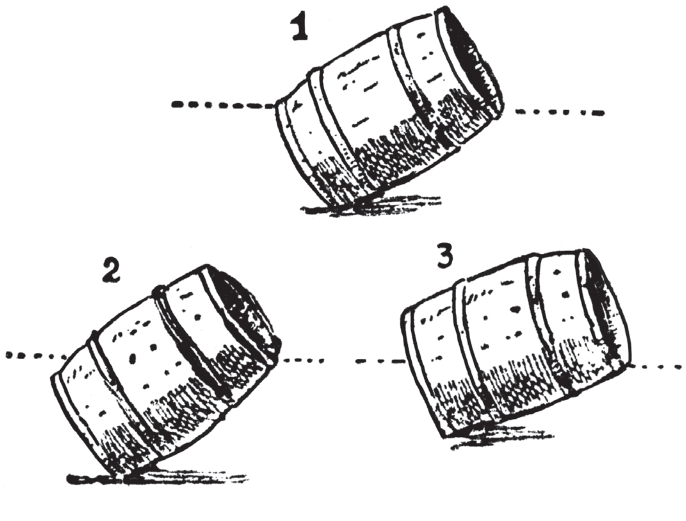


Рис. 18

Решение задачи № 13

Полупустая бочка есть не половина пустой бочки, а такая бочка, одна половина которой пуста, другая — полна. Мы же рассуждали так, как будто слово «полупустая» значит: «половина пустой бочки», а «полуполная» — половина полной. Не удивительно, что при таком неправильном понимании мы пришли к неправильному выводу.

Решение задачи № 14

Прежде чем решить задачу, задайте себе вопрос: чего больше — людей на свете или волос на голове одного человека?

Разумеется, людей на свете неизмеримо больше, чем волос на голове. У нас волос на голове всего 150–200 тысяч, людей же на свете 1800 миллионов[1].

А если так, то необходимо должны существовать люди с одинаковым числом волос! И не только во всем мире, но даже в каждом многолюдном городе, насчитывающем больше 200 тысяч жителей. В Москве 1½ миллиона жителей[1], и, значит, девятки москвичей должны иметь число волос одинаковое. Ведь не может же быть 1½ миллиона *различных целых чисел*, из которых ни одно не больше 200 000.

Решение задачи № 15

Обыкновенно, не подумав, отвечают:

— Переплет стоит 50 копеек.

Но тогда ведь книга стоила бы 2 рубля, т. е всего на 1 руб. 50 коп. дороже переплета!

Верный ответ: цена переплета — 25 коп., цена книги — 2 руб. 25 коп.

Решение задачи № 16

Иванов, — как ни странно, — будет и теперь платить все же *меньше*, чем остальные покупатели платили до 1 января. Он будет получать 20 % скидки с цены, увеличенной на 20 %; другими словами, он будет получать скидку 20 % с 120 %, т. е. платить не 100 %, а всего лишь 96 % прежней цены книги. Трехрублевую книгу он приобретет не за 3 рубля, а за 2 руб. 88 коп.

Решение задачи № 17

Если бы все 26 голов на лугу были человеческие, мы насчитали бы не 82 ноги, а только 52, т. е на 30 ног меньше. От замены одного человека лошадью число всех ног увеличилось бы на 2. Значит, чтобы насчитать 82 ноги, надо произвести подобную замену 15 раз — тогда и найдутся недостающие 30 ног.

Итак, из 26 голов 15 принадлежало лошадям, а остальные 11 — людям.

---

[1] Текст написан в 1924 году (*примеч. ред.*).

Решение задачи № 18

Двадцать пять рублей можно отложить на счетах 25-ю косточками следующим образом:

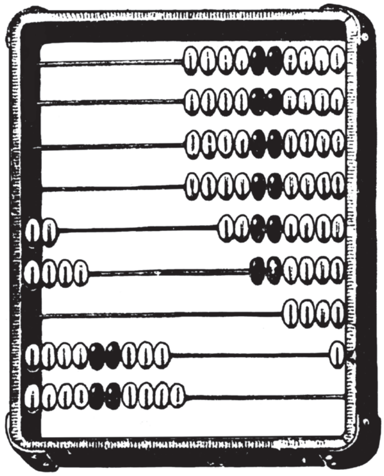


Рис. 19

В самом деле: здесь отложено 20 руб. + 4 руб. + 90 коп. + 10 коп. = 25 руб. Число же косточек — 2 + 4 + 9 + 10 = 25.

Решение задачи № 19

Чеканя монету до Р. Х., римляне разве могли знать, что через 53 года родится Христос?

Решение задачи № 20

Покупательница прогадала. Пучок с двойным обхватом заключает в себе не вдвое, а *вчетверо* более спаржи, нежели тонкий пучок (см. рис. 20).

Женщина должна была либо заплатить вдвое меньше, либо же потребовать не два, а четыре тонких пучка.

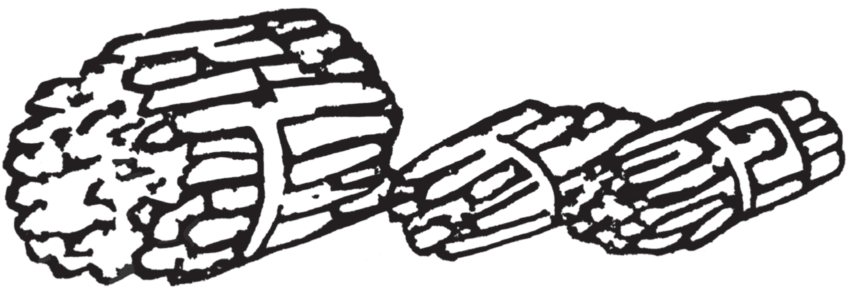


Рис. 20

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ДЕСЯТЬ ЗАДАЧ ПОТРУДНЕЕ

Задача № 21

Сколько прямоугольников?

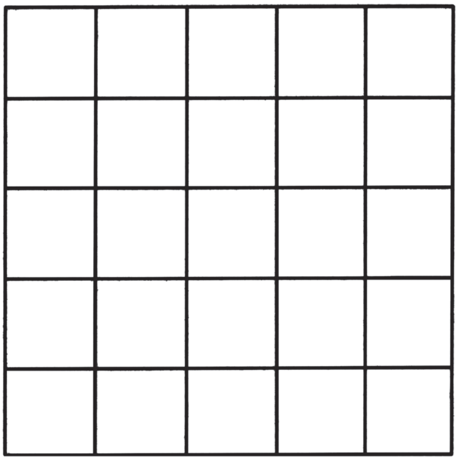


Рис. 21

Сколько прямоугольников можете вы насчитать в этой фигуре?

Не спешите с ответом. Обратите внимание на то, что спрашивается не о числе *квадратов*, а о числе прямоугольников вообще — больших и малых, — какие можно насчитать в этой фигуре.

Задача № 22

Реомюр и Цельсий

Вы знаете, конечно, разницу между термометрами Реомюра и Цельсия[1].

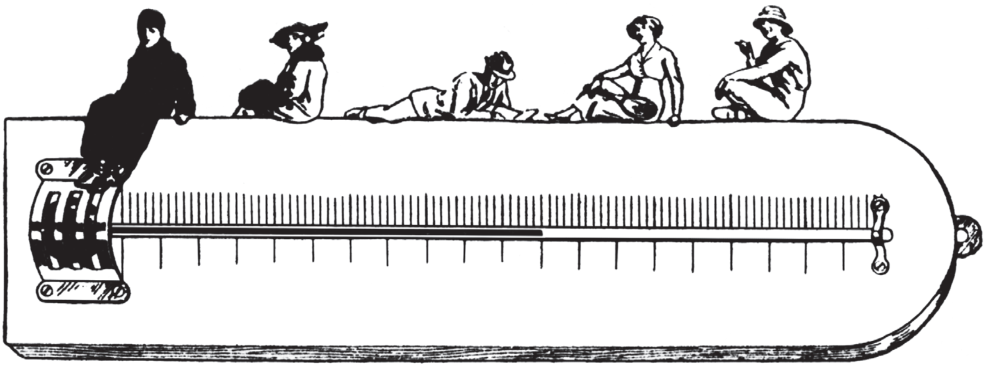


Рис. 22

[1] В шкале Реомюра больше цена градуса: 0°R — точка замерзания воды, 80°R — точка кипения воды (при нормальных условиях). В наши дни шкала Реомюра вышла из употребления (*примеч. ред.*).

Скажите же: всегда ли градусы на термометре Реомюра больше, чем градусы на термометре Цельсия?

Задача № 23

Столяр и плотники

Шесть плотников и столяр нанялись на работу. Каждый плотник заработал по 20 руб., столяр же — на 3 руб. больше, чем заработал в среднем каждый из семерых.

Сколько же заработал столяр?

Задача № 24

Девять цифр

Напишите по порядку девять цифр:

$$1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9.$$

Вы можете, не меняя их порядка, вставить между цифрами знаки плюс и минус таким образом, чтобы в сумме получилось ровно 100.

Нетрудно, например, вставив + и – шесть раз, получить 100 таким путем:

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.$$

Если хотите вставить + или – всего только 4 раза, вы тоже можете получить 100.

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100.$$

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками + и – всего только *три* раза!

Это гораздо труднее. И все же — вполне возможно, надо только терпеливо искать.

Задача № 25

Книжный червь

В моем книжном шкафу стоят на полке сочинения Пушкина в 8-ми томах, том к тому.

Приехав с дачи, я с досадой убедился, что летом книжный червь усердно сверлил моего Пушкина и успел прогрызть ход от первой страницы первого тома до последней страницы третьего тома.

Сколько всего страниц прогрыз червь, если в первом томе 700 страниц, во втором — 640, а в третьем — 670?

Задача № 26

Сложение и умножение

Вы, без сомнения, не раз уже обращали внимание на любопытную особенность равенств:

$$2 + 2 = 4,$$

$$2 \times 2 = 4.$$

Это единственный пример, когда сумма и произведение двух целых чисел (и при том равных) одинаковы.

Вам, однако, быть может, неизвестно, что существуют дробные числа (правда, не равные), обладающие тем же свойством:

$$3 + 1\tfrac{1}{2} = 4\tfrac{1}{2},$$

$$3 \times 1\tfrac{1}{2} = 4\tfrac{1}{2}.$$

Попытайтесь подыскать еще примеры таких же чисел. Чтобы вы не думали, что поиски напрасны, скажу вам, что таких чисел весьма-весьма много.

Задача № 27

Стрельба на пароходе

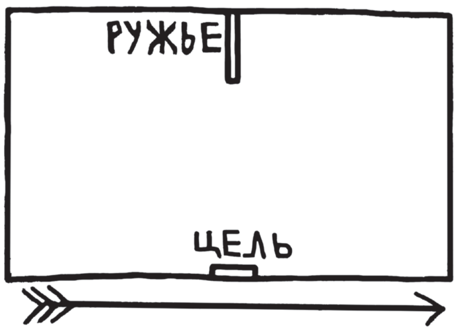


Рис. 23

Хороший стрелок стоит у одного борта парохода, а у противоположного помещена мишень. Пароход движется так, как изображено длинной стрелкой на приложенном здесь чертеже.

Стрелок прицелился совершенно точно.

Попадет ли он в цель?

Задача № 28

Под водой

На обыкновенных весах лежат: на одной чашке — булыжник, весящий ровно 2 килограмма[1], на другой — железная гиря в 2 килограмма. Я осторожно опустил эти весы под воду. Остались ли чашки в равновесии?

---

1 Здесь и далее Я. П. исчисляет вес (а иногда и давление) в граммах, хотя вес — это сила, а сила (в системе СИ, введенной в 1960 году) измеряется в ньютонах (давление — в паскалях). В данных случаях это вполне допустимо и в наши дни: мы до сих пор так поступаем во многих повседневных ситуациях — например, когда говорим, что «человек весит 60 килограммов» (*примеч. ред.*).

Задача № 29

Как это сделано?

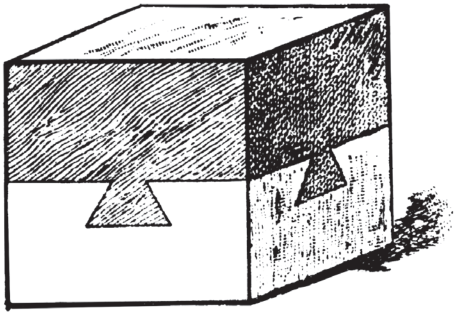


Рис. 24

Вы видите здесь деревянный куб, сделанный из двух кусков дерева: верхняя половина куба имеет выступы, входящие в выемки нижней части. Но обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните: как ухитрился столяр соединить оба куска?

Задача № 30

Скорость поезда

Вы сидите в вагоне железной дороги и желаете узнать, с какою скоростью он мчится. Можете ли вы это определить по стуку колес?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 21–30

Решение задачи № 21

Различно расположенных прямоугольников в этой фигуре можно насчитать 225.

Решение задачи № 22

Если бы речь шла о *градусах температуры*, то, конечно, градус Реомюра всегда больше градуса Цельсия, именно на ⅕ долю; поэтому, если в вашей комнате 16 градусов Реомюра, то по Цельсию — 20.

Но это вовсе не значит, что на той дощечке термометра, на которой нанесены деления (на «шкале»), длина градусов всегда должна быть больше у термометра Реомюра, нежели у Цельсия. Длина деления зависит от того, сколько ртути в шарике термометра, и от толщины трубки. Чем больше ртути в шарике и чем тоньше канал трубки, тем выше поднимается ртуть в трубке при нагревании и тем больше промежуток между двумя делениями шкалы. В этом смысле «градус» может иметь самую различную длину, и вполне понятно, что такой градус Реомюра бывает нередко меньше градуса Цельсия.

Решение задачи № 23

Легко узнать, каков был средний заработок семерых рабочих; для этого нужно избыточные 3 рубля разделить поровну между 6 плотниками. К 20 рублям каждого надо, следовательно, прибавить 50 коп., — это и есть средний заработок каждого из семерых.

Отсюда узнаем, что столяр заработал 20 р. 50 к. + 3 р., т. е. 23 р. 50 к.

Решение задачи № 24

Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти цифр и трех знаков + и –:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100.$$

В самом деле:

$$\begin{array}{r}123\\+\ 89\\\hline 212\end{array}\quad\begin{array}{r}45\\+\ 67\\\hline 112\end{array}\quad\begin{array}{r}212\\-\ 112\\\hline 100\end{array}$$

Других решений задача не имеет.

Впрочем, если у вас есть терпение, попытайтесь испробовать другие сочетания.

Решение задачи № 25

Казалось бы, надо просто сложить числа страниц трех томов — и задача решена. Но не спешите с решением. Обратите внимание на то, как стоят книги на полке и как расположены в них страницы.

Вы видите, что 1-я страница I тома примыкает к 640-й странице II тома, а последняя страница III находится рядом с первой страницей II тома.

И если червь проделал ход от 1-й страницы I тома до последней страницы III тома, то он прогрыз всего только 640 страниц среднего тома, да еще 4 крышки переплета, — не более.

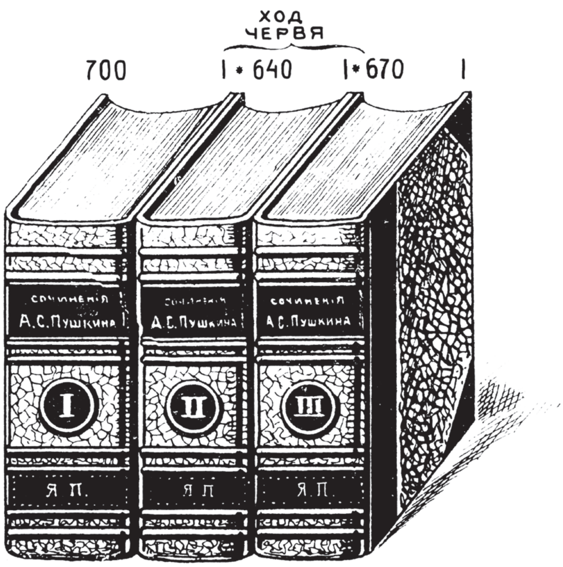


Рис. 25

Решение задачи № 26

Существует *бесчисленное множество* пар таких чисел. Вот несколько примеров:

$4 + 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3}$;	$5 + 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$;
$4 \times 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3}$;	$5 \times 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$;

$$11 + 1{,}1 = 12{,}1; \qquad 9 + 1\tfrac{1}{8} = 10\tfrac{1}{8};$$
$$11 \times 1{,}1 = 12{,}1; \qquad 9 \times 1\tfrac{1}{8} = 10\tfrac{1}{8};$$

$$21 + 1\tfrac{1}{20} = 22\tfrac{1}{20}; \qquad 101 + 1{,}01 = 102{,}01;$$
$$21 \times 1\tfrac{1}{20} = 22\tfrac{1}{20}; \qquad 101 \times 1{,}01 = 102{,}01.$$

Решение задачи № 27

Конечно, меткий стрелок попадет в цель, — если только пароход движется равномерно по прямой линии. Такое движение парохода ничем не может повлиять на полет пули.

Другое дело, если бы в самый момент выстрела пароход внезапно остановился, или замедлил ход, или ускорил его, или изменил курс: тогда пуля могла бы и не попасть в цель.

Решение задачи № 28

Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно «теряет» в своем весе столько, сколько весит вытесненная им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без труда можем ответить на вопрос задачи.

Булыжник весом в 2 килограмма занимает больший объем, чем 2-килограммовая железная гиря, потому что материал камня, гранит, легче железа. Значит, булыжник вытеснит больший объем воды, нежели гиря, и, по закону Архимеда, потеряет в воде больше веса, чем гиря: весы под водой наклонятся в сторону гири.

Решение задачи № 29

Ларчик открывается очень просто, как видно из чертежа 26-го.

Все дело только в том, что выступы и углубления идут не крестом, как невольно кажется при рассматривании готовой вещи, а параллельно, в косом направлении.

Такие выступы очень легко сбоку вдвинуть в соответствующие выемки.

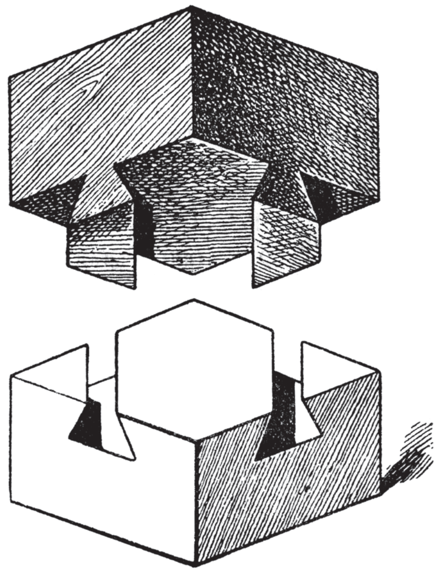


Рис. 26

Решение задачи № 30

Вы заметили, конечно, что при езде в вагоне все время ощущаются мерные толчки; никакие рессоры не могут сделать их неощутительными. Толчки эти происходят оттого, что колеса слегка сотрясаются в местах соединения двух рельсов, и этот толчок передается всему вагону[1]. Значит, стоит лишь вам сосчитать, сколько толчков в минуту испытывает вагон, чтобы узнать, сколько рельсов пробежал поезд. Теперь остается лишь умножить это число на длину рельса, — и вы получите расстояние, проходимое поездом в одну минуту.

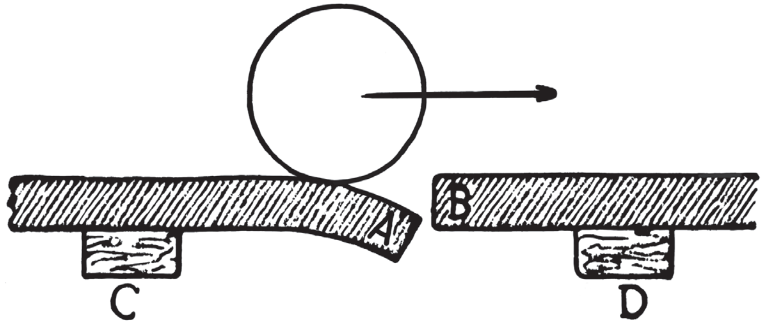


Рис. 27. Когда железнодорожное колесо проходит через место соединения рельсов, конец A отгибается вниз, между тем как конец B еще остается прямым. Отсюда толчок, который ощущают едущие в вагоне.

Обычная длина рельса — около 8½ метров[2]. Сосчитав с часами в руках число толчков в минуту, умножьте это число на 8½, затем на 60 и делите на 1000 — получится число километров, пробегаемое поездом в час:

$$\frac{(\text{число толчков}) \times 17 \times 60}{2 \times 1000} = \text{числу километров в час.}$$

Так как

$$\frac{17 \times 60}{2 \times 1000} = \frac{1020}{2000} = \text{около половины,}$$

то достаточно просто разделить на 2 число толчков в минуту, чтобы приблизительно узнать, сколько километров пробегает поезд в час.

---

[1] С 1960-х годов в развитых странах при строительстве железных дорог широко используется технология бесстыкового («бархатного») пути, поэтому в наши дни вышеописанных «мерных толчков» при движении поезда может и не быть (*примеч. ред.*).

[2] На некоторых дорогах рельсы 6-метровые. Выйдя из вагона на станции, вы можете, измеряя рельсы шагами, узнать их длину; каждые 8 шагов можно принять за 5 метров.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ОБМАНЫ ЗРЕНИЯ

Задача № 31

Загадочный рисунок

Пока вы смотрите на эти две физиономии, держа книгу неподвижно, они не обнаруживают ничего необычайного. Но начните двигать книгу вправо и влево, не переставая смотреть на рисунки. Произойдет любопытная вещь:

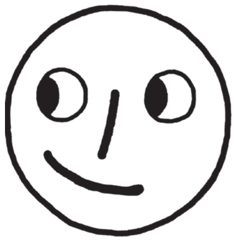


Рис. 28

физиономии словно оживут — начнут двигать зрачками вправо и влево, поворачивая также при этом рот и нос.

Отчего это происходит?

Задача № 32

Три монеты

Положите рядом три монеты — одинаковые или разные. То, что я сейчас предложу вам сделать с ними, кажется с первого взгляда очень простым. Тем неожиданнее будет для вас то, что вы узнаете потом.

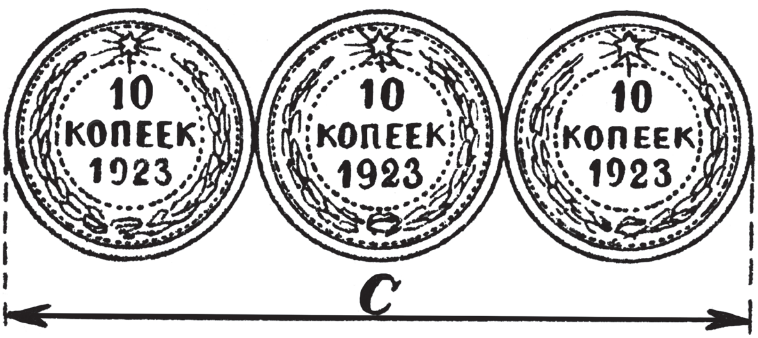


Рис. 29

Вот эта задача: выдвиньте среднюю монету вниз на столько, чтобы между нею и каждою из остальных двух был промежуток, равный расстоянию между *A* и *B* (рис. 30).

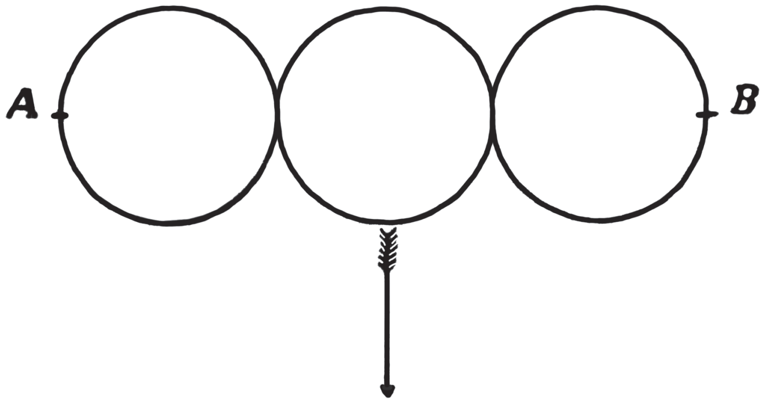


Рис. 30

Вы должны полагаться при этом только на свой глазомер и не прибегать к помощи циркуля или бумажки. Большой точности от вас не требуют: если вы ошибетесь всего на 1 сантиметр, то задача будет считаться решенной вполне верно.

Задача № 33

Четыре фигуры

Какая из этих четырех фигур самая большая и какая самая маленькая?

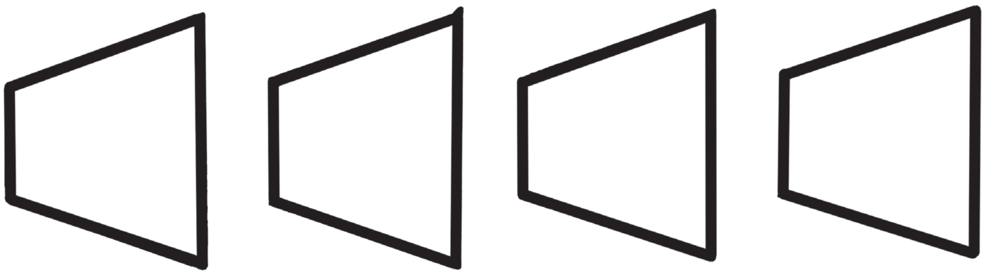


Рис. 31

Дайте ответ, полагаясь только на свой глазомер.

Задача № 34

Кто длиннее?

Вы видите здесь три черных фигуры. Ответьте на вопрос: если смерить их бумажкой или циркулем, какая фигура окажется длинней?

Конечно, задача очень легка, когда проделываешь это на самом деле. Но попробуйте заранее, без измерения, сказать, какая фигура длиннее, и потом проверьте себя. Вас ожидает занимательный сюрприз.

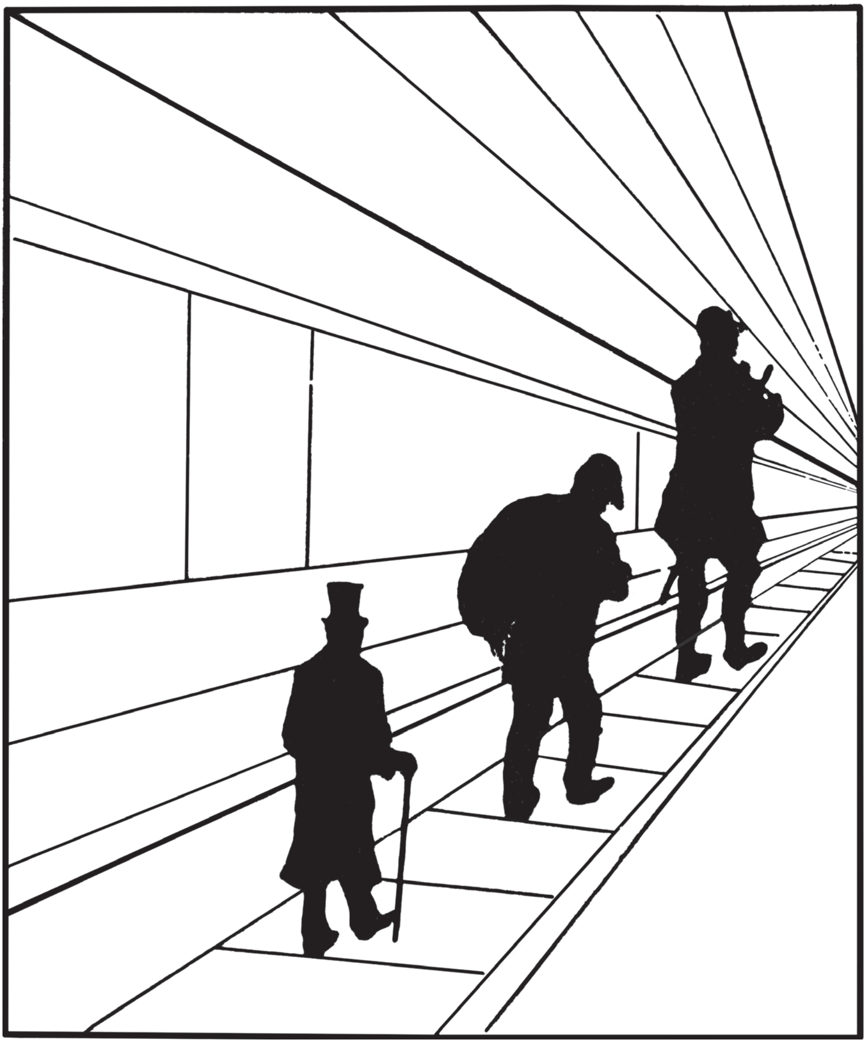


Рис. 32

Задача № 35

Окружность пальца

Как вы думаете: во сколько раз окружность вашего пальца — например, среднего пальца вашей руки — меньше окружности вашего запястья?

Попробуйте ответить на этот вопрос, — а потом проверьте ответ бечевкой или полоской бумаги. Могу заранее сказать, что вы будете немало смущены результатом проверки. Почему?

Задача № 36

Кривые ноги

Почему у этих двух человек такие кривые ноги?

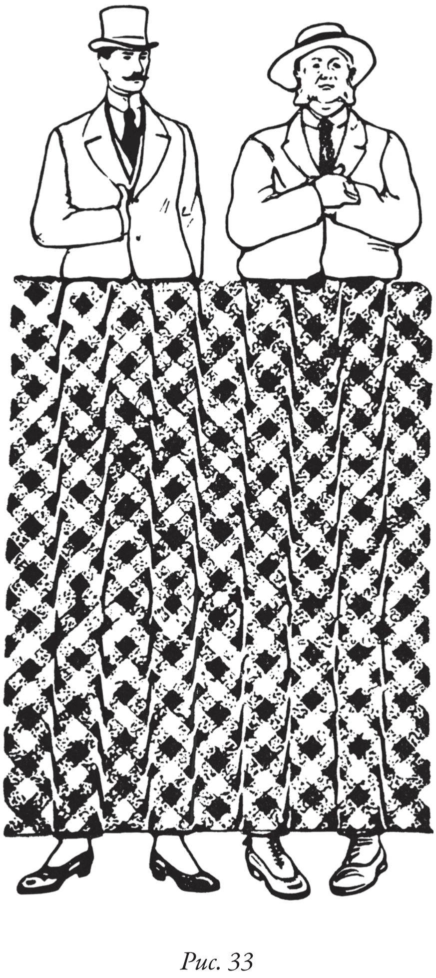


Рис. 33

Задача № 37

Неожиданность

Закрыв один глаз, всматривайтесь другим в белый квадратик, нарисованный в верхней части прилагаемого рисунка. Спустя десять или пятнадцать секунд вы заметите нечто совершенно неожиданное. Что именно?

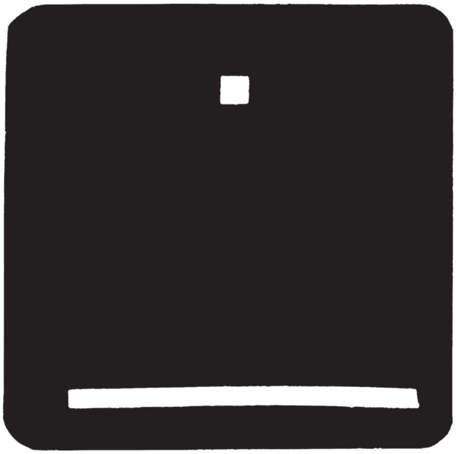


Рис. 34

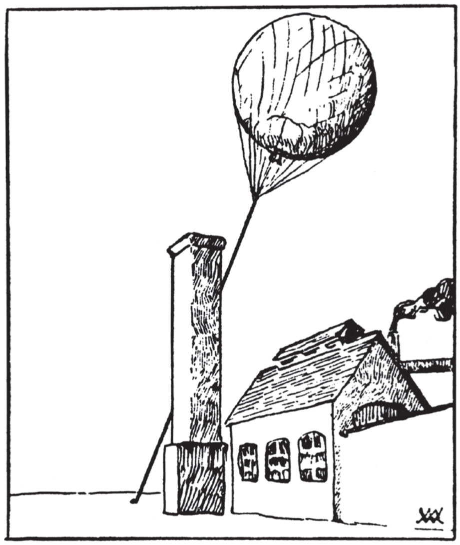


Рис. 35

Задача № 38

Воздушный шар

Фабричная труба на рис. 35 заслоняет часть каната, к которому привязан воздушный шар. Но художник как будто ошибся — канат вправо от трубы разве составляет продолжение левой части каната? Исправьте рисунок.

Задача № 39

Какие линии?

В какую сторону изогнуты линии этого треугольника?

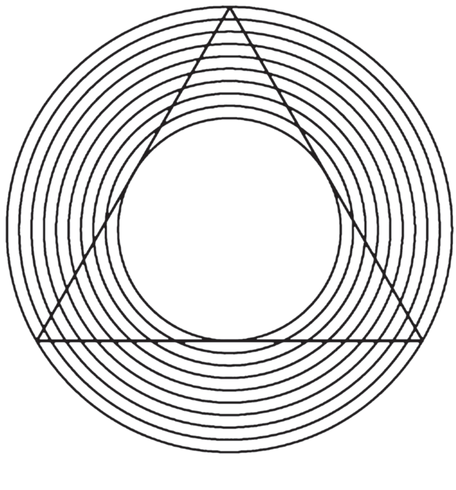


Рис. 36

Задача № 40

Дорожки сада

Что длиннее: расстояние между точками *A* и *C* или между *A* и *B*?

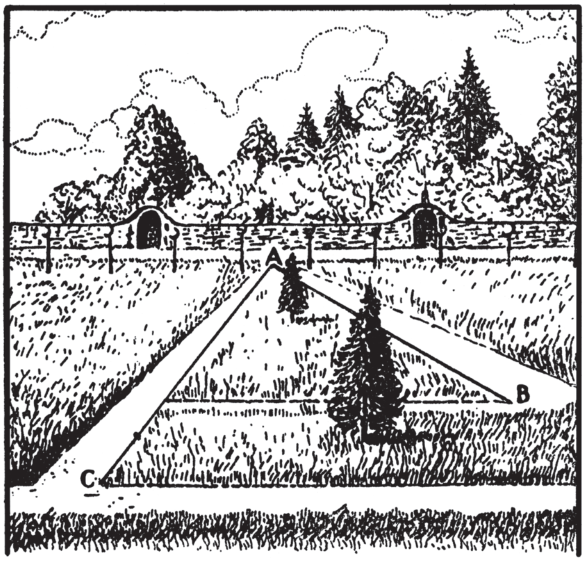


Рис. 37

Сначала дайте ответ, потом измерьте.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 31–40

Решение задачи № 31

Зрачки на этих рисунках кажутся движущимися по той же причине, по какой оживают картины кинематографа. Когда мы смотрим на правый рисунок и затем быстро переводим взгляд на левый, то первое зрительное впечатление прекращается не сразу, а еще сохраняется на мгновение; в тот момент, когда оно прекратится и заменится новым, нам, естественно, должно показаться, будто зрачки на рисунке передвинулись от одного края глаза к другому.

Решение задачи № 32

Ваше решение, вероятно, было приблизительно такое (см. рис. 38).

Оно как будто вполне удовлетворяет условию задачи, не правда ли? Но попробуйте измерить расстояния циркулем, — окажется, что вы ошиблись чуть не в полтора раза!

А вот правильное расположение монет, — несмотря на то, что для нашего глазомера оно кажется совсем неправильным (рис. 39).

Чем крупнее кружки, тем обман зрения поразительнее. Опыт хорошо удается и в том случае, если взять неодинаковые кружки.

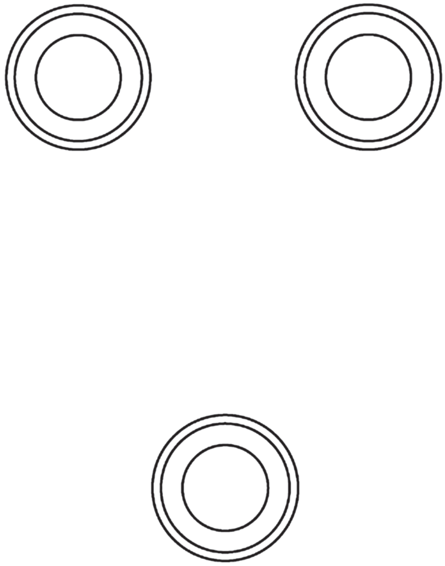


Рис. 38

Решение задачи № 33

Все четыре фигуры одинаковой величины, — хотя нам и кажется, что они уменьшаются по порядку слева направо. В каждой паре правая фигура кажется меньше левой оттого, что левая расширяется по направлению к правой и словно охватывает ее.

Решение задачи № 34

Это интересный обман зрения: фигура человека, идущего впереди, имеет совершенно такую же длину, как и фигура гражданина в цилиндре. Передний человек кажется нам великаном по сравнению с гражданином в цилиндре только потому, что первый изображен идущим вдалеке.

Мы привыкли к тому, что предметы с удалением уменьшаются; поэтому, когда мы видим вдали *неуменьшенную* человеческую фигуру, мы невольно заключаем, что это — человек исполинских размеров, раз он кажется крупным даже на большом расстоянии.

Решение задачи № 35

Результат проверки смутит вас потому, что обнаружит грубую ошибочность вашего ответа. Вы, наверное, думали, что окружность пальца раз в 5–6 меньше окружности запястья. Между тем нетрудно убедиться непосредственно,

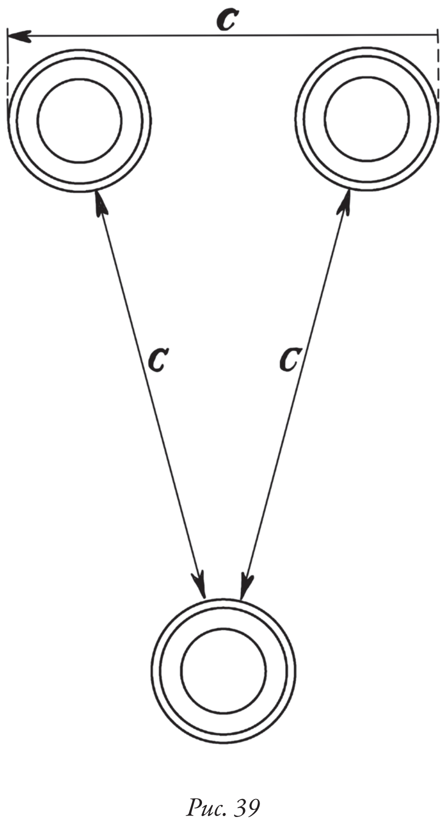


Рис. 39

что в окружности запястья окружность пальца содержится всего только... три раза!

Отчего происходит такой обман зрения — трудно объяснить.

Решение задачи № 36

У этих людей ноги вовсе не кривые! Вы можете проверить их прямизну по линейке — все 8 линий идут совершенно прямо и параллельны между собой.

Можно проверить и без линейки: держите книгу на уровне глаз и смотрите вдоль линий ног — вы ясно увидите, что ноги прямые.

Кажущаяся кривизна — любопытный обман зрения, который особенно усиливается, когда смотрят на рисунок сбоку.

Решение задачи № 37

Неожиданное явление состоит в том, что через 10–15 секунд нижняя белая полоса *совершенно пропадет* — на ее месте будет сплошной черный фон! Спустя 1–2 секунды полоса снова вырисуется, затем вновь исчезнет, чтобы появиться опять, и т. д.

Это загадочное явление объясняется, вероятно, утомляемостью нашего глаза.

Решение задачи № 38

Рисунок сделан совершенно правильно. Приложите линейку к канату — и вы убедитесь, что, вопреки очевидности, обе части каната составляют продолжение одна другой.

Решение задачи № 39

Линии нисколько не изогнуты ни внутрь, ни наружу, а кажутся вогнутыми внутрь оттого, что их пересекает наискось ряд дуг.

Решение задачи № 40

Вопреки очевидности, $AC = AB$.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ДЕСЯТЬ ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ

Задача № 41

Жестокий закон

Жил некогда жестокий правитель, который не желал никого впускать в свои владения. У моста через пограничную реку был поставлен часовой, вооруженный с головы до ног, и ему приказано было допрашивать каждого путника:

— Зачем идешь?

Если путник говорил неправду, часовой обязан был схватить его и тут же повесить. Если же путник отвечал правду, ему и тогда не было спасения: часовой должен был немедленно утопить его в реке.

Таков был суровый закон жестокосердного правителя, и неудивительно, что никто не решался приблизиться к его владениям.

Но вот нашелся крестьянин, который, несмотря на это, спокойно подошел к охраняемому мосту у запретной границы.

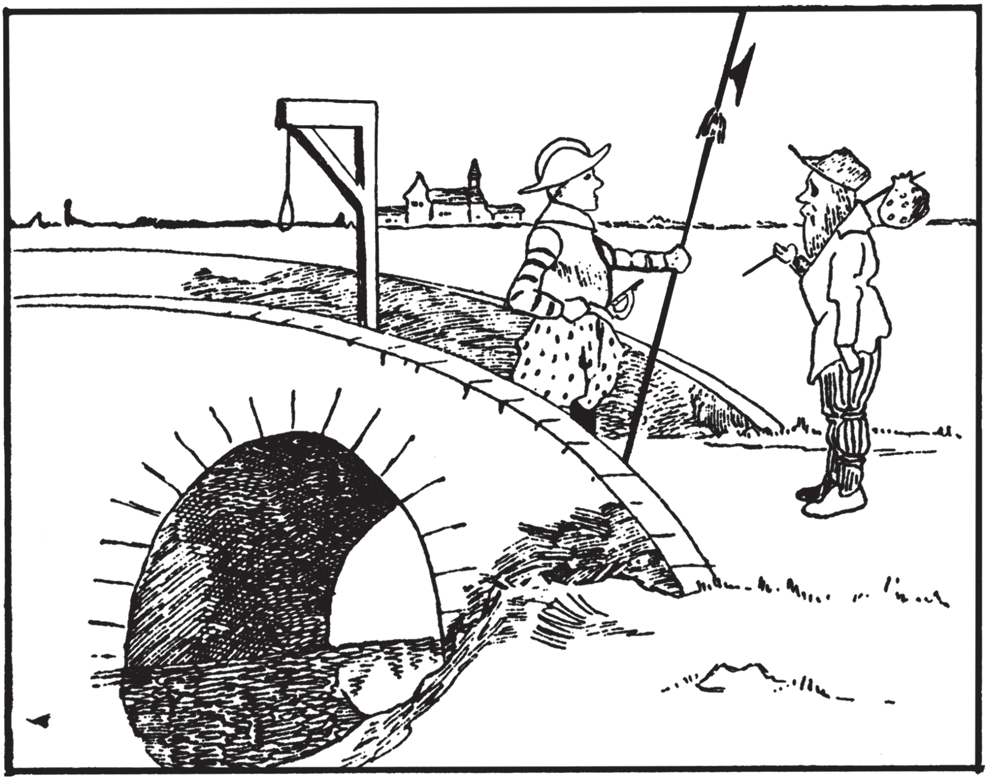


Рис. 40

— Зачем идешь? — сурово остановил его часовой, готовясь казнить смельчака, безрассудно идущего на верную гибель.

Но ответ был таков, что озадаченный часовой, строго исполняя жестокий закон, не мог ничего поделать с догадливым крестьянином.

Каков же был ответ?

Задача № 42

Милостивый закон

В некотором государстве был такой обычай. Каждый преступник, осужденный на смерть, тянул перед казнью жребий, который давал ему надежду на спасение. В ящик опускали две бумажки: одну с надписью *«Жизнь»*, другую с надписью *«Смерть»*. Если осужденный вынимал первую бумажку, — он получал помилование; если же он имел несчастие вынуть бумажку с надписью *«Смерть»*, — приговор приводился в исполнение.

У одного человека, жившего в этой стране, были враги, которые оклеветали его и добились того, что суд приговорил несчастного к смертной казни. Мало того: враги не желали оставить невинно осужденному ни малейшей возможности спастись. В ночь перед казнью они вытащили из ящика бумажку с надписью *«Жизнь»* и заменили ее бумажкой с надписью *«Смерть»*. Значит, какую бы бумажку ни вытянул осужденный, он не мог избегнуть смерти.

Так думали его враги. Но у него были друзья, которым стали известны козни врагов. Они успели предупредить осужденного, что в ящике оба жребия имеют надпись *«Смерть»*. Друзья убеждали несчастного открыть перед судьями преступный подлог его врагов и настаивать на осмотре ящика с жребиями.

Но, к изумлению, осужденный просил друзей хранить проделку врагов в строжайшей тайне и уверял, что тогда он будет наверное спасен. Друзья приняли его за сумасшедшего...

Наутро осужденный, ничего не сказав судьям о заговоре своих врагов, тянул жребий и — был отпущен на свободу!

Как же ему удалось так счастливо выйти из своего, казалось бы, безнадежного положения?

Задача № 43

Учитель и ученик

То, что описано ниже, произошло, говорят, в Древней Греции. Учитель мудрости, софист Протагор взялся обучить Квантла всем приемам адвокатского искусства. Между учителем и учеником было заключено условие, по которому ученик обязывался уплатить своему учителю вознаграждение тотчас же после того, как впервые обнаружатся его успехи, т. е. после первой же выигранной им тяжбы.

Квантл прошел уже полный курс обучения. Протагор ожидает платы, — но ученик не торопится выступать на суде защитником. Как же быть? Учитель, наконец, напал на мысль взыскать с ученика долг по суду. Протагор подал на ученика в суд. Он рассуждал так: если дело будет нм выиграно, то деньги должны быть взысканы на основании судебного приговора; если же тяжба будет им проиграна и, следовательно, выиграна его учеником, то деньги опять-таки должны быть уплачены Квантлом по уговору — платить после первой же выигранной тяжбы, на которой ученик выступит.

Однако ученик, напротив, считал тяжбу Протагора совершенно безнадежною. Он, как видно, действительно кое-что перенял у своего учителя и рассуждал так: если его присудят к уплате, то он не должен платить по уговору — ведь он проиграл первую тяжбу; если же дело будет решено в его пользу, то он опять-таки не обязан платить — на основании судебного приговора.

Настал день суда. Судья был в большом затруднении. Однако, после долгого размышления, судья нашел, наконец, выход: такой приговор, который, нисколько не нарушая условий уговора между учителем и учеником, в то же время давал учителю возможность получить обусловленное вознаграждение.

Каков же был приговор судьи?

Задача № 44

На болоте

Отряд французских солдат во время похода в Алжире очутился однажды в местности, совершенно лишенной растительности и притом с почвой настолько болотистой, что хотя по ней и можно было ступать, но сесть на нее было положительно невозможно. Усталый отряд подвигался вперед в поисках подходящего места для привала, но на десятки верст простиралась все та же болотистая почва. Как отдохнуть, если нет кругом ни единого сухого местечка и ничего такого, что можно было бы подложить или на что можно было бы сесть?

И все-таки одному солдату удалось напасть на счастливую мысль, которая выручила весь отряд из затруднительного положения. Солдаты удобно уселись и отдохнули.

Как? Отгадайте!

Задача № 45

Три разведчика

Не в менее затруднительном положении оказались однажды трое пеших разведчиков, которым необходимо было перебраться на противоположный берег реки при отсутствии моста. Правда, на реке катались в челноке два мальчика, готовые помочь солдатам. Но челнок был так мал, что мог выдержать вес только одного солдата: даже солдат и один мальчик не могли одновременно сесть в лодку без риска ее потопить. Плавать солдаты совсем не умели.

Казалось бы, при таких условиях мог переправиться через реку только один солдат. Между тем все три разведчика вскоре благополучно очутились на противоположном берегу и возвратили лодку мальчикам.

Как они это сделали?

Задача № 46

Слишком много предков

У меня есть отец и мать. У моего отца и у моей матери тоже, конечно, были отец и мать. Значит, восходя к 3-му поколению, я нахожу у себя 4 предков.

Каждый из моих двух дедов и каждая из моих двух бабушек также имели отца и мать. Следовательно в 4-м поколении у меня 8 прямых предков. Восходя к 5-му, 6-му, 7-му и т. д. поколениям назад, я нахожу, что число моих предков все возрастает, и притом чрезвычайно обильно. А именно:

Во 2-м	поколении	2	предка
В 3	»	4	»
4	»	8	»
5	»	16	»
6	»	32	»
7	»	64	»
8	»	128	»
9	»	256	»
10	»	512	»
11	»	1024	»
12	»	2048	»
13	»	4096	»
14	»	8192	»
15	»	16 384	»
16	»	32 768	»
17	»	65 536	»
18	»	31 072	»
19	»	262 144	»
20	»	524 288	»

Вы видите, что 20 поколений назад у меня была уже целая армия прямых предков, больше полумиллиона. И с каждым дальнейшим поколением это число удваивается.

Если считать, как обыкновенно принимается, по три поколения в столетие, то в начале нашей эры, 19 веков тому назад[1], на земле должно было жить несметное количество моих предков: можно вычислить, что число их должно заключать в себе 18 цифр!

Чем дальше в глубь веков, тем число моих предков должно возрастать. В эпоху первых фараонов численность их должна была доходить до умопомрачительной величины. В каменный век, предшествовавший египетской истории, моим предкам было уже, вероятно, тесно на земном шаре.

Но ведь и у вас, читатель, было столько же прямых предков. Прибавьте их к моим и присоедините еще предков всех своих знакомых, да прибавьте еще предков всех вообще людей, живущих ныне на земле, — и вы легко вообразите, в какой страшной тесноте жили наши предки: ведь для них буквально не хватало места на земном шаре!

Не укажете ли вы им выход из этого затруднительного положения?

Задача № 47

В ожидании трамвая

Три брата, возвращаясь из театра домой, подошли к рельсам трамвая, чтобы вскочить в первый же вагон, который подойдет. Вагон не показывался, и старший брат предложил подождать.

— Чем стоять здесь и ждать, — ответил средний брат, — лучше пойдем вперед. Когда вагон догонит нас, тогда и вскочим; а тем временем часть пути будет уже за нами — скорее домой приедем.

— Если уж идти, — возразил младший брат, — то не вперед по движению, а в обратную сторону: тогда нам, конечно, скорее попадется встречный вагон; мы раньше и домой прибудем.

Так как братья не могли убедить друг друга, то каждый поступил по-своему: старший остался ожидать на месте, средний пошел вперед, младший — назад.

Кто из трех братьев раньше приехал домой? Кто из них поступил благоразумнее?

Задача № 48

Куда девался гость?

Можно ли посадить 11 гостей на 10 стульев так, чтобы на каждом стуле сидело по одному человеку?

Вы думаете — нельзя? Нет, можно: надо только умеючи взяться за дело.

Поступите так. Первого гостя посадите на первый стул.

---

[1] Напоминаем, что текст написан в 1924 году (*примеч. ред.*).

Затем попросите 11-го гостя сесть временно на тот же первый стул.

Усадив этих двух гостей на первый стул, вы усаживаете:

3-го	гостя	на	2-й	стул
4-го	»	»	3-й	»
5-го	»	»	4-й	»
6-го	»	»	5-й	»
7-го	»	»	6-й	»
8-го	»	»	7-й	»
9-го	»	»	8-й	»
10-го	»	»	9-й	»

Как видите, остается свободным 10-й стул. На него вы и посадите 11-го гостя, который временно сидел на 1-м стуле.

Теперь вы счастливо вышли из затруднительного положения: у вас рассажены все 11 гостей на 10-ти стульях.

А все-таки: куда девался один гость?

Задача № 49

Без гирь

Вам принесли на дом 10 килограммов сливочного масла. Вы желаете купить всего только 5 килограммов. У одного из ваших соседей нашлись весы с коромыслом, но гирь нет ни у вас, ни у разносчика и ни у кого из соседей.

Можете ли вы без всяких гирь отвесить 5 килограммов от 10 килограммов?

Задача № 50

На неверных весах

Представьте себе, что, когда вы догадались, наконец, как отвесить масло без гирь, входит ваш сосед, ссудивший вам весы, и сообщает, что весы его очень ненадежны: на верность их полагаться нельзя.

Можете ли вы даже и на неверных весах, притом без гирь, отвесить правильно 5 килограммов от 10-килограммовой партии?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 41–50

Решение задачи № 41

На вопрос часового: «Зачем идешь?» — крестьянин дал такой ответ:

— Иду, чтобы быть повешенным вот на этой виселице.

Такой ответ поставил часового в тупик. Что он должен сделать с крестьянином? Повесить? Но тогда крестьянин сказал *правду*, за правдивый же ответ было приказано не вешать, а топить. Но и утопить нельзя: в таком случае крестьянин солгал, а за ложное показание предписывалось повесить.

Так часовой и не мог ничего поделать со сметливым крестьянином.

Решение задачи № 42

Вынимая жребий, осужденный поступил так: он вынул одну бумажку из ящика и, никому не показывая, разорвал ее. Судьи, желая установить, что было написано на уничтоженной бумажке, должны были извлечь из ящика оставшуюся бумажку: на ней была надпись *«Смерть»*. Следовательно, — рассуждали судьи, — на разорванной бумажке была надпись *«Жизнь»* (они ведь ничего не знали о заговоре).

Готовя невинно осужденному верную гибель, враги обеспечили ему спасение.

Решение задачи № 43

Приговор был таков: учителю в иске отказать, но предоставить ему право вторично возбудить дело на новом основании — именно на том, что ученик выиграл свою первую тяжбу. Эта *вторая* тяжба должна быть решена уже бесспорно в пользу учителя.

Решение задачи № 44

Солдаты сели... друг к другу на колени! Выстроились по кругу, и каждый сел на колени своего соседа. Вы думаете, что последнему солдату пришлось все-таки сидеть на болоте? Ничуть: при круговом расположении вовсе и нет этого «последнего» солдата: каждый опирается на колени своего соседа, и кольцо сидящих замыкается.

Если это представляется вам сомнительным, попробуйте с несколькими десятками товарищей устроить такое кольцо сидящих.

Вы сможете на деле убедиться, что изобретательный солдат нашел действительный, а не кажущийся выход из положения.

Решение задачи № 45

Пришлось сделать 6 следующих поездок:

1-я *поездка*. Оба мальчика подъезжают к противоположному берегу, и один из них привозит лодку к разведчикам (другой остается на том берегу).

2-я *поездка*. Мальчик, привезший лодку, остается на этом берегу, а в челнок садится первый солдат, который и переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с другим мальчиком.

3-я *поездка*. Оба мальчика переправляются через реку, и один из них возвращается с челноком.

4-я *поездка*. Второй солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком.

5-я *поездка* — повторение 3-й.

6-я *поездка*. Третий солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком, и дети продолжают свое прерванное катание по реке.

Теперь все три солдата находятся на другом берегу.

Решение задачи № 46

Нелепый результат, который мы получили, исчисляя своих предков, объясняется тем, что нами упущено из виду одно весьма простое обстоятельство. Мы не приняли в расчет, что наши отдаленные предки могут быть в кровном родстве между собой и, следовательно, иметь общих предков. Мой отец и моя мать, может, уже в 5-м или 6-м поколении назад имели общего деда, который, возможно, был и вашим предком, читатель. Это соображение разбивает все наши расчеты и уменьшает несметные полчища наших отдаленных предков до весьма скромной цифры, при которой не может быть речи о тесноте.

Решение задачи № 47

Младший брат, пойдя назад по движению, увидел идущий навстречу вагон и вскочил в него. Когда этот вагон дошел до места, где ожидал старший брат, последний вскочил в него. Немного спустя тот же вагон догнал шедшего впереди среднего брата и принял его. Все три брата очутились в одном и том же вагоне — и, конечно, приехали домой одновременно.

Однако благоразумнее всего поступил старший брат: спокойно ожидая на одном месте, он устал меньше других.

Решение задачи № 48

Исчезнувший гость — это *второй* гость, который был незаметно пропущен при распределении стульев: после 1-го и 11-го гостя мы сразу перешли к 3-му и следующим, миновав 2-го. Оттого-то нам и удалось разместить 11 гостей на 10 стульях, по одному человеку на каждом.

Решение задачи № 49

Задача сводится, в сущности, к тому, чтобы разделить 10 килограммов масла на две равные по весу части. Положите на каждую чашку по бумажному листу и накладывайте на них масло до тех пор, пока 10 килограммов не распределятся поровну между ними. Ясно, что теперь на каждой чашке ровно 5 килограммов, — если только весы правильны.

Решение задачи № 50

И на неверных весах можно достичь того же, но более сложным путем. Сначала надо разделить десять килограммов масла на две части так, чтобы они были *приблизительно* (на глаз) равны. Затем берут одну из этих частей, кладут на чашку весов, — на другую же чашку накладывают камешков или чего угодно до тех пор, пока чашки не будут уравновешены. Тогда снимают с чашки первую часть масла и вместо нее кладут вторую. Если окажется при этом, что чашки весов остаются на прежнем месте, то, значит, обе части масла равны, *так как заменяют одна другую по весу*. В таком случае, разумеется, каждая из них весит ровно 5 килограммов.

Если же чашки не будут на одном уровне, то надо от одного куска переложить немного масла на другой и повторять это до тех пор, пока обе порции не будут вполне заменять друг друга *на одной и той же чашке* весов.

Подобным же образом можно поступать на неверных пружинных весах: перекладывать масло из одного пакета в другой до тех пор, пока оба пакета не будут оттягивать указатель весов до одной и той же черты (хотя бы эта черта и не стояла против 5 килограммов).

ГЛАВА ШЕСТАЯ

ИСКУСНОЕ РАЗРЕЗАНИЕ И СШИВАНИЕ

Семь раз отмерь, а раз отрежь.

Задача № 51

Флаг морских разбойников

Вы видите здесь флаг морских разбойников. Двенадцать продольных полос на нем обозначают, что в плену у пиратов находятся 12 человек. Когда удается захватить новых пленных, пираты подшивают к флагу соответствующее

Рис. 41

число новых полос. Напротив, при утрате каждого пленного они сбавляют одну полосу.

На этот раз пираты потеряли двух пленных и, следовательно, должны перешить флаг так, чтобы полос было не 12, а 10.

Можете ли вы указать простой способ разрезать флаг на две такие части, чтобы после сшивания их получился флаг с 10 полосами? При этом не должно пропасть ни клочка материи и флаг должен сохранить прямоугольную форму.

Задача № 52

Красный крест

У сестры милосердия имелся квадратный кусок красной материи, из которого нужно было сшить крест. Она хотела так перешить квадрат, чтобы ни один кусок красной материи не пропал. После долгих поисков ей удалось разрезать квадрат всего на 4 куска, из которых она и сшила крест. В нем было всего два шва, каждый в виде прямой линии.

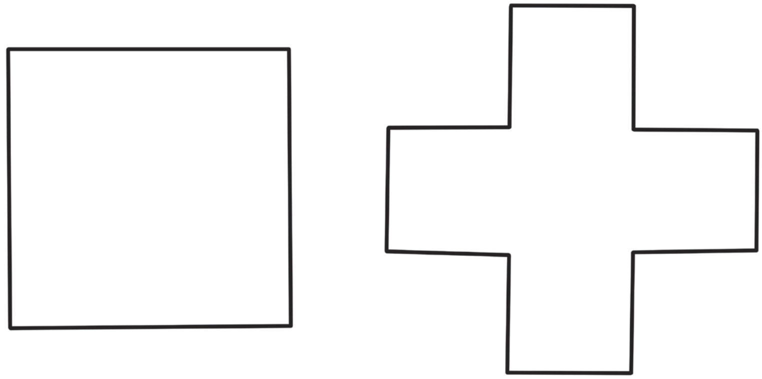


Рис. 42

Попробуйте сделать то же самое из квадратного куска бумаги.

Задача № 53

Из лоскутков

У другой сестры милосердия были такие обрезки красной материи, какие изображены на рисунке 43-м.

Сестра ухитрилась, не разрезав этих лоскутьев, сшить из них крест. Как?

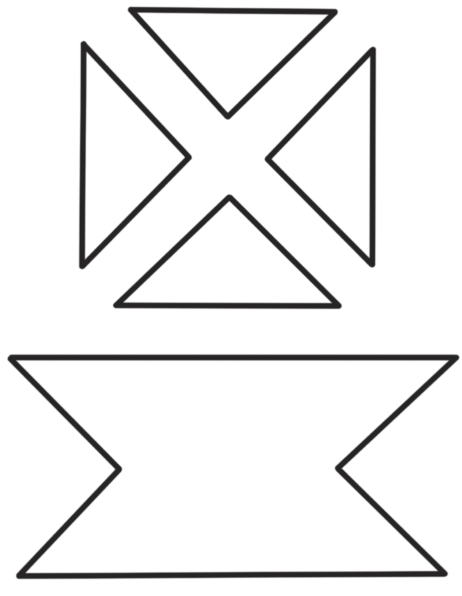


Рис. 43

Задача № 54

Два креста из одного

У третьей сестры милосердия имелся готовый красный крест из материи; но крест был чересчур велик, и она вырезала из него другой, поменьше, так, что новый был весь из одного куска материи.

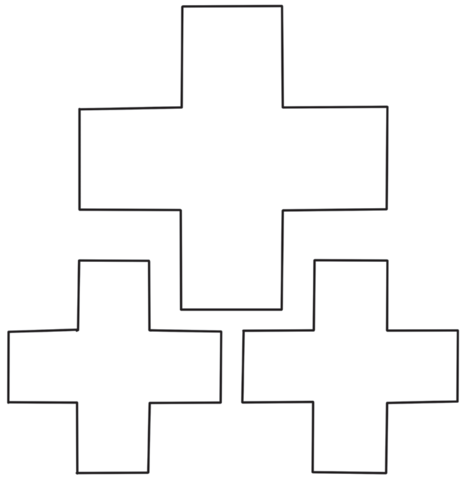


Рис. 44

Когда крест был вырезан, сестра, собирая обрезки — их оказалось всего 4, — заметила, что из них можно, не разрезая ни одного лоскутка, прямо сшить еще один крест, и притом точно такой же величины.

Таким образом, вместо одного креста у нее оказалось два поменьше, одинаковой величины: один цельный, другой составной.

Можете ли вы указать, как сестра это сделала?

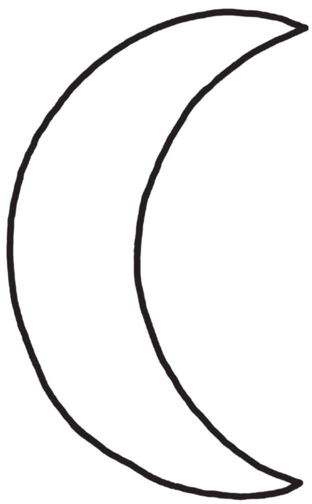


Рис. 45

Задача № 55

Лунный серп

Эту фигуру лунного серпа требуется разделить на 6 частей, проведя всего только 2 прямые линии.

Как это сделать?

Задача № 56

Деление запятой

Вы видите здесь широкую запятую (рис. 46). Она построена очень просто: на прямой *AB* описан полукруг, и затем на каждой половине линии *AB* описаны полукруги — один вправо, другой влево.

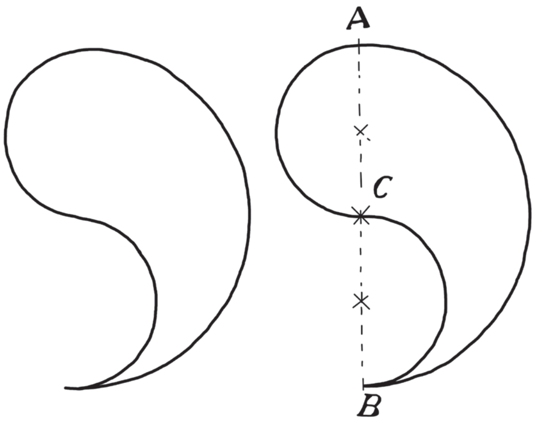


Рис. 46

Задача состоит в том, чтобы разрезать эту фигуру одной кривой линией на две совершенно одинаковые части.

Фигура эта интересна еще и тем, что из двух таких фигур можно составить круг. Как?

Задача № 57

Развернуть куб

Если вы разрежете картонный куб вдоль ребер так, чтобы его можно было разогнуть и положить всеми 6 квадратами на стол, то получите фигуру вроде трех следующих:

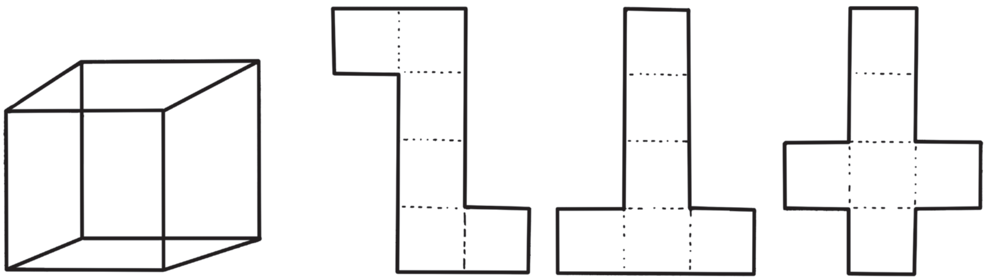


Рис. 47

Любопытно сосчитать: сколько *различных* фигур можно получить таким путем? Другими словами: сколькими способами можно развернуть куб на плоскости?

Предупреждаю нетерпеливого читателя, что различных фигур не менее десяти.

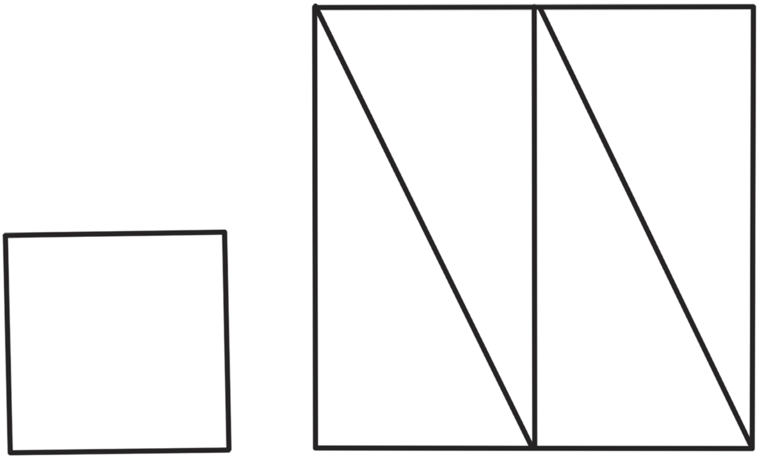


Рис. 48

Задача № 58

Составить квадрат

Можете ли вы составить квадрат из 5 кусков бумаги такой формы (рис. 48)?

Если вы догадались, как решить эту задачу, попробуйте составить квадрат из пяти одинаковых треугольников такой же формы, как те, с которыми вы сейчас имели дело (один катет вдвое длиннее другого). Вы можете разрезать один треугольник на две части, но остальные 4 должны идти в дело неразрезанными.

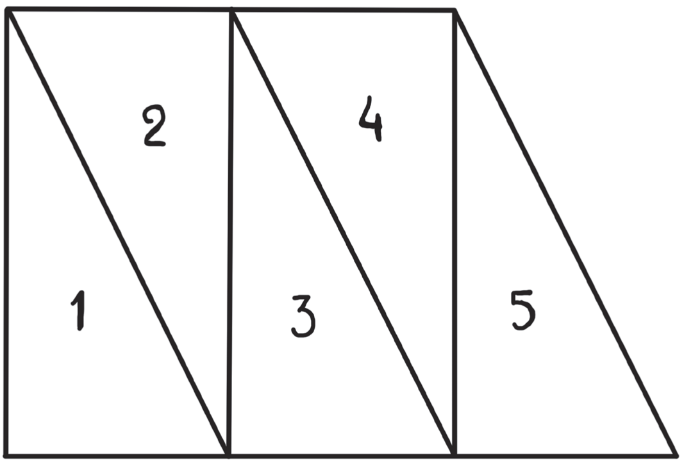


Рис. 49

Задача № 59

Четыре колодца

На квадратном участке земли имеются четыре колодца: три рядом, близ края участка, и один в углу.

Участок перешел к четырем арендаторам, которые и решили разделить его между собой, но так, чтобы у всех были участки совершенно одинаковой формы и чтобы на каждом из них находился колодец.

Можно ли это сделать?

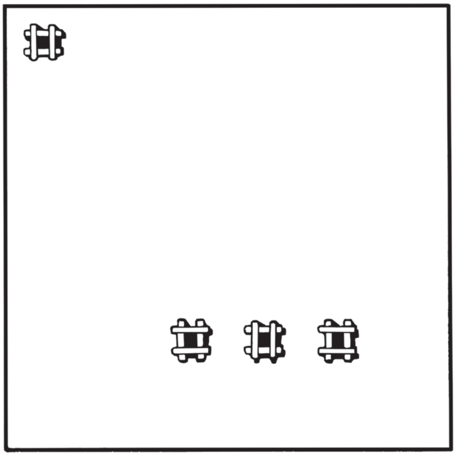


Рис. 50

Задача № 60

Куда девался квадратик?

В заключение наших занятий с разрезанием фигур покажу читателю интересный пример разрезания, при котором неизвестно куда исчезает кусочек фигуры.

На клетчатой бумаге вычерчиваю квадрат, заключающий в себе 64 маленьких квадратика. Затем провожу косую линию слева направо, начиная с той точки, где вверху сходятся первый и второй квадратики, и кончая

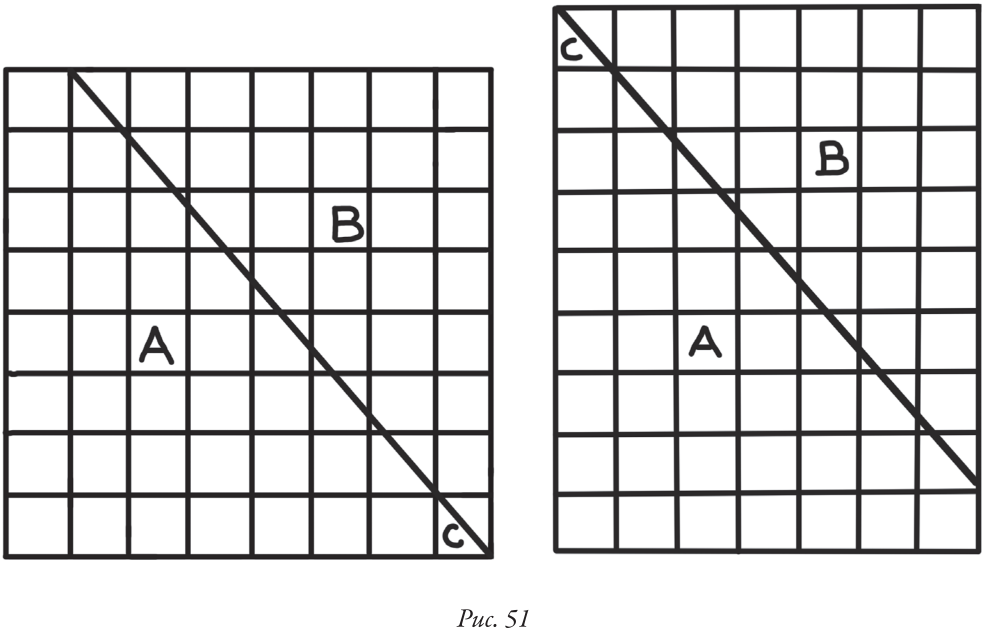


Рис. 51

правым нижним углом большого квадрата. Противоположный конец этой косой линии разрежет пополам последний квадратик справа, и в нем образуются два треугольничка. Нижний треугольничек обозначим буквой *C*. Всю левую часть чертежа обозначим буквой *A*, а правую — буквой *B*. Теперь разрезаю чертеж по косой линии и двигаю правую часть косо вверх по разрезу так, чтобы эта часть поднялась на один ряд квадратиков. Вверху окажется при этом маленький пустой треугольничек, а внизу направо будет выдаваться треугольничек *C*. Беру ножницы, отрезаю выступающий маленький треугольничек *C* и помещаю его вверху — там, где остался незанятый треугольник.

Он приходится сюда как раз впору.

Теперь у нас получается прямоугольник, имеющий 7 квадратиков в высоту и 9 квадратиков в ширину. Но $7 \times 9 = 63$. Значит, наш прямоугольник заключает теперь всего 63 квадратика, между тем как прежде их было 64.

Куда же девался один квадратик?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 51–60

Решение задачи № 51

Нужно разрезать флаг по ступенчатой линии, обозначенной здесь на рисунке.

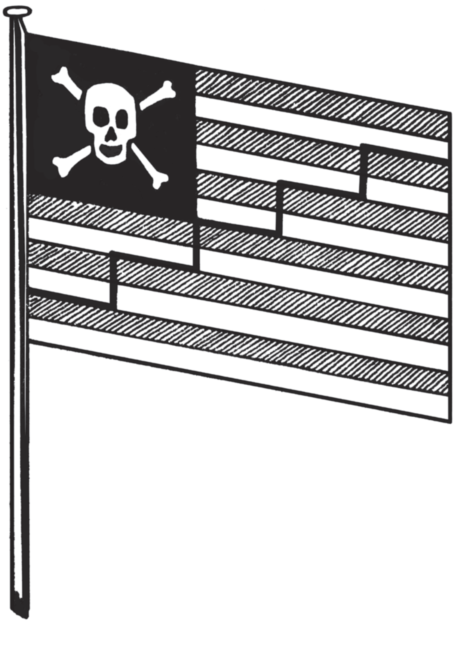


Рис. 52

Теперь остается только передвинуть нижнюю часть флага вверх на одну ступеньку и сшить. Получится флаг уже не с 12 полосами, а с 10-ю. Он стал более продолговатым, но ни одного клочка материи не убавилось.

Решение задачи № 52

Сестра разрезала квадратный кусок материи на 4 части следующим образом (пунктиром показано, как она намечала линии разреза: от вершин квадрата к середине сторон).

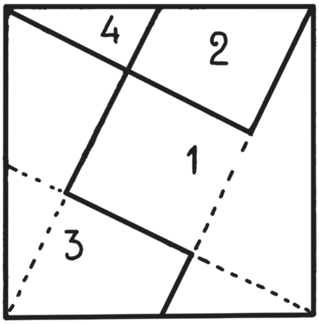


Рис. 53

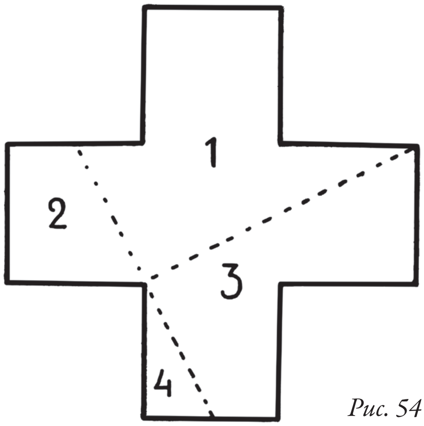


Рис. 54

Из этих 4 кусков сестра сшила крест (рисунок 54).
Как видите, в нем всего два шва.

Решение задачи № 53

Вот как сестра сшила крест из обрезков:

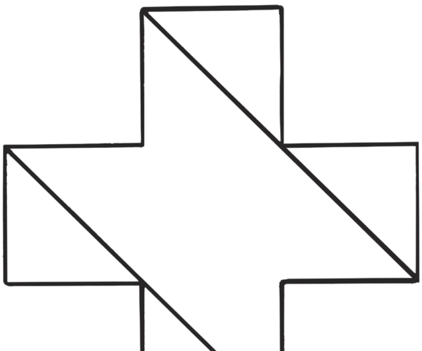


Рис. 55

Решение задачи № 54

Способ, каким сестра вырезала малый крест из большого и составила еще один крест из обрезков, показан здесь на чертежах:

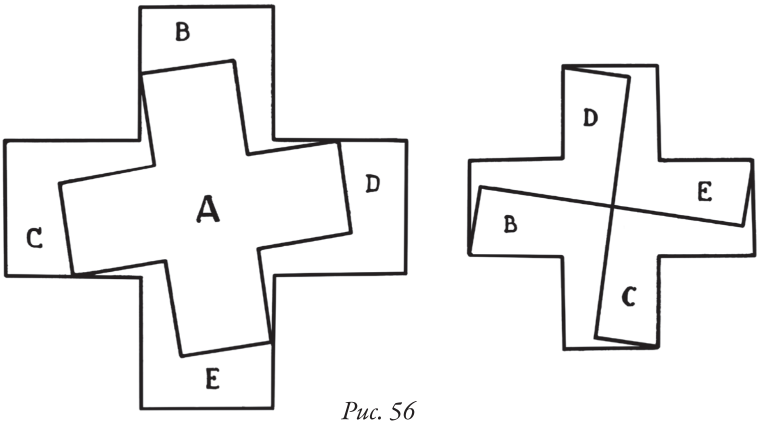


Рис. 56

Решение задачи № 55

Сделать надо так, как показано на прилагаемом чертеже 57. Получаются 6 частей, которые для наглядности перенумерованы.

Решение задачи № 56

Решение видно из прилагаемого чертежа 58-го. Обе части разделенной «запятой» равны между собой, потому что составлены из одинаковых частей.

Рисунок 59-й показывает, как составить круг из двух «запятых» — белой и черной.

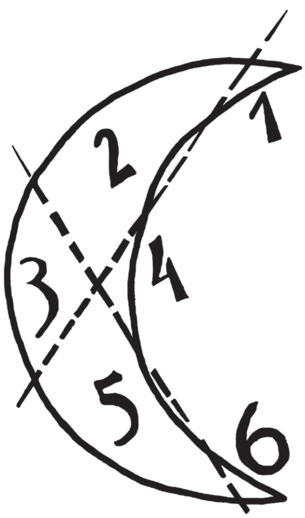


Рис. 57

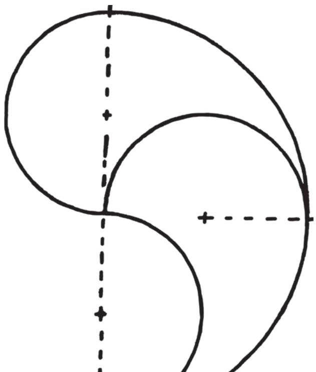


Рис. 58

Рис. 59

Решение задачи № 57

Вот все различные развертки куба. Их 10:

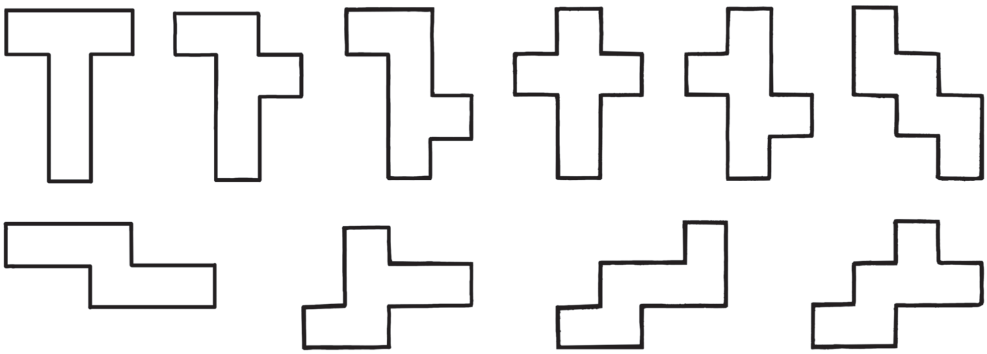


Рис. 60

Фигуры 1-ю и 5-ю можно повернуть; это прибавляет еще две развертки, и тогда общее число их будет не 10, а 12.

Решение задачи № 58

Решение первой задачи видно из чертежа 61-го.

А вот как составляется квадрат из 5 треугольников (рис. 62). Один предварительно разрезают, как показано на чертеже 62-м внизу.

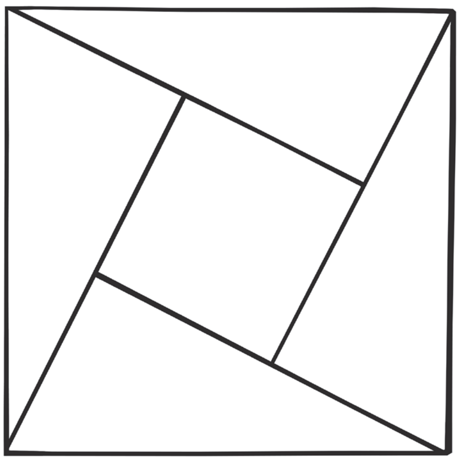


Рис. 61

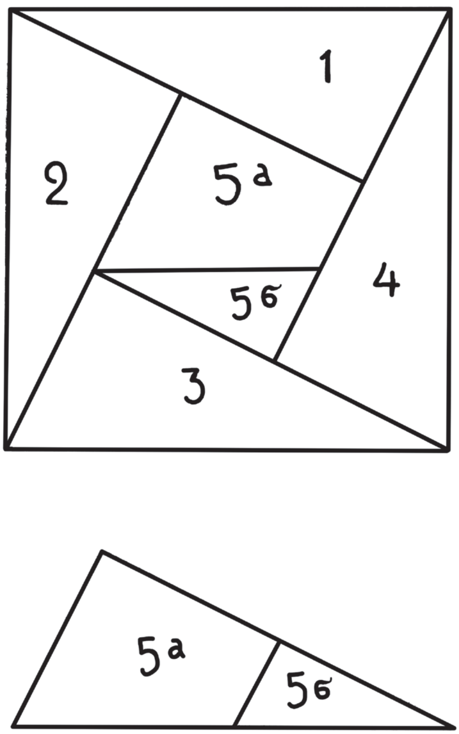


Рис. 62

Решение задачи № 59

Способ размежевания земли между 4-мя арендаторами обозначен сплошными линиями на чертеже:

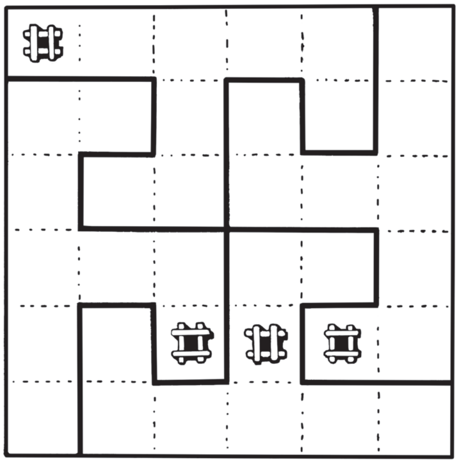


Рис. 63

Участки получаются довольно причудливой формы, — но зато у всех четырех арендаторов они совершенно одинаковы, и у каждого есть колодец.

Решение задачи № 60

Секрет непонятного исчезновения 64-го квадратика открывается сразу, если тщательнее исполнить чертеж.

Вглядитесь пристально в приложенный здесь чертеж: вы заметите, что прямоугольник вовсе не составлен из 64 квадратов, как кажется при неотчетливо исполненном чертеже. Те «квадраты», которые расположены вдоль косой линии разреза, совсем не квадраты: каждая из этих фигур по площади немного более соответствующего квадратика, и из суммы этих избытков слагается недостающая площадь будто бы исчезнувшего квадратика.

Подтасовка выступит яснее, если разграфить фигуру не на 64 квадратика, а всего на 4 × 4 = 16 квадратиков. Наоборот, чем на большее число частей разграфлена фигура, тем труднее уловить ошибку.

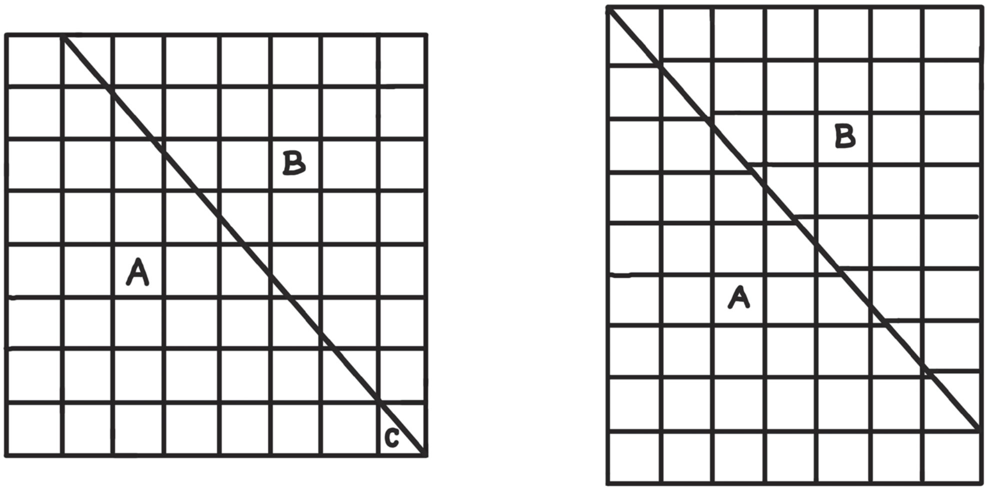


Рис. 64

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ДЕСЯТЬ ЗАМЫСЛОВАТЫХ ЗАДАЧ

Задача № 61

Дешевый сторож

Арендатору большого фруктового сада понадобилось на целые сутки отлучиться как раз в ту пору, когда яблоки поспели и представляли наибольший соблазн для любителей полакомиться на чужой счет. Необходимо было нанять на эти сутки сторожа. Скупой арендатор долго выбирал сторожа подешевле, пока не напал на такого, который вовсе не просил денег, а довольствовался уплатой яблоками. Это понравилось арендатору.

— Понадобится сторожить целые сутки без смены и перерыва, никуда не отлучаясь. Поспать успеете потом, когда отдежурите.

— Хорошо, буду без смены. Но платить вам придется не ровно: за каждый следующий час вдвое против предыдущего.

— Это бы можно; но сколько же вы хотите за первый час?

— Уж чего меньше: одно яблоко за первый час дадите, и достаточно. За второй — два яблока положите, и довольно. За третий — четыре, и хватит. За четвертый...

— Ладно, — поспешил согласиться арендатор. «Если этот чудак так же честен, как нерасчетлив, то я, кажется, сделал выгодное дело: за несколько десятков яблок достал сторожа на целые сутки», — подумал он, уходя.

Сторож был нанят, и арендатор спокойно уехал, радуясь тому, что на свете есть люди, не умеющие считать.

Когда спустя сутки арендатор возвратился к своему саду, он увидел у ворот телегу, на которую его сторож ссыпал один мешок яблок за другим.

— Это что такое! — накинулся на него арендатор. — Я нанимал вас сторожить, а не грабить. Куда увозите мои яблоки?

— Были ваши, теперь мои, — спокойно ответил сторож. — Забыли, небось, уговор?

— Уговор? Да разве по нашему уговору вам за одни сутки следует яблок целый воз? Считать не умеете...

— И не один воз следует. Сами считать не умеете.

— Не один воз! Что за вздор! Уж не все ли яблоки моего сада?

— Не только вашего. Во всем городе не закупите яблок, чтобы со мной расплатиться. Возов тысячи три понадобится, не меньше.

— Три тысячи возов яблок? За одни сутки? Ничего не понимаю...

А вы, читатель, понимаете? Кто из них считать не умел: сторож или арендатор? А может быть, ни тот, ни другой?

Задача № 62

Крестьянка и паровоз

Железнодорожный машинист задолжал крестьянке за молоко и уклонялся от платежа. Молочница долго ждала и наконец придумала, что делать.

Однажды, когда пары были уже разведены и поезд должен был тронуться, она стала у паровоза и заявила машинисту:

— Отдавай сейчас долг, иначе не пущу поезда!

Машинист, разумеется, только усмехнулся, услыхав такую угрозу.

Но женщина не шутя намеревалась остановить поезд.

И что же? Машинист пустил в ход машину, но паровоз ни с места. Машина работает, а поезд стоит, словно заколдованный.

— Отдай деньги — пущу поезд! — с торжеством объявила крестьянка.

Пришлось машинисту заплатить долг полностью; тогда только поезд тронулся.

В чем же состояло «колдовство» молочницы и как оно было ею снято?

Задача № 63

Путешествие шмеля

Шмель отправляется в дальнее путешествие. Из родного гнезда он летит прямо на юг, пересекает речку и, наконец, после целого часа пути спускается на косогор, покрытый душистым клевером. Здесь, перелетая с цветка на цветок, шмель остается полчаса.

Теперь надо посетить сад, где шмель вчера заметил цветущие кусты крыжовника. Сад лежит на запад от косогора, и шмель спешит прямо туда. Спустя ¾ часа он был уже в саду. Крыжовник в полном цвету, и, чтобы посетить все кусты, понадобилось шмелю полтора часа.

А затем, не отвлекаясь в стороны, шмель кратчайшей дорогой полетел домой, в родное гнездо.

Сколько времени шмель пробыл в отсутствии?

Задача № 64

Ящик

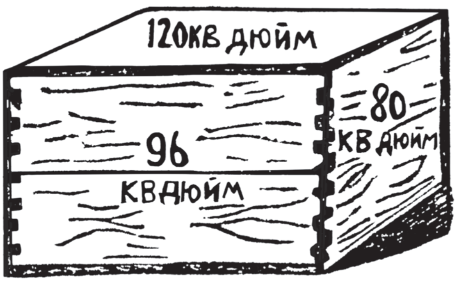


Рис. 65

У меня есть ящичек, и я могу вам сказать, что крышка его заключает 120 квадратных дюймов, передняя стенка — 96 кв. дюймов и боковая — 80 кв. дюймов.

Можете ли вы определить, каковы размеры моего ящичка, т. е. сколько он имеет в длину, ширину и высоту?

Задача № 65

Две цепи

Найдены два обрывка железной цепи, составленные из одинаковых звеньев. Один обрывок, будучи растянут, занимает в длину 36 сантиметров, другой — 22 сантиметра. Толщина кольца — полсантиметра. В длинной цепи на 6 звеньев больше, чем в короткой.

Сколько звеньев в каждом обрывке?

Задача № 66

Мешки с мукой

Мельнику надо было взвесить 5 мешков с мукой. У него были весы, но не хватало некоторых гирь, и невозможно было отвесить груз меньше чем 100 килограммов. Мешки же весили около 60 килограммов каждый.

Мельник не растерялся и стал взвешивать мешки по два, парами. Из 5 мешков можно составить 10 различных пар; поэтому пришлось сделать 10 взвешиваний. Получился ряд чисел, который приведен здесь в возрастающем порядке:

110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг,
116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг и 121 кг.

Но сколько же весит каждый мешок в отдельности? Как это узнать?

Мельник справился с этой задачей довольно быстро.

Вероятно, и вы догадаетесь, как она решается.

Задача № 67

Три дочери и два сына

Дядя приехал навестить своих двух племянников и трех племянниц, которых не видал уже давно.

Первыми вышли к нему маленький Володя с сестренкой Женей, и мальчуган гордо объявил дяде, что он в два раза старше своей сестры.

Затем выбежала Надя, и вошедший с нею папа сказал гостю, что обе девочки вместе вдвое старше мальчика.

Когда пришел из школы Алеша, папа объявил, что оба мальчика вместе вдвое старше обеих девочек вместе.

Позднее всех пришла Лида и, увидя гостя, радостно воскликнула:

— Дядя, вы приехали как раз в день моего рождения! Мне сегодня исполнился 21 год!

— И знаете еще что, — прибавил отец, — я сейчас сообразил, что мои три дочери вместе вдвое старше обоих моих сыновей.

Сколько же лет было каждому сыну и каждой дочери?

Задача № 68

Две свечи

Внезапно погас электрический свет во всей квартире — испортились провода. Чтобы не прерывать работы, я зажег две свечи, стоявшие на всякий случай на моем письменном столе, и при их свете занимался до тех пор, пока проводка не была приведена в исправность.

Спустя день мне понадобилось узнать, на сколько именно времени было прервано электрическое освещение. Я забыл отметить по часам момент прекращения тока и момент его возобновления. Не помнил я и длины свеч. Знаю только, что одна свеча была потолще, — из тех, что сгорают целиком в 5 часов; другая была потоньше и могла бы сгореть в 4 часа. Ищу огарки — и не нахожу: домашнее выбросили их.

— Какой же они были длины? — спрашиваю у них.

— Один был совсем маленький, а другой побольше.

— Во сколько же раз больше? Вдвое?.. Не помните ли этого? — допытывался я.

— Ровно в четыре раза, — получил я ответ.

Итак, я узнал только то, что один огарок был в 4 раза длиннее другого. Возможно ли на этом основании определить, сколько времени горели свечи?

Задача № 69

Девятьсот поклонов

В одной школе обучалось вдвое больше девочек, чем мальчиков. Заведующий ввел обычай, чтобы ежедневно поутру каждый мальчик делал поклон заведующему, каждому из своих товарищей-мальчиков и каждой девочке; каждая девочка тоже должна была делать поклон заведующему, каждой подруге и каждому мальчику.

Этот церемонный обычай строго соблюдался, и потому ежедневно утром можно было насчитать 900 поклонов.

Сколько было в школе мальчиков и девочек?

Задача № 70

Наследство раджи

Некий раджа, умирая, оставил свои брильянты сыновьям. Завещание было составлено так: старший сын получает 1 брильянт и седьмую долю всех остальных; второй сын получает 2 брильянта и седьмую долю всех остальных; третий сын получает 3 брильянта и седьмую долю всех остальных; четвертый — 4 брильянта и седьмую долю остальных. И т. д. Таким образом наследство было разделено между сыновьями без остатка.

Сколько сыновей было у раджи и сколько он оставил брильянтов?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 61–70

Решение задачи № 61

Сторож рассчитал совершенно правильно: ему действительно следовало даже более трех тысяч возов яблок, — как это ни невероятно.

В самом деле. Проследим, как возрастало вознаграждение сторожа с каждым часом.

За 1-й час сторожу следовало 1 яблоко, за 2-й час — 2 яблока, за 3-й — 4 яблока, за 4-й — 8, за 5-й — 16, за 6-й — 32, за 7-й — 64, за 8-й — 128, за 9-й — 256, за 10-й — 512.

Пока еще вознаграждение как будто не грозит арендатору разорением: за первые 10 часов сторожу причиталось всего около полутысячи яблок.

Но будем продолжать исчисление.

За 11-й час сторожу следовало 1024 яблока, за 12-й — 2048, за 13-й — 4096, за 14-й — 8192, за 15-й — 10 384.

Число яблок накопляется внушительное, но все же это далеко от трех тысяч возов.

Дальше. За 16-й час уже следовало 32 768 яблок.

За 17-й час следовало 65 536 яблок.
За 18-й » » 131 072 »
За 19-й » » 262 144 »
За 20-й » » 524 288 »

Арендатор уже должен сторожу свыше полумиллиона яблок. Но сутки не кончены — остается еще 4 часа.

За 21-й час надо было уплатить 1 048 576 яблок.
За 22-й » » » » 2 097 152 »
За 23-й » » » » 4 194 304 »
За 24-й » » » » 8 388 608 »

Теперь остается сложить все эти числа от 1 до 8 388 608. Составится 16 777 215 яблок. Итак, сторожу за одни сутки следовало согласно уговору *почти 17 миллионов яблок*! Чтобы только пересчитать такое число яблок по одному в секунду, понадобилось бы *полгода непрерывного счета*! Полагая по 10 яблок на килограмм, получаем, что все причитающиеся сторожу яблоки должны были весить 1 677 721 килограммов, или 1677 тонн.

Это составило бы вагонов 80, груженных яблоками, или — считая по полтонны на воз — свыше 3000 возов.

Не правда ли, можно было найти сторожа и подешевле?

Решение задачи № 62

Крестьянка остановила поезд тем, что смазала маслом рельсы впереди паровоза. По скользким рельсам не могут катиться колеса паровоза; они вертятся на одном месте, но не катятся вперед, так как нет трения, благодаря которому колеса словно цепляются за рельсы. Вспомните, как трудно ходить по гладкому льду: ноги скользят, не находя опоры, и мы не можем сдвинуться с места. По той же причине не может сдвинуться и паровоз на скользких рельсах.

Когда же машинист уплатил долг, крестьянка «сняла колдовство», посыпав смазанные рельсы песком.

История эта, конечно, могла произойти только в давнее время; на современных паровозах имеются особые песочницы, из которых машинист с помощью особого приспособления высыпает песок на рельсы, когда они становятся скользкими, например, от дождя.

Решение задачи № 63

Задача решалась бы очень просто, если бы было сказано, сколько времени понадобилось шмелю на перелет из сада в родное гнездо. Этого в задаче не сказано, — но геометрия поможет нам самим узнать это.

Начертим путь шмеля. Мы знаем, что шмель летел сначала «прямо на юг» в течение 60-ти минут. Затем он летел 45 минут «на запад», т. е. под прямым углом к прежнему пути. Оттуда «кратчайшей дорогой», т. е. по прямой линии, — обратно к гнезду. У нас получился прямоугольный треугольник *ABC*, в котором известны оба «катета», *AB* и *BC*, и надо определить третью сторону, — «гипотенузу» *AC*.

Геометрия учит, что если какая-нибудь величина содержится в одном катете 3 раза, а в другом — 4 раза, то в третьей стороне — гипотенузе — та же величина должна содержаться ровно пять раз.

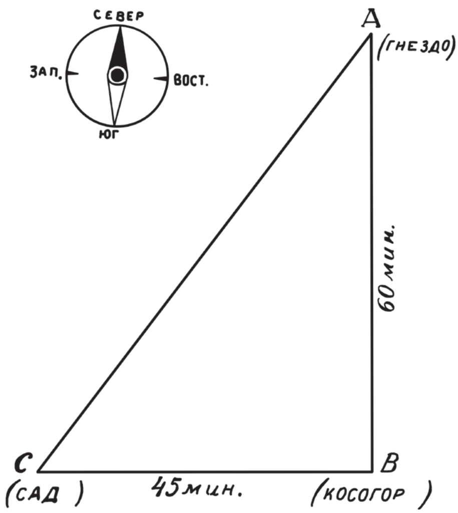


Рис. 66

Например, если катеты треугольника равны 3 и 4 метрам, то гипотенуза = 5 м; если катеты 9 и 12 километров, то третья сторона = 15 км, и т. п.

В нашем случае один катет 3 × 15 минут пути, другой — 4 × 15 минут пути; значит, гипотенуза *AC* = 5 × 15 минут пути. Итак, мы узнали, что из сада к гнезду шмель летел 75 минут, т. е. 1¼ часа.

Теперь легко уже подсчитать, сколько времени пробыл шмель в отсутствии. На перелеты он употребил времени:

1 час + ¾ часа + 1¼ часа = 3 часа.

На остановки у него ушло времени:

½ часа + 1½ часа = 2 часа.

Итого: 3 часа + 2 часа = 5 часов.

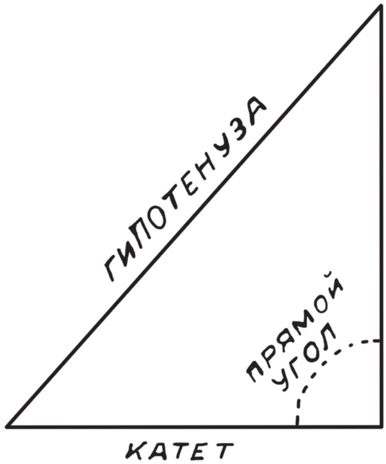


Рис. 67. Сторона, лежащая в треугольнике против прямого угла, называется гипотенузой, а остальные две стороны — катетами.

Решение задачи № 64

Поверхность крышки равна произведению длины ящика на его ширину; поверхность боковой стенки = высоте × ширину; поверхность передней стенки = высоте × длину. Следовательно мы знаем, что

длина × ширину = 120;
высота × ширину = 80;
высота × длину = 96.

Перемножим первые два равенства. Получим:

длина × высоту × ширину × ширину = 120 × 80.

Разделим это новое равенство на 3-е:

$$\frac{\text{длина} \times \text{высоту} \times \text{ширину} \times \text{ширину}}{\text{длина} \times \text{высоту}} = \frac{120 \times 80}{96}.$$

Сократив дробь и произведя действия, имеем:

ширина × ширину = 100.

И, следовательно, ширина ящика = 10 см.
Зная это, легко определить, что высота ящика =

$$\frac{80}{10} = 8 \text{ см, а длина} = \frac{96}{8} = 12 \text{ см.}$$

Решение задачи № 65

Вы не решите этой простой задачи, если не уясните себе сначала, из чего составляется длина цепи. Всмотритесь в чертеж:

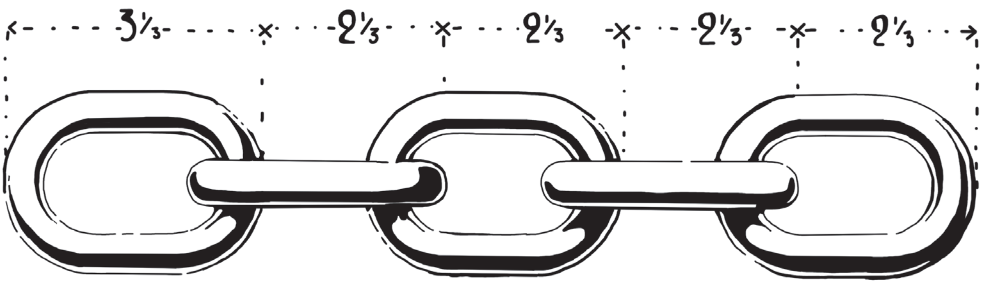


Рис. 68

Вы видите, что длина натянутой цепи составляется из полной ширины первого звена, к которой с присоединением каждого нового звена прибавляется не полная ширина звена, а *ширина без двойной толщины* звена.

Теперь перейдем к нашей задаче.

Мы знаем, что одна цепь длиннее другой на 14 сантиметров и имеет на 6 звеньев больше ее. Разделив 14 на 6, мы получаем 2⅓. Это и есть ширина одного звена, уменьшенная на двойную его толщину. Так как толщина кольца известна — полсантиметра, — то, следовательно, полная ширина каждого звена = 2⅓ + ½ + ½ = 3⅓ сантиметра.

Теперь легко определить, из скольких звеньев состояла каждая цепь. Из чертежа видно, что если мы отнимем от 36-сантиметровой цепи двойную толщину первого звена, т. е. 1 сантиметр, и остальное разделим на 2⅓, то получим число звеньев в этой цепи:

$$35 : 2\tfrac{1}{3} = 15.$$

Точно так же узнаем число звеньев в 22-дюймовой цепи:

$$21 : 2\tfrac{1}{3} = 9.$$

Решение задачи № 66

Мельник начал с того, что сложил все 10 чисел. Полученная сумма, 1156 килограммов, — не что иное, как учетверенный вес мешков: ведь в нее вес каждого мешка входит 4 раза. Разделив на 4, узнаем, что все пять мешков вместе весят 289 килограммов.

Теперь для удобства обозначим мешки, в порядке их веса, номерами. Самый легкий мешок — это № 1, второй по тяжести — № 2 и т. д.; самый тяжелый мешок — № 5. Нетрудно сообразить, что в ряде чисел: 110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг, 116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг — первое число составилось из веса двух самых легких мешков № 1 и № 2; второе число — из веса № 1 и № 3. Последнее число составилось из веса двух самых тяжелых мешков № 4 и № 5, а предпоследнее — из № 3 и № 5. Итак:

№ 1 и № 2	вместе	весят	110 кг
№ 1 и № 3	»	»	112 »
№ 3 и № 5	»	»	120 »
№ 4 и № 5	»	»	121 »

Легко узнать, следовательно, сумму весов № 1, № 2, № 4 и № 5: она равна 110 кг + 121 кг = 231 кг. Вычтя это число из общей суммы веса всех мешков (289 кг), получаем вес мешка № 3, именно — 58 килограммов.

Дальше, из суммы веса мешков № 1 и № 3, т. е. из 112, вычитаем известный уже нам вес мешка № 3; получается вес мешка № 1:

$$112 \text{ кг} - 58 \text{ кг} = 54 \text{ кг}.$$

Точно так же узнаем вес мешка № 2, вычтя 54 кг из 110 кг, т. е. из суммы веса мешков № 1 и № 2. Получаем: вес мешка № 2 равен

$$110 \text{ кг} - 54 \text{ кг} = 56 \text{ кг}.$$

Из суммы весов мешков № 3 и № 5, т. е. из 120, вычитаем вес мешка № 3, который равен 58 кг; узнаем, что мешок № 5 весит

$$120 \text{ кг} - 58 \text{ кг} = 62 \text{ кг}.$$

Остается определить вес мешка № 4 из суммы № 4 и № 5, т. е. из 121 кг. Вычтя 62 из 121, узнаем, что мешок № 4 весит 59 кг.

Итак, вот вес мешков:

54 кг, 56 кг, 58 кг, 59 кг, 62 кг.

Решение задачи № 67

Мы знаем, что Володя вдвое старше Жени, а Надя и Женя вместе вдвое старше Володи. Значит, годы Нади и Жени вместе *вчетверо* больше, чем годы Жени. Отсюда прямо следует, что

Надя старше Жени в 3 раза.

Далее, мы знаем, что сумма лет Алеши и Володи вдвое больше суммы лет Нади и Жени. Но возраст Володи есть удвоенный возраст Жени, а годы Нади и Жени вместе есть учетверенный возраст Жени. Следовательно, годы Алеши + удвоенный возраст Жени = 8-кратному возрасту Жени. То есть:

Алеша старше Жени в 6 раз.

Наконец, нам известно, что сумма возрастов Лиды, Нади и Жени равна сумме возрастов Володи и Алеши.

Имея перед глазами табличку:

Лиде — 21 год.
Надя — в 3 раза старше Жени,
Володя — в 2 раза старше Жени,
Алеша — в 6 раз старше Жени,

мы можем сказать, что 21 год + утроенный возраст Жени + возраст Жени = = 4-кратному возрасту Жени + 12-кратному возрасту Жени.

Или: 21 год + 4-кратный возраст Жени = 16-кратному возрасту Жени.

Значит, 21 год = 12-кратному возрасту Жени и, следовательно, Жене 21 : 12 = 1¾ года.

Теперь уже легко определить, что Володе 3½ года, Наде — 5¼ года и Алеше — 10½ лет.

Решение задачи № 68

Для ясности нарисуем рядом две свечи — толстую, которая может сгореть в 5 часов, и тонкую, которая может сгореть в 4 часа. Заштрихуем те части обеих свечей, которые сгорели, огарки же оставим незаштрихованными. Легко сообразить, что длина сгоревшей части тонкой свечи должна составлять 5/4 длины сгоревшей части толстой свечи; другими словами, заштрихованный избыток тонкой свечи составляет по длине ¼ сгоревшей части толстой свечи. Но в то же время длина этого избытка = ¾ длины толстого огарка. Другими словами, мы узнали, что ¾ длины толстого огарка равны ¼ длины сгоревшей части толстой свечи. Значит, 4/4 его (т. е. весь огарок) составляет

$$\frac{1}{4}\times\frac{4}{3}=\frac{1}{3}\text{ толстой свечи.}$$

Итак, огарок толстой свечи составляет ⅓ сгоревшей части или ¼ всей длины свечи. Сгорело, следовательно, ¾ толстой свечи. А так как вся свеча могла сгореть в 5 часов, то ¾ ее горело в продолжение

$$\frac{5\times 3}{4}=\frac{15}{4}=3\tfrac{3}{4}\text{ часа.}$$

Ответ: свечи горели 3¾ часа.

Решение задачи № 69

Каждый ученик или ученица ежедневно раскланивались со всеми остальными школьниками и с заведующим. С самим собою, конечно, не раскланивались, зато делали поклон заведующему, так что каждый школьник и школьница делали ежедневно столько поклонов, сколько было детей в школе. Значит, все дети вместе делали ежедневно столько поклонов, сколько составится от умножения их общего числа самого на себя.

Итак, мы знаем, что 900 — это число детей, умноженное само на себя. Какое же число, умноженное на себя, составит 900? Очевидно, 30. А как как девочек было вдвое больше, чем мальчиков, то из 30 детей было 20 девочек и 10 мальчиков.

Проверим это. Девочки делают подругам 19 × 20 = 380 поклонов и мальчикам 20 × 10 = 200 поклонов. Мальчики мальчикам 9 × 10 = 90, девочкам 10 × 20 = 200. Итого 380 + 200 + 90 + 200 = 870 поклонов. Присоединив еще 30 поклонов заведующему, имеем ровно 900.

Решение задачи № 70

Задачу надо решать с конца. Самый младший сын получил столько брильянтов, сколько было сыновей, и еще $1/7$ остальных; но так как остатка никакого не было, то младший сын получил столько брильянтов, сколько было всех сыновей. Далее: предыдущий сын получил брильянтов на один меньше, чем было сыновей, да еще $1/7$ остальных брильянтов. Значит, то, что получил самый младший, есть 6 седьмых долей этого «остального» (а все «остальное» есть 7 седьмых).

Отсюда вытекает, что *число брильянтов самого младшего сына должно делиться на 6 без остатка*. Попробуем допустить, что их было 6, и испытаем, подходит ли это число.

Если младший сын получил 6 брильянтов, то значит, он был шестой сын, и всех сыновей было 6. Пятый сын получил 5 брильянтов + $1/7$ от 7, т. е. 5 + 1 = 6. Далее: 12 камней есть $6/7$ оставшегося после *четвертого* сына; полный остаток — 14 камней, и четвертый сын получил 4 + $1/7$ от 14 = 6.

Вычисляем остаток после *третьего* сына: 18 есть $6/7$ этого остатка; значит, полный остаток — 21. На долю *третьего* сына досталось

$$3 + 1/7 \text{ от } 21 = 6.$$

Точно так же узнаем, что на долю второго и первого сына досталось тоже по 6 камней.

Итак, у раджи было 36 брильянтов и 6 сыновей.

Мы испытали число 6 и нашли, что оно удовлетворяет условиям задачи. Испытав 12, 18 и 24, убедимся, что эти числа не годятся, а больше двух дюжин детей у раджи едва ли могло быть.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

ДЕСЯТЬ ЗАДАЧ О ЗЕМЛЕ И НЕБЕ

Задача № 71

Всюду юг

Существует шуточный рассказ[1] об одном турке, который будто бы попал однажды в «самую восточную страну». Турок так описывает эту сказочную страну:

«И впереди восток и с боков восток. А запад? Вы, может быть, думаете, что он все-таки виден, как точка какая-нибудь, едва движущаяся вдали?.. Неправда! И сзади восток! Короче — везде и всюду нескончаемый восток!»

Такой страны, которая со всех сторон окружена востоком, конечно, быть не может. Но зато существует такое место на земном шаре, которое отовсюду окружено *югом*: во все стороны от этого места простирается «один нескончаемый юг».

Это кажется с первого взгляда невозможным, — а между тем стоит лишь немного подумать, чтобы понять, что такое необычайное место на земном шаре существует.

В этом удивительном месте развевается теперь английский флаг, и я уверен, что вы даже знаете имя человека, который водрузил его.

Где же находится это место?

Чтобы помочь вам догадаться, я прибавлю, что в этом месте вовсе не жарко, даже не тепло, хотя во все стороны оно прямо примыкает к югу.

Задача № 72

По телефону

Между Нью-Йорком и Сан-Франциско в Америке устроено телефонное сообщение, так что жители Нью-Йорка, на берегу Атлантического океана, могут переговариваться по телефону с жителями Сан-Франциско, на берегу Тихого океана.

Конторы в Северной Америке открыты с 10 часов утра до 4-х часов дня. В течение скольких же часов ежедневно конторские служащие в Нью-Йорке и Сан-Франциско могут вести между собою деловые разговоры по телефону?

[1] Козьмы Пруткова.

Задача № 73

Где начинаются дни недели?

В воскресенье гости засиделись за полночь. «Пора уходить, — объявил один, — завтра понедельник, и надо быть рано на службе».

— Завтра вторник, — с улыбкой поправил его хозяин.

— Что вы? Разве сегодня не воскресенье?

— Нет, уже понедельник: ведь сейчас пробило двенадцать часов!

— А, вот вы о чем! Ну, разумеется, раз полночь наступила, значит, теперь уже понедельник.

— Не везде, — вмешался другой гость, моряк. — Здесь у нас, в Москве, — понедельник, но в Ленинграде еще воскресенье: там сейчас половина двенадцатого[1].

— Правильно, — согласился хозяин, — теперь понедельник только на восток от нас: в Нижнем, в Перми, в Красноярске...

— В Красноярске понедельник начался четыре часа назад, — пояснил моряк. — А в Петропавловске понедельник наступил уже восемь часов назад. Кстати, как вы думаете: где понедельник всего раньше наступил?

— В самом деле! — воскликнул хозяин. — А вот еще интересный вопрос: чем дальше на восток, тем понедельник наступает раньше. А между тем на запад от нас простирается еще воскресенье. Значит, должна же где-нибудь проходить граница между воскресеньем и понедельником: ведь Земля кругла. Где же эта граница?

— Там, где начинаются дни недели, — ответил моряк.

— Я не знаю, как решается эта задача, — заметила одна гостья, — но мне вспоминается интересный рассказ Эдгара По о «трех воскресеньях на одной неделе». Два моряка вернулись из кругосветного плаванья и сошлись вместе. Один объехал земной шар с запада на восток, другой — с востока на запад; оба встретились в одном пункте в один и тот же день. Но каждый из двух путешественников называл этот день иначе. Тот, который объехал Землю с запада на восток, совершил лишний оборот вокруг земной оси; он лишний раз видел восход солнца, и потому в его счете дней оказалось одним больше, чем следует. Он убежден, что воскресенье было вчера, между тем как оно наступило только сегодня. Другой моряк, прибывший с востока

---

[1] В годы написания этого текста в СССР действовало так называемое «поясное время», согласно которому разница во времени между Москвой и Ленинградом действительно составляла половину часа. В наши дни эти города, находящиеся в одной часовой зоне, живут по одному времени — московскому; в этой же зоне находится и Нижний Новгород. Разница между Москвой и Красноярском осталась той же — 4 часа (но уже на другом основании), в Перми понедельник наступает теперь на 2 часа раньше, а в Петропавловске-Камчатском — на 9 часов раньше Москвы.

Прочие рассуждения автора в этой задаче по-прежнему актуальны (*примеч. ред.*).

и, следовательно, все время двигавшийся против вращения Земли, сделал вокруг земной оси одним оборотом меньше, чем успела за то же время сделать Земля; он видел восход солнца одним разом меньше, и в его счете дней одного не хватает: поэтому он убежден, что воскресенье будет только завтра, хотя оно наступило уже сегодня. Вот и получилось на одной неделе три воскресенья: вчера, сегодня и завтра...

— Это возможно только в фантастическом рассказе, — ответил гостье моряк. — У Жюля Верна, в романе «В 80 дней вокруг света», герой тоже сбился в счете дней и не подозревал, что приехал на целые сутки раньше. Впрочем, в старину подобные ошибки были возможны. Со спутниками Магеллана произошел именно такой случай: объехав кругом света, они привезли с собою в Португалию четверг вместо пятницы. Но в наши дни ничего подобного не может случиться.

— Почему же? — раздались голоса.

— Вам станет ясно это, если вы ответите сначала на вопрос: где начинается понедельник?

И в самом деле, читатель: где на земном шаре впервые начинаются дни недели? Где раньше всего происходит смена одного дня другим?

Задача № 74

Наперегонки с Землей

Может ли человек состязаться с земным шаром в его суточном движении вокруг оси? Может ли человек «перегнать Землю»[1] если не пешком, то, например, на быстро мчащемся автомобиле?

Заодно ответьте и на такие вопросы:

Может ли человек на Земле увидать солнце восходящим с запада? И прав ли был Кольцов, когда восклицал:

Но, увы, не взойдет
Солнце с запада!

Задача № 75

Закат солнца

Посмотрите на изображенную здесь картинку — закат солнца — и скажите: правильно ли она нарисована?

В этом рисунке есть одна несообразность, которую вам и нужно открыть.

[1] Точнее, не перегнать, а отстать от Земли, т. е. двигаться по ее поверхности в сторону, обратную ее движению, так быстро, чтобы продлить для себя продолжительность суток.

Рис. 69

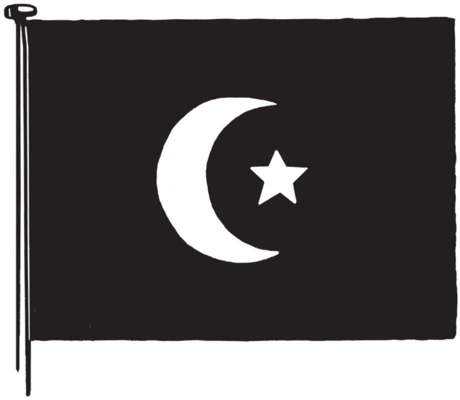


Рис. 70

Задача № 76

Турецкий флаг

Вам, конечно, знаком турецкий флаг. На нем изображен серп молодого месяца, а между рогами лунного серпа — звезда[1].

Замечаете ли вы, что в изображении турецкого флага есть крупная несообразность?

В чем она состоит?

Задача № 77

Задача не шутка

Где на земле легче всего живется?

Вопрос похож на загадку или на задачу-шутку вроде вопросов: «Почему птица летает?» (По чему? — По воздуху.) Но наш вопрос не совсем такого рода. Если хорошенько подумать, то на него можно дать разумный, вполне обоснованный ответ.

Какой?

Задача № 78

Закат луны

Вы видите на рис. 71 тропический ландшафт со странным изображением лунного серпа у горизонта. Правильно ли нарисована эта картинка? Нет ли здесь какой-нибудь несообразности?

Задача № 79

Броненосец

Броненосец водоизмещением в 20 000 тонн...

Но вы, быть может, не знаете, что такое «водоизмещение» и что такое «тонна»? Водоизмещением называют вес той воды, которую судно вытесняет, когда плавает. А так как плавающее тело, по закону плавания, вытесняет ровно столько воды, сколько оно весит, то «водоизмещение» прямо указывает вес самого судна. А что такое «тонна»? — Мера веса, 1000 килограммов. Когда вы читаете, что судно имеет «водоизмещение в 20 000 тонн», то это значит, что оно само (а также вода, вытесняемая им при плавании) весит 20 000 тонн.

---

[1] Современный флаг Турции выглядит иначе (*примеч. ред.*).

Рис. 71. Правильно ли нарисована здесь луна?

Итак, броненосец водоизмещением в 20 000 тонн, стоявший раньше в Архангельске, прибыл в экваториальные воды. Известно, что с приближением к экватору все тела становятся легче; разница в весе на широте Архангельска и на экваторе равна $1/250$, т. е. гиря в 1 килограмм из Архангельска, перенесенная на экватор, будет весить меньше на 4 грамма.

Можете ли вы сказать, сколько тонн воды будет вытеснять наш броненосец в экваториальных водах?

Задача № 80

Пароход и пловец на Луне

На Луне все вещи весят в 6 раз меньше, чем на Земле, так как Луна в 6 раз слабее притягивает к себе тела, чем наш земной шар. Килограмм, перенесенный на Луну, весил бы там всего 160 граммов.

Вообразите, что на Луне существует озеро, и в нем пресная вода. На это озеро спущен пароход, который в земных пресноводных озерах сидит в воде на 3 метра. Как глубоко будет сидеть наш пароход в воде этого лунного озера?

Заодно решите еще задачу: где не умеющий плавать человек скорее может утонуть — в земном озере или в нашем воображаемом лунном?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 71–80

Решение задачи № 71

Место на Земле, откуда во все стороны горизонта простирается юг — это... северный полюс! И действительно: ведь северный полюс есть самая северная точка земного шара, и все точки кругом него лежат уже южнее. Когда отважный полярный путешественник Пири в 1912 году водружал в этом пункте английский флаг, он со всех сторон был окружен югом: «везде и всюду нескончаемый юг».

Решение задачи № 72

Ответ: не 6 часов, а гораздо меньше, и вот почему. Между Нью-Йорком и Сан-Франциско разница во времени 3¼ часа[1]. Когда нью-йоркские банки открываются, — т. е. в 10 часов утра, — тогда в Сан-Франциско еще спят; там без четверти 7 часов утра. И только в четверть второго конторский служащий Нью-Йорка может позвать к телефону своего товарища в Сан-Франциско, где сейчас только открылись двери контор. В 4 часа нью-йоркские служащие уже покидают конторы, и жители Сан-Франциско не могут вызвать их по телефону, хотя в этом городе всего только без четверти час. Таким образом,

[1] В наши дни — ровно 3 часа (*примеч. ред.*).

конторы этих двух городов могут разговаривать между собою ежедневно по 2¾ часа, хотя открыты в течение 6 часов.

А если бы существовал телефон между Ленинградом и Петропавловском, то почти совсем невозможно было бы им пользоваться! [1] Между этими городами разница во времени — 10 часов, так что, когда ленинградцы бодрствуют, петропавловцы спят, и наоборот. Приходилось бы вставать по ночам, чтобы разговаривать по этому междугородному телефону.

Решение задачи № 73

В Москве пробило двенадцать — только что наступил понедельник; на запад от Москвы всюду[2] простирается еще воскресенье, а на восток — понедельник. Но на шарообразной Земле восток и запад неизбежно должны встретиться; значит — где-то должна существовать граница, отделяющая воскресенье от понедельника.

Эта граница существует в самом деле и называется «линией даты»; она проходит через Берингов пролив и тянется по водам Тихого океана в виде изломанной линии, точное направление которой определено морскими законами.

На этой-то воображаемой линии, прорезающей безлюдные пустыни Тихого океана, и совершается впервые на земном шаре смена дней недели, месяцев, лет. Здесь как бы помещаются входные двери нашего календаря: отсюда приходят на землю воскресенья и понедельники, январи и феврали; здесь же находится колыбель Нового года. Раньше, чем где бы то ни было на земном шаре, здесь наступает каждый новый день недели; родившись, он бежит на запад, обегает весь земной шар и снова возвращается к месту своего рождения — на этот раз, чтобы соскользнуть с поверхности нашей планеты и исчезнуть в вечности.

Из стран всего мира СССР раньше всех принимает на свою территорию каждый новый день: на мысе Дежнева каждое «воскресенье», только что родившееся в водах Берингова пролива, вступает в населенный мир, чтобы начать свое шествие через все части света. И здесь же, у восточной оконечности русской Азии, дни умирают, исполнив свою 24-часовую службу.

Некогда Карл V хвастал тем, что в его владениях не заходит солнце. Мы с бóльшим правом могли бы гордиться тем, что владеем колыбелью нарождающихся дней; в пределах СССР совершается первая на всей твердой земле смена одного дня недели другим.

---

[1] Телефонная связь европейской части СССР с Дальним Востоком (сначала правительственная) была налажена еще в 1930-е годы. Определенные трудности в общении разница во времени, конечно, создает (*примеч. ред.*).

[2] Границы современных часовых зон не проходят строго по меридианам, поэтому сегодня правильней сказать так: «в часовых зонах на запад от Москвы — еще воскресенье, а на восток — понедельник». См. также примечание на с. 73 (*примеч. ред.*).

Итак, вот где происходит смена дней недели. Что же делают мореплаватели, когда проезжают эту «линию даты»? Чтобы не сбиваться в счете дней, подобно спутникам Магеллана, моряки должны *пропускать один день недели*, если едут с востока на запад; когда же пересекают линию даты с запада на восток, то *дважды считают один и тот же день* недели, — т. е. после воскресенья опять празднуют воскресенье. Вот почему невозможны в действительности истории, рассказанные Эдгаром По в «Трех воскресеньях на одной неделе» и Жюлем Верном в романе «Вокруг света в 80 дней».

Решение задачи № 74

Перегнать Землю в ее суточном вращении вокруг оси вполне возможно на современном гоночном автомобиле, пробегающем свыше 200 километров в час (55 м в секунду) или, еще лучше, на аэроплане, могущем лететь со скоростью 300 и более км в час. Конечно, этого нельзя сделать на экваторе, точки которого движутся со скоростью 460 метров в секунду; невозможно это даже и на широте Ленинграда (60°), где движение точек земной поверхности совершается со скоростью 230 метров в секунду. Но это вполне возможно уже на 83-й широте и более. Здесь автомобилист, мчащийся в своем моторе с востока на запад, будет видеть солнце неподвижно висящим на небе, не приближаясь к закату[1].

Земля, конечно, продолжает вращаться, но автомобилист будет отъезжать на столько же в обратную сторону и, следовательно, по отношению к солнцу будет оставаться неподвижным (см. рисунок на обложке).

При еще большей скорости автомобилист мог бы перегнать Землю и увидеть новое чудо: солнце, восходящее не с востока, а с запада! Земля под колесами автомобиля будет вращаться по-прежнему с запада на восток, но сам автомобиль будет обращаться вокруг земной оси с востока на запад.

Решение задачи № 75

Несообразность рисунка состоит в том, что лунный серп обращен своею выпуклою стороною не *к солнцу*, а *от солнца*. Ведь Луна освещается Солнцем, значит, она никак не может быть обращена к нему своею неосвещенною стороною...

«Большинство живописцев, — замечает по этому поводу известный французский астроном Фламмарион, — не знают еще этого, потому что не проходит года, чтобы в Парижском Салоне (зал для выставок) не появлялось большого числа лун в обратном положении».

Решение задачи № 76

Явная несообразность турецкого флага заключается в том, что звезда на изображении слишком близко придвинута к лунному серпу. В таком

[1] Человек может обогнать Землю и пешком — в 50-ти километрах от полюса.

положении Луна и звезда на небе быть не могут. Луна не прозрачна, сквозь нее нельзя видеть звезды; значит, никакая звезда не может сиять внутри круга луны.

На рис. 72-м показано, как должны быть расположены лунный серп и звезда, чтобы картина была согласна с действительностью. Надо отодвинуть звезду от наружного края серпа больше, чем на целый поперечник луны. А между тем на турецком флаге звезда сияет как раз между рогами месяца! [1]

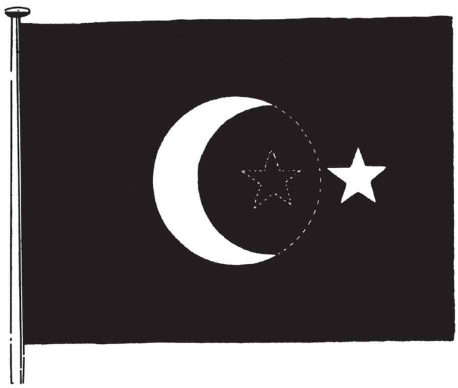


Рис. 72

Решение задачи № 77

Из всех мест земного шара легче всего живется, конечно, на экваторе, — по той простой причине, что там все предметы становятся легче.

Паровоз, весящий в Москве 60 тонн, становится по прибытии в Архангельск на 60 килограммов тяжелее, а в Одессе — на столько же легче.

Кто же похищает у паровоза эти 60 килограммов? Главным образом похищает их «центробежная сила»; она уменьшает вес всякого тела близ экватора на $\frac{1}{290}$ долю по сравнению с весом того же тела у полюсов. А так как земной шар у экватора немного вздут, т. е. поверхность Земли там немного дальше от центра планеты, то это еще немного уменьшает вес предметов близ экватора. В общей сложности потеря веса на экваторе достигает $\frac{1}{190}$ доли по сравнению с весом того же тела на полюсе.

На этом основании какой-то затейник объявил однажды, что знает способ вполне законно и честно обвешивать покупателей. Секрет состоит в том, чтобы покупать товары в экваториальных странах, а продавать их поближе к полюсам. Килограмм, будучи перенесен с экватора на полюс, прибавится в весе на целых 5 граммов, — если только пользоваться для взвешивания не весами с коромыслом, а пружинными (и притом непременно своего, «южного» изготовления); иначе, конечно, никакой выгоды не получится: на весах с гирями товар станет тяжелее, — но настолько же тяжелее сделаются и гири.

Едва ли можно разбогатеть на такой торговле, — но по существу шутник прав, так как тяжесть действительно увеличивается с удалением от экватора, где «всего легче живется на свете».

---

[1] В наши дни эмблема на флаге Турции в целом выглядит именно так, как показано на рис. 72 (ее изменили в первой половине XX века по требованию астрономов). Но несообразность осталась: тень такой формы и положения на Луну не может отбрасывать ни один реальный космический объект (*примеч. ред.*).

Решение задачи № 78

Как ни странно, но лунный серп изображен на рисунке совершенно верно. Это *тропический* ландшафт, а под тропиками положение лунного серпа отличается от положения его в наших широтах. У нас молодой месяц обращен горбушкой вправо, а серп убывающей луны — влево. В тропических же странах лунный серп висит на небе *горизонтально*.

Происходит это вот почему. В наших странах солнце и луна (вообще — все светила) при своем суточном движении по небу идут по наклонным кругам; поэтому вечером солнце, освещающее луну, находится под горизонтом в *косом направлении*: оно освещает луну справа или слева, и серп обращен влево или вправо. На экваторе же светила движутся по отвесным дугам; солнце, освещающее луну, расположено под горизонтом не направо или налево от нее, а *внизу ее*. Луна освещается снизу, и вот почему лунный серп имеет там форму гондолы, как изображено на нашем рисунке.

Кто живет у нас на юге — в Крыму, на Кавказе, в Туркестане, — тот заметил, вероятно, что серп там нередко имеет на небе положение, сходное с изображенным на нашем рисунке. Чем ближе к тропикам, тем более отвесно движутся светила по небу.

Решение задачи № 79

Перейдя из Белого моря в экваториальные воды, броненосец сделается на $\frac{1}{250}$ легче. Но ровно на столько же делается легче и вода: она тоже весит близ экватора на $\frac{1}{250}$ меньше, чем в Белом море. Значит, водоизмещение броненосца во все время плавания остается одно и то же: 20 000 тонн.

Решение задачи № 80

Пароход сделался бы на Луне в 6 раз легче, — но это вовсе не значит, что он будет гораздо мельче сидеть в лунном озере. Ведь и вода должна была бы на Луне весить в шесть раз меньше, чем на Земле. Плавающее тело вытесняет столько воды, сколько оно весит (закон Архимеда); следовательно, ничто не должно измениться в степени погружения парохода: он будет сидеть в воде на те же 3 метра.

Точно так же ничто не изменится и для пловца: его вес уменьшится во столько же раз, во сколько раз уменьшится вес вытесняемой им воды. Следовательно, плавучесть человека будет в лунном озере та же, что и в земном. Утонуть и там и здесь одинаково легко.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

ФОКУСЫ И ИГРЫ

Задача № 81

Отгадчик

Мальчик с завязанными глазами безошибочно угадывает, в какой руке у вас гривенник. Делает он это так.

— Возьмите, — говорит он вам, — в одну руку гривенник, а в другую монету в 3 копейки.

Когда вы это сделали, он продолжает:

— Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой.

Вы исполняете его просьбу; тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось ли четное или же нечетное число.

— Четное, — отвечаете вы, например.

— Гривенник в левой руке, — тотчас же объявляет он, и всегда угадывает безошибочно.

Почему?

Задача № 82

Арифметический фокус

Хозяин просит одного из своих гостей написать на листке бумаги любое число из трех цифр.

— Но не показывайте мне, а прямо передайте листок своему соседу. Вы же, — обращается хозяин к этому соседу, — припишите к числу справа опять то же число. У вас получится длинное число из 6 цифр. Сделали? Передайте листок дальше.

— Что мне делать с этим шестизначным числом? — спрашивает гость, получивший записку.

— Разделите его на 13.

— А если не разделится?

— Разделится.

— Но ведь вы даже не знаете, какое у меня число! — возражает гость. — На 13 делится без остатка не всякое число.

— А это разделится, увидите.

Гость недоверчиво приступает к делению; действительно — число разделилось на 13 без остатка.

— Не говорите мне, сколько получилось, а передайте листок дальше, своему соседу, — говорит хозяин. — Вас я попрошу полученное число разделить на 11.

— А что делать с остатком?

— Остатка не будет, — заявляет хозяин.

И в самом деле: остатка не получается.

— То число, которое у вас получилось от деления, передайте дальше и попросите соседа разделить его на 7, — продолжает распоряжаться хозяин.

— Неужели опять разделится без остатка? — недоумевает сосед.

— Именно так, — отвечает хозяин. — Разделили? Будьте добры теперь написать результат на отдельной бумажке и передайте эту бумажку мне.

Затем, не заглядывая в бумажку, хозяин передает ее тому гостю, который задумал число.

— Вот число, которое вы написали. Правильно?

— Верно! — изумляется гость. — Но откуда ж вы знаете? Ведь вы не видели ни моего числа, ни того, которое получилось?

И в самом деле, откуда он мог знать?

Задача № 83

Карточный фокус

Трудно самому угадать задуманную карту и еще труднее, казалось бы, заставить другого угадывать. Но существует способ превратить любого человека в безошибочного отгадчика задуманной вами карты.

Из колоды игральных карт вы берете одну карту, — допустим, валета пик, — кладете на стол, никому не показывая, и уверяете собеседника, что он может отгадать эту карту.

Он, конечно, заявляет, что не обладает подобным даром, — но вы настаиваете на своем. Между вами и им происходит такой разговор (напоминаю, что карта, лежащая на столе, — валет пик).

Вы начинаете:

— Есть четыре масти. Назовите из них две, какие угодно.

— Бубны и пики, — отвечает собеседник наобум.

— Из этих двух укажите одну.

— Пусть бубны, — с улыбкой продолжает отгадчик.

— Значит, остаются только пики. Далее: в колоде имеются туз, король, дама, валет, десятка и девятка. Выберите из этих шести карт три.

— Король, дама и девятка, — опять наобум отвечает собеседник.

— Остаются, следовательно, туз, валет и десятка. Выберите из них две карты.

— Туз и валет.

— А теперь укажите их них одну.

— Ну, туз.

— Остается, значит, только валет. Вот он!

И вы торжествующе переворачиваете карту: масть и название угаданы!

Ваш собеседник в недоумении: каким образом он все же сумел угадать карту...

В чем секрет?

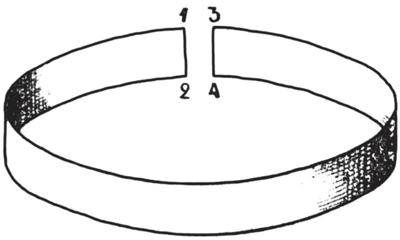


Рис. 73

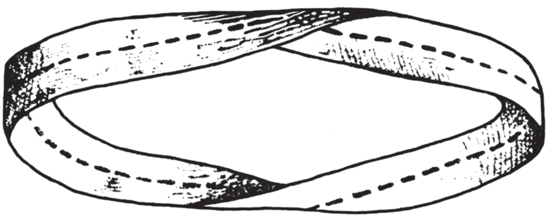


Рис. 74

Задача № 84

Что получится?

Вырежьте из газеты ленту в 5 сантиметров шириною и в 80–100 сантиметров длиною. Концы этой ленты склейте в кольцо, — но не просто, а предварительно *закрутив ленту по длине два раза*.

Вот как это надо сделать. На рисунке 73-м углы ленты обозначены цифрами; переверните один конец ленты так, чтобы сначала угол 3-й оказался не вверху, против угла 1-го, а внизу, против угла 2-го, и затем заверните тот же конец в ту же сторону еще раз, чтобы угол 3-й пришелся снова вверху против угла 1-го. В результате лента окажется дважды закрученной по длине. Теперь склейте концы ленты (рис. 74), — и у вас все готово для фокуса.

Вы показываете эту заранее приготовленную ленту своим гостям и спрашиваете их:

— Что получится, если ленту разрезать вдоль посередине?

Всякий ответит вам, что, очевидно, из одного кольца получатся два — ничего другого и ожидать нельзя.

Но получится нечто неожиданное. Как вы думаете, что?

Задача № 85

Еще неожиданнее

Еще неожиданнее будет то, что получится при разрезании другого бумажного кольца, склеенного несколько иным образом. А именно: конец закручивают, как и раньше, но *не два раза, а один раз* (угол 3-й при склеивании придется против угла 2-го).

Что получится, если разрезать такую ленту вдоль посередине (рис. 75)?

Испытайте, — результат поразит вас!

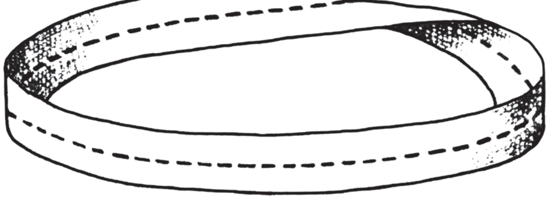


Рис. 75

Задача № 86

Игра в «32»

В эту игру играют вдвоем. Положите на стол 32 спички. Тот, кто начинает играть, берет себе одну, две, три или четыре спички. Затем и другой берет себе сколько хочет спичек, но тоже не более 4-х. Потом опять первый берет не свыше 4-х спичек. И так далее. Кто возьмет последнюю спичку, тот и выиграет.

Игра очень простая, как видите. Но она любопытна тем, что тот, кто начинает игру, всегда может выиграть, — если только правильно рассчитает, сколько ему нужно брать.

Можете ли вы указать, как он должен играть, чтобы выиграть?

Задача № 87

То же, но наоборот

Игру в «32» можно видоизменить: тот, кто берет последнюю спичку, не выигрывает, а, наоборот, проигрывает. Как следует здесь играть, чтобы наверняка выиграть?

Задача № 88

Игра в «27»

Эта игра похожа на предыдущие. Она также ведется между двумя игроками и тоже состоит в том, что играющие поочередно берут не более 4 спичек. Но конец игры иной: выигравшим считается тот, у кого по окончании игры окажется *четное число спичек*.

И тут начинающий игру имеет преимущество. Он может так рассчитать свои ходы, что наверняка выиграет. В чем состоит секрет беспроигрышной игры?

Задача № 89

На иной лад

При игре в «27» можно поставить и обратное условие: чтобы считался выигравшим тот, у кого после игры окажется нечетное число спичек.

Каков здесь способ беспроигрышной игры?

Задача № 90

Из шести спичек

Можете ли вы из шести спичек составить четыре равносторонних треугольника, притом так, чтобы ни одна сторона ни одного треугольника не была короче спички?

Попытайтесь. И не отчаивайтесь в успехе, если вам долго не удастся решить задачи, потому что она все-таки разрешима, и даже без особых хитростей.

Не бойтесь также и подлога в условии задачи, — ее надо понимать именно так, как было сказано: составить из 6 спичек 4 равносторонних треугольника.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 81–90

Решение задачи № 81

Когда вы удваиваете или утраиваете четное число, вы всегда получаете в результате тоже четное число. Другое дело с числом нечетным: при удвоении оно становится четным, но при утроении остается нечетным. Гривенник, следовательно, дает четное число и при удвоении и при утроении; напротив, 3 копейки дают четное только при удвоении; утроенные они дают число нечетное. Мы знаем также, что, складывая четное число с четным, получим *четное*, а складывая четное и нечетное, получим *нечетное число*.

Отсюда прямо вытекает, что если в нашем фокусе сумма оказалась четной, значит, три копейки были удвоены, а не утроены, — т. е. находились в *правой* руке.

Если бы сумма была нечетной, это означало бы, что три копейки подверглись утроению и, следовательно, находились в *левой* руке.

Решение задачи № 82

Секрет фокуса кроется в том, что второй гость, приписывая к задуманному трехзначному числу то же число, умножил его на 1001, сам того не подозревая. Действительно: если, например, первый гость задумал число

873,

то у второго гостя получилось число

873 873.

Но ведь это не что иное, как

$$873\,000 + 873, \text{ т. е. } 873 \times 1001.$$

А число 1001 — замечательное число: оно получается от умножения $7 \times 11 \times 13$.

Не удивительно поэтому, что хозяин уверенно предлагал делить такое шестизначное число сначала на 13, потом на 11, потом на 7.

Разделить же последовательно на 13, на 11 и на 7 все равно, что делить на $13 \times 11 \times 7$, т. е. на 1001.

Итак, второй гость умножил задуманное число на 1001, а три следующих гостя совместно разделили полученное им число на 1001. Вот почему в результате снова получилось задуманное число.

Решение задачи № 83

Этот курьезный фокус, в сущности, прост до смешного. Его разгадка ясна хотя бы, например, уже из того, что если бы на последний вопрос вам ответили не «туз», а прямо «валет» — успех отгадывания был бы не менее блестящий. Вообще, весь секрет фокуса вот в чем: сообразно с тем, что вам нужно, вы *сосредоточиваете внимание собеседника либо на тех картах, которые им названы, либо же на тех, которые не названы.* А так как задуманная карта непременно должна оказаться либо среди названных, либо среди не названных, то нисколько не удивительно, что собеседник ваш всегда «отгадывает» безошибочно.

Разумеется, когда вы проделаете этот фокус подряд несколько раз, уловка будет раскрыта. Но если не злоупотреблять недогадливостью слушателя, то можно поставить в тупик самого находчивого человека.

Решение задачи № 84

Получаются два кольца, но продетые одно в другое, как звенья цепи (рис. 76).

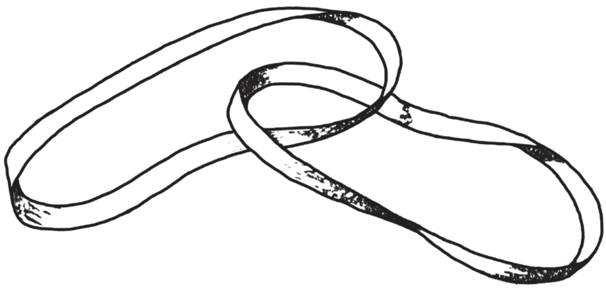


Рис. 76

Если каждое из этих колец вы снова разрежете вдоль, вы опять получите по два кольца, продетые одно в другое.

Решение задачи № 85

При разрезании этого кольца вдоль получится, вопреки всем ожиданиям, не два кольца, а... одно, вдвое большее (рис. 77)!

Наша изогнутая лента, обладающая столь удивительным свойством не разъединяться при разрезании, называется в геометрии «поверхностью Мёбиуса», по имени знаменитого математика прошлого века.

Другая замечательная особенность нашего кольца состоит в том, что у него нет «лицевой стороны» и «изнанки»; «лицо» ленты постепенно переходит в «изнанку», так что невозможно указать, где кончается одна сторона и начинается другая. Если бы вы пожелали, например, покрасить одну сторону нашей бумажной ленты, скажем, в красный цвет, а другую оставить некрашеной, то не могли бы выполнить этого: у нашей ленты нет двух сторон — она односторонняя[1].

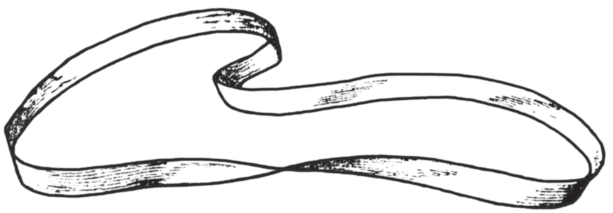


Рис. 77

Но вернемся к разрезанию нашей ленты. Если, разрезав ее вдоль и получив одно кольцо, вы разрежете новое кольцо, у вас получится на этот раз два кольца (рис. 78).

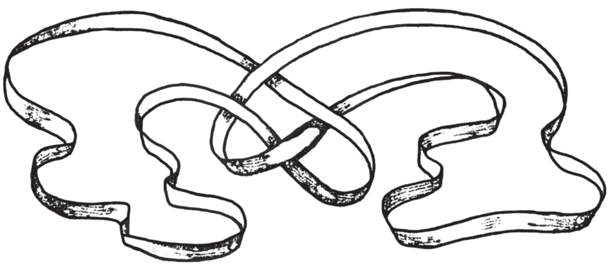


Рис. 78

Однако разнять их вы не сможете: они запутаны одно в другом сложным гордиевым узлом, который можно рассечь только ножницами.

Решение задачи № 86

Нехитрый секрет беспроигрышной игры найти довольно легко, если попробовать сыграть партию с *конца*. Нетрудно видеть, что если предпоследним вашим ходом вы оставите партнеру на столе 5 спичек, — то выигрыш для вас обеспечен: партнер не может взять больше 4-х спичек и, следовательно, вы можете взять после него все остальное. Но как устроить, чтобы вы наверняка могли предпоследним ходом оставить на столе 5 спичек? Для этого необходимо предшествующим ходом оставить противнику ровно 10 спичек: тогда, сколько бы он ни взял, он не оставит вам меньше 6, — и вы всегда сможете

[1] Отсюда ясно, между прочим, что часто встречающееся в учебниках определение поверхности как «границы тела» — несостоятельно; поверхность Мёбиуса никакого тела ограничивать не может, а между тем она — поверхность.

оставить ему 5. Далее: как достичь того, чтобы партнеру пришлось брать из 10 спичек? Для этого надо в предыдущий ход оставить на столе 15 спичек.

Так, последовательно вычитая по 5, мы узнаем, что на столе надо оставить 20 спичек, а еще ранее — 25 спичек и, наконец, в первый раз — 30 спичек, т. е., начиная игру, взять 2 спички.

Итак, вот секрет беспроигрышной игры: сначала берите 2 спички; затем, — после того как партнер взял несколько спичек — берите столько, чтобы на столе осталось 25; в следующий раз оставьте на столе 20, потом 15, потом 10 и, наконец, 5. Последняя спичка всегда останется за вами.

Решение задачи № 87

Если условие игры обратное, — т. е. взявший последнюю спичку считается *проигравшим*, — то вам надо в предпоследний ваш ход оставить на столе 6 спичек; тогда, сколько бы ни взял ваш партнер, он не может оставить вам меньше 2 и больше 5, т. е. вы во всяком случае сможете следующим ходом последнюю спичку оставить ему. Но как привести к тому, чтобы оставить на столе 6 спичек? Для этого надо предшествующим ходом оставить на столе 11 спичек, а еще более ранними ходами — 16, 21, 26 и 31 спичку.

Итак, вы начинаете с того, что берете всего 1 спичку, а дальнейшими ходами оставляете нашему партнеру 26, 21, 16, 11 и 6 спичек; последняя спичка неизбежно достается противнику.

Решение задачи № 88

Здесь разыскать способ беспроигрышной игры несколько труднее, чем при игре в «32».

Надо исходить из следующих двух соображений.

1) Если у вас перед концом партии *нечетное* число спичек, вы должны оставить противнику 5 спичек, — и ваш выигрыш обеспечен. В самом деле: следующим ходом противник оставит вам 4, 3, 2 или 1 спичку; если 4 — вы берете 3 и выигрываете; если 3 — вы берете их и выигрываете; если 2 — вы берете 1 и выигрываете.

2) Если же перед концом игры у вас оказывается *четное* число спичек, то вы должны оставить противнику 6 или 7 спичек. В самом деле: проследим, как пойдет дальнейшая игра. Если противник следующим ходом оставляет вам 6 спичек, вы берете 1 и, обладая теперь уже нечетным числом спичек, спокойно оставляете противнику 5 спичек, с которыми он должен неизбежно проиграть. Если он оставит вам не 6, а 5 спичек, вы берете 4 и выигрываете. Если оставит 4 — вы их берете и выигрываете. Если оставит 3 — вы берете 2 и выигрываете. И наконец, если оставит 2, — вы выигрываете. Меньше 2 он оставить не может.

Теперь уже не трудно найти способ беспроигрышной игры. Он состоит в том, что вы должны, имея у себя *нечетное* число спичек, оставлять противнику на столе такое число их, которое на 1 меньше кратного 6, — т. е. 5, 11, 17, 23;

имея же *четное* число спичек, вы должны оставить противнику на столе число, кратное 6, или на 1 больше, — т. е. 6 или 7, 12 или 13, 18 или 19, 24 или 25. Нуль можно считать четным числом; поэтому, начиная игру, вы должны взять из 27 спичек 2 или 3, а в дальнейшем поступать согласно предыдущему. Ведя так игру, вы неизбежно выиграете. Не давайте только противнику выхватить у вас нить игры.

Решение задачи № 89

Если условие игры обратное и выигравшим считается обладатель нечетного числа, вы должны поступать при игре следующим образом: имея *четное* число спичек, оставляйте противнику на 1 меньше, чем кратное 6-ти; имея же *нечетное* число, — оставляйте ему кратное 6-ти или на 1 больше. Это неизбежно должно привести вас к выигрышу. Начиная игру, вы имеете 0 спичек (т. е. как бы четное число); поэтому первым ходом вы берете 4 спички, оставляя противнику 23.

Решение задачи № 90

Вы, вероятно, пытались составить шесть треугольников, располагая спички в одной плоскости. И, конечно, безуспешно, потому что так задача неразрешима. Но ведь такого ограничения задача не ставит; вы можете располагать треугольники и не в одной плоскости, т. е. размещать их в пространстве. И тогда она решается очень просто: стоит лишь построить из 6 спичек пирамиду с треугольным основанием и треугольными боками, как показано на рис. 79-м. У вас получается 4 равносторонних треугольника из 6 спичек.

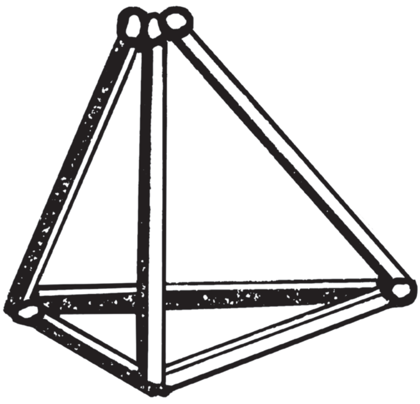


Рис. 79

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СИЛУЭТЫ

Занимательная игра, о которой мы сейчас будем говорить, имеет очень древнее происхождение. Она еще древнее, чем шахматы, хотя гораздо менее известна. Четыре тысячи лет тому назад она возникла в Китае; впрочем, первоначально она служила там не для игры, а, вероятно, для обучения. В наши дни это занятие, несколько видоизмененное, может служить занимательным развлечением.

Игра заключается в том, что складывают из определенных геометрических фигур, «танграмов», бесчисленное множество всевозможных силуэтов. «Танграмы» названы так оттого, что их придумал, по преданию, некий китаец Тан. Они вырезаются из черного картона или выпиливаются из дерева и представляют собою части квадрата, разделенного известным образом.

Вот как надо разрезать квадрат (рис. 80). Сначала соедините углы *B* и *D*, т. е. проведите «диагональ» *BD*. Затем соедините середины сторон *BC* и *DC*, т. е. проведите линию *KL*. Точку *A* соедините с серединою *KL*,

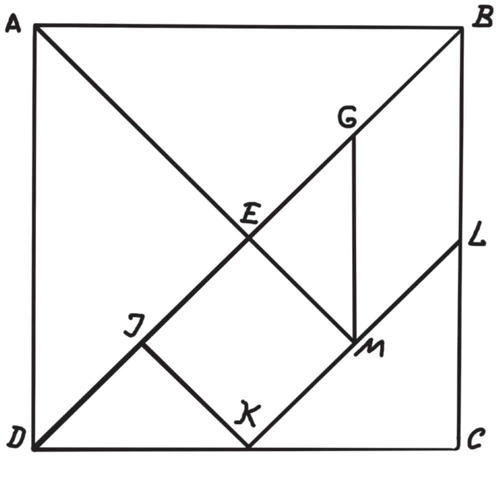


Рис. 80

т. е. с точкою M, а точку M соедините с G, т. е. с серединою EB. Затем K соедините с J (т. е. с серединою DE).

Теперь на квадрате проведены все нужные линии, и вы можете вырезать по ним танграмы. У вас получаются следующие геометрические фигуры:

5 треугольников (2 больших, 1 средней величины и 2 маленьких); 1 квадрат и 1 параллелограмм.

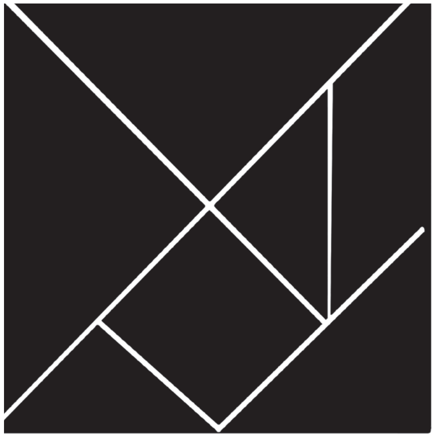


Рис. 81

Чтобы привыкнуть к обращению с танграмами, смешайте эти семь фигур и попробуйте, не глядя на чертеж, сложить из них тот квадрат, из которого они получились. Едва ли это удастся вам сразу. Но все же не сдавайтесь, а терпеливо ищите решение. Добившись его, перейдите к решению следующих «танграмных» задач.

Задачи эти состоят в том, что из 7 упомянутых фигур необходимо составить определенный силуэт, причем: 1) нельзя класть один танграм на другой, хотя бы кончиком, 2) для каждого силуэта должны быть использованы все 7 танграмов.

Вы найдете среди прилагаемых силуэтов довольно характерные и удачные изображения, несмотря на простоту и угловатость контура. Недаром танграмными изображениями увлекались художники (Густав Доре), а Наполеон в своем невольном уединении на острове Святой Елены целые часы, говорят, проводил за этой «китайской головоломкой».

Задача № 91

«Игра на бильярде»

Вы видите здесь геометрические силуэты двух игроков, склонившихся над бильярдным столом. Каждый силуэт — и игроков и бильярдного стола —

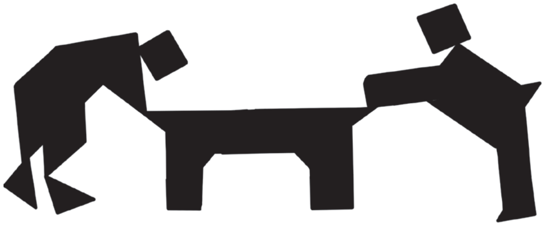


Рис. 82

сложен исключительно из танграмов; и в состав каждого из этих трех силуэтов вошли все 7 танграмных фигур.

Можете ли вы указать, как эти фигуры сложены?

Задача № 92

«Оркестр»

В нашем оркестре из 7 танграмов сложены и барабанщик (справа), и пюпитр возле него, и контрабасист, и его контрабас, и толстый трубач, и пианист, сидящий за роялем, и, наконец, сам рояль.

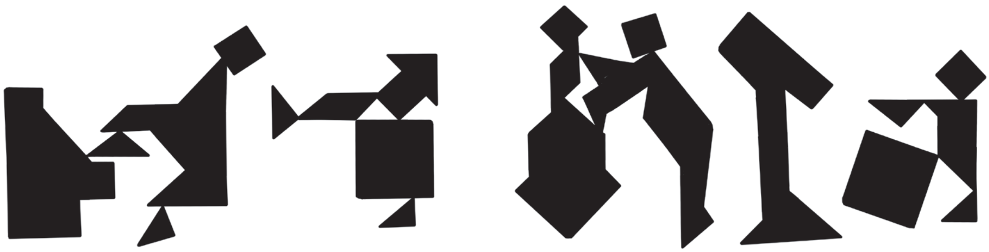


Рис. 83

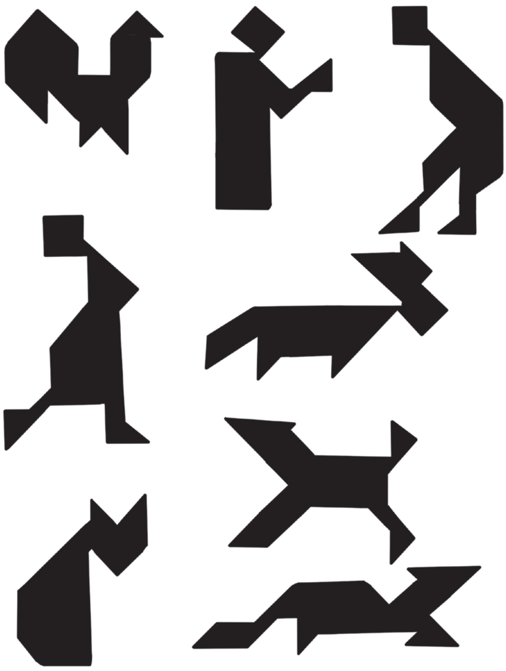


Рис. 84

Как же составлены эти силуэты?

Задача № 93

Восемь силуэтов

Сложите ряд танграмных фигур на таблице 84; они изображают силуэты: петуха, женщины, мужчины, девушки, коровы, кошки, собаки и мыши.

Задача № 94

Еще шесть силуэтов

Попробуйте сложить из танграмов нарисованные на рис. 85 геометрические силуэты: девушки, сидящей на траве; женщины, смотрящейся в зеркало; головы в шляпе, Наполеона и два силуэта краснокожих индейцев.

Задача № 95

Где ошибка?

На таблице 86-й собраны такие танграмные силуэты: бегущий мужчина, бегущая женщина, галстук, мостик, рыба, лебедь, человек с чашей, молоток, наковальня; человек, заложивший руки за спину; лошадь, револьвер, рубашка, шапка, курица, гусь, поросенок, кресло, курительная трубка, кружка, могильный памятник.

Одна из этих фигур изображена здесь неправильно: в таком виде, как она нарисована, ее невозможно сложить из танграмов.

Укажите же эту единственную фигуру на нашей таблице, которая не может быть построена из танграмов.

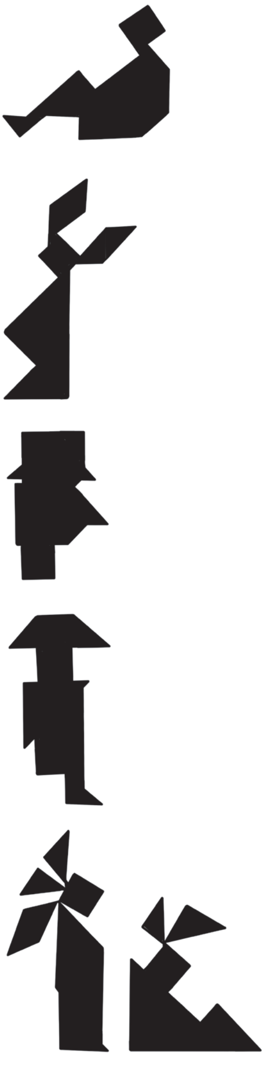


Рис. 85

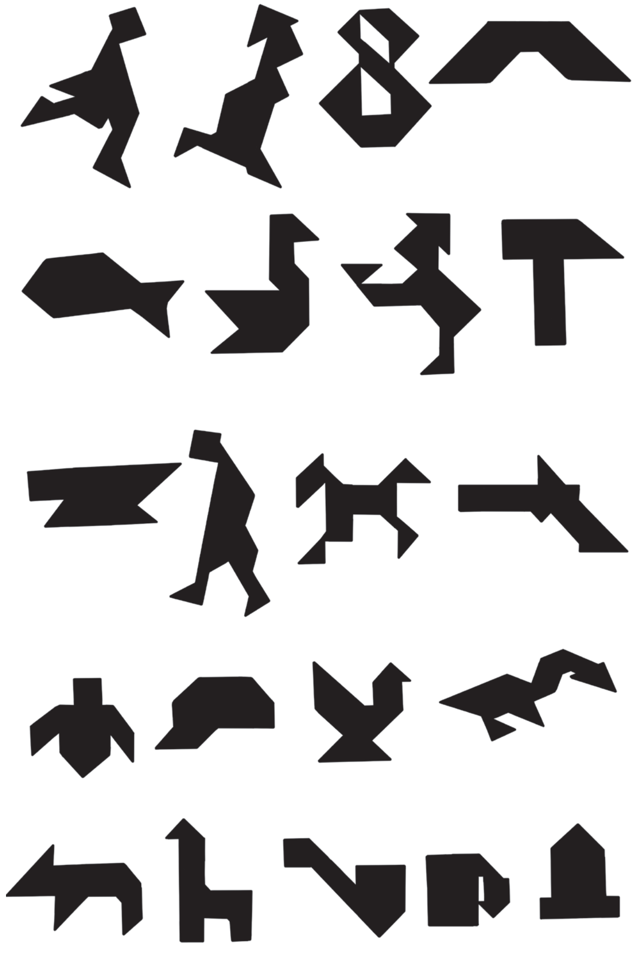


Рис. 86

Задача № 96

Самая крупная фигура

Если вам удалось составить все или некоторые изображенные выше силуэты, ответьте на вопросы:

Какая из всех составленных вами фигур имеет самую большую площадь? Какая из них имеет наименьшую площадь?

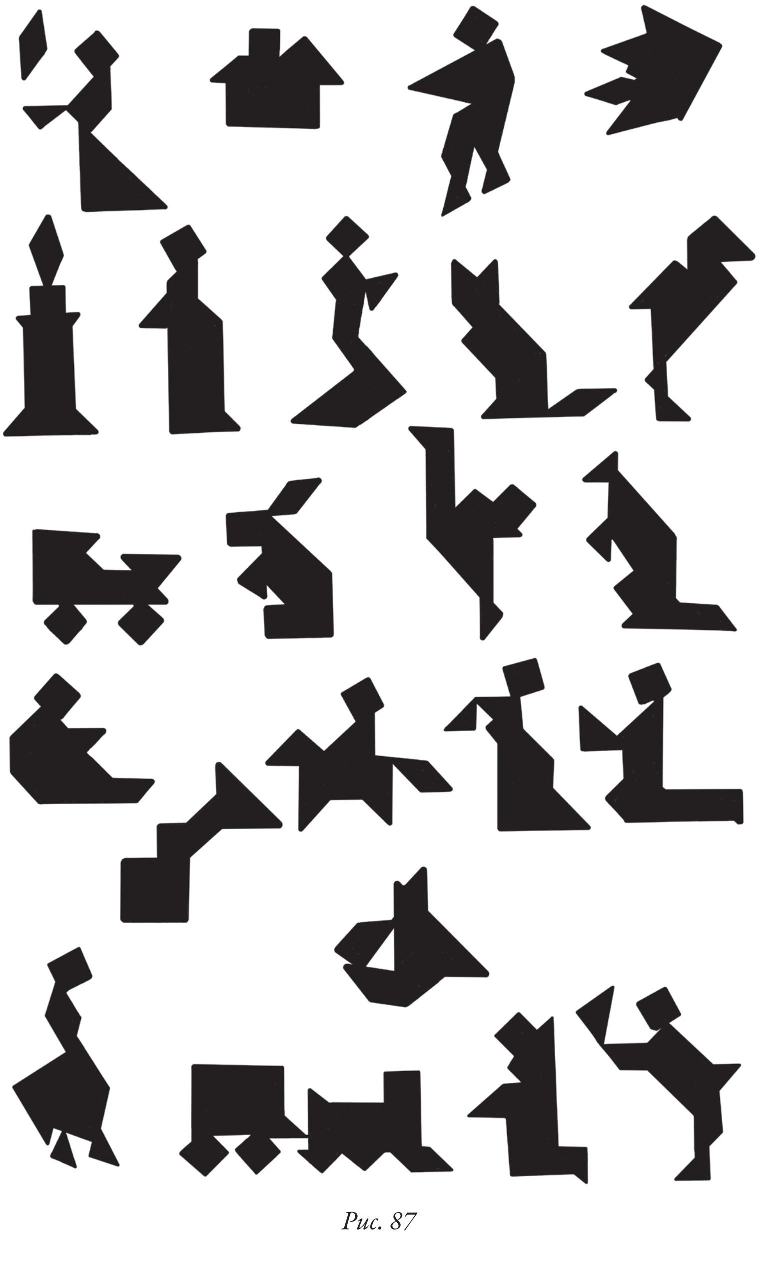


Рис. 87

Задача № 97

24 силуэта

Собранные на таблице 87-й силуэты изображают:

Женщину у зеркала, дом, мужскую фигуру, голову американца, горящую свечу, пожилую женщину, молодую худощавую женщину, кошку, журавля, автомобиль, зайца, страуса, кенгуру, сидячую фигуру, всадника на лошади, женщину с сумочкой, мужчину на коленях, граммофон, парусную яхту, голландскую девушку, паровоз с тендером, фигуру на коленях и кланяющегося мужчину.

Как составлены все эти фигуры?

Задача № 98

Размеры танграмов

Всмотритесь внимательнее в те 7 танграмных фигур, которые помогли вам составить так много разнообразных силуэтов, и пробуйте ответить на вопрос:

Во сколько раз площадь каждой танграмной фигурки меньше площади того квадрата, из которого они были вырезаны?

Задача № 99

Откуда взялась нога?

Вот два силуэта, сложенные из танграмов. Вы видите, что у одного силуэта есть нога, у другого нет. Между тем обе фигуры построены из одних тех же семи танграмов!

Откуда же взялась нога у правой фигуры?

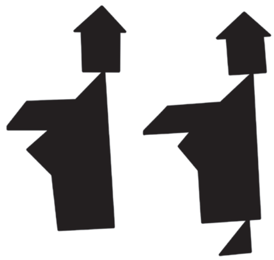


Рис. 88

Задача № 100

Два квадрата из одного

Мне привезли из Китая маленькую квадратную коробочку с танграмами, уложенными в ней вплотную двумя слоями — каждый слой представлял собою квадрат. Следовательно, из 7 танграмов можно сложить не только один квадрат, но и два одинаковых.

Как это сделать?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 91–100

Решение задачи № 91

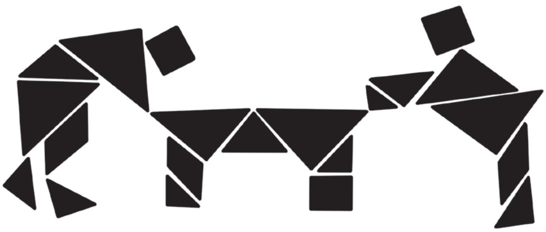


Рис. 89

Решение задачи № 92

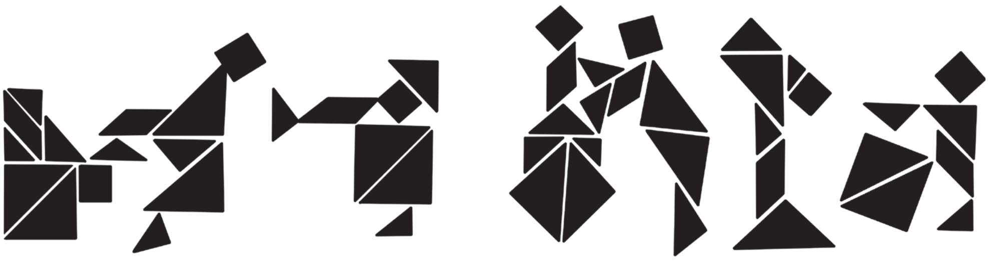


Рис. 90

Решение задачи № 93

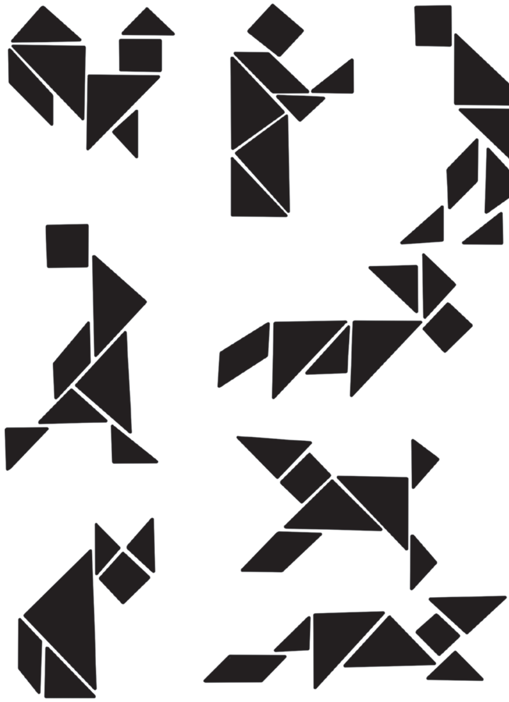


Рис. 91

Решение задачи № 94

Способ сложения силуэтов показан на приложенных чертежах (рис. 92).

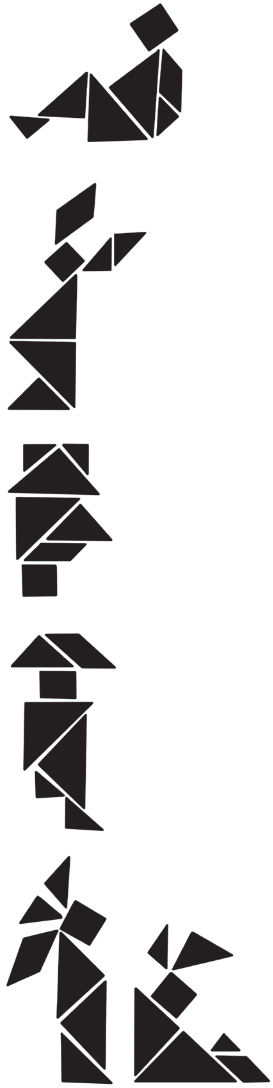


Рис. 92

Решение задачи № 95

Все фигуры, изображенные на таблице 85-й, можно сложить из танграмов (см. таблицу 94-ю), — за исключением одной — лебедя. Здесь, на рис. 93-м показано, какие очертания имеет фигура лебедя, если ее правильно составить из танграмов.

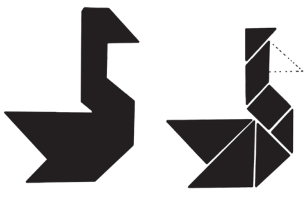


Рис. 93

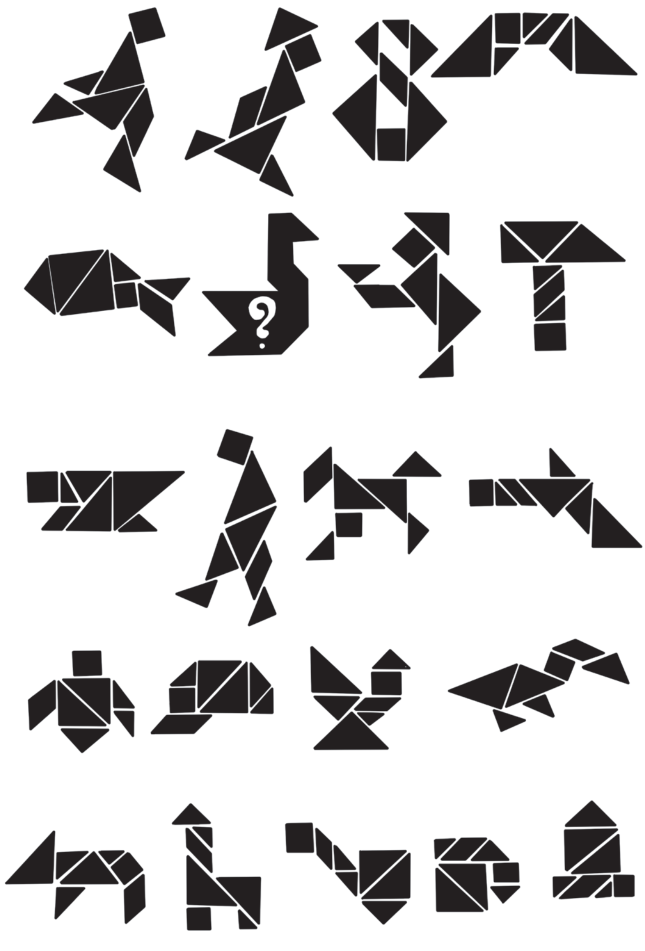


Рис. 94

Решение задачи № 96

Все силуэты имеют одинаковую площадь, так как составлены из одних и тех же частей. Как бы ни различались между собою силуэты, все они представляют собою видоизменения первоначального квадрата и, конечно, равны ему по площади.

Решение задачи № 97

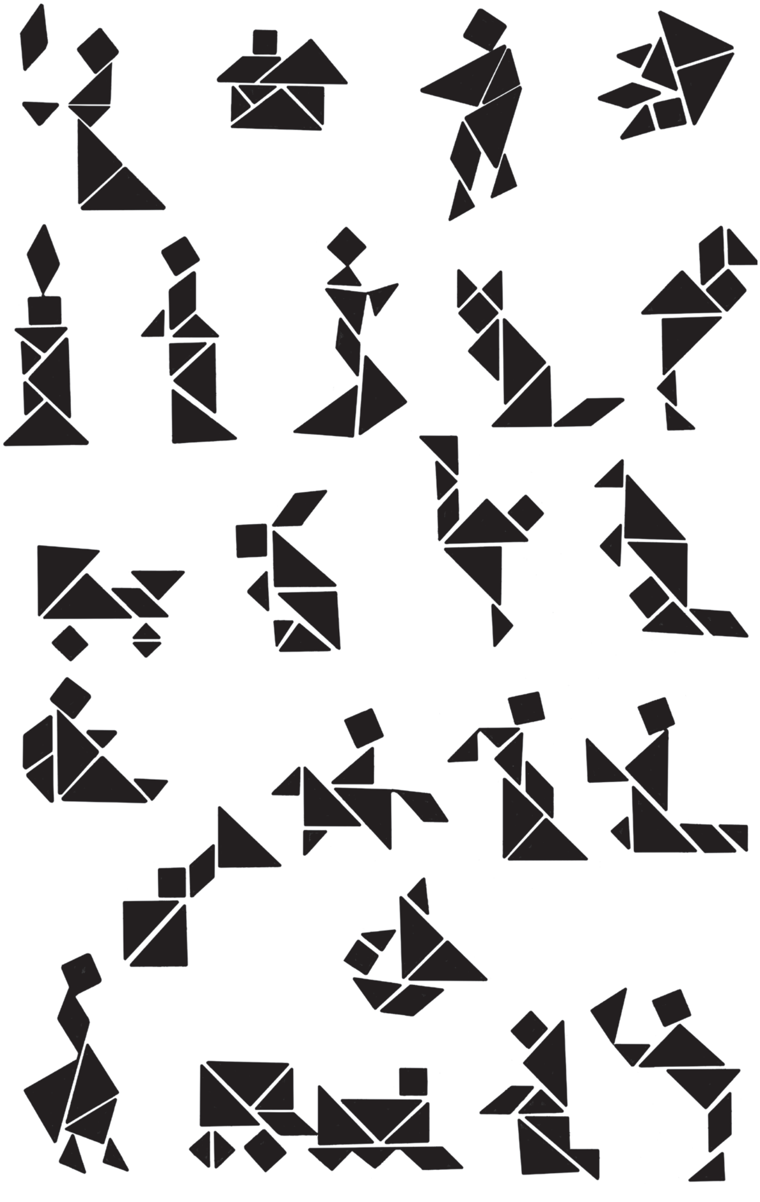


Рис. 95

Решение задачи № 98

Каждый из больших треугольников составляет по площади ¼ квадрата; средний треугольник вдвое меньше и, следовательно, составляет ⅛ долю квадрата. Каждый из маленьких треугольников вдвое меньше среднего, и значит, площадь каждого = 1/16 доле площади квадрата.

Параллелограмм и квадратик можно составить из двух маленьких треугольников; следовательно, каждая из этих фигур = ⅛ площади первоначального квадрата.

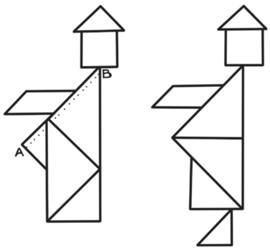


Рис. 96

Решение задачи № 99

На прилагаемом чертеже 96-м показано, как составлены обе фигуры.

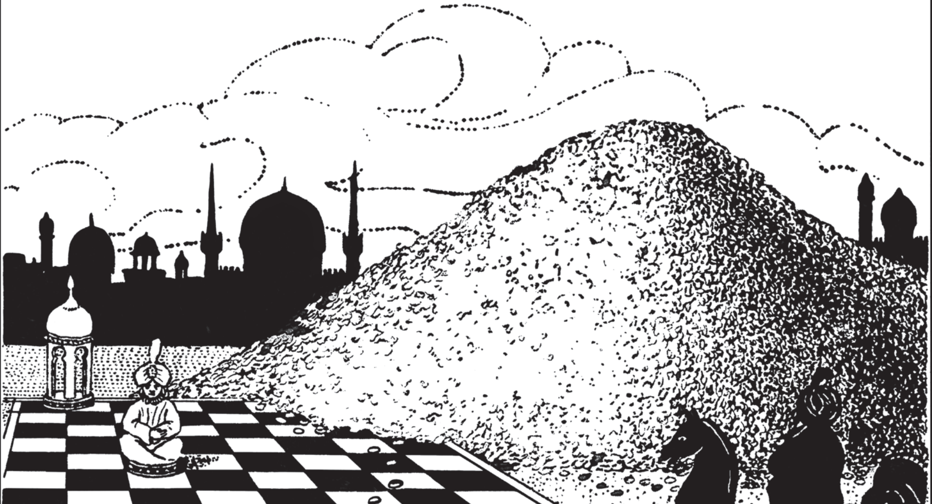
Первая, безногая фигура, чуть-чуть толще второй, — именно на узкую полоску, отрезаемую линией *AB*. Зато вторая фигура имеет ногу, и площадь этой ноги в точности равна упомянутой избыточной полоске.

Решение задачи № 100

Один из двух квадратов составляется двумя большими треугольниками. Сделав это, нетрудно уже из остальных 5 танграмов составить второй квадрат.

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ДЛЯ ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ



ВТОРАЯ СОТНЯ ГОЛОВОЛОМОК

Текст и иллюстрации воспроизводятся по изданию:

Перельман Я. И. Для юных математиков : Вторая сотня головоломок. — Л. : Начатки знаний, 1924

Предисловие

Выпущенный мною в 1915 году первый сборник головоломок для юных математиков («Веселые задачи») получил применение и распространение гораздо более обширные, чем можно было ожидать[1]. Успех первой книжки побудил меня наряду с ее переизданием выпустить еще один сборник подобного же характера, чтобы дать юным любителям математики более обширное поле для изощрения своих способностей. Книжка эта лежит перед читателем. Несмотря на подзаголовок (*вторая* сотня головоломок), она не стоит в необходимой связи с первой. Это просто серия *других* упражнений, в общем не труднее и не легче предложенных в первом сборнике. Материал умышленно подобран здесь не однородный по трудности, чтобы каждый из юных читателей мог найти упражнения, соответствующие его силам. Значительная часть задач (около половины общего числа) придумана мною, большинство остальных принадлежит к мало использованным и в русском сборнике появляется впервые. Как и первая книжка, этот сборник не преследует учебных целей, а имеет лишь в виду приятной умственной гимнастикой изощрить сообразительность и тем подготовить юный ум к более серьезной работе в будущем[2].

Я. П.

---

[1] Первое издание разошлось в 4000 экз., второе (1919 г.) — в 15 000 экз., третье (1920 г.) — в 25 000 экз.

[2] Для знакомых со школьным курсом арифметики мною составлен другой сборник математических упражнений: «Загадки и диковинки в мире чисел» (Л., 1923, изд. 2-е).

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ЗАДАЧИ ИЗ «ПУТЕШЕСТВИЙ ГУЛЛИВЕРА»

Самые удивительные страницы в «Путешествиях Гулливера по многим отдаленным странам»[1] — без сомнения, те, где описаны его необычайные приключения в стране крошечных лилипутов и в стране великанов «бробдингнегов». В стране лилипутов размеры — высота, ширина, толщина — всех людей, животных, растений и вещей были в 12 раз меньше, чем у нас. В стране великанов наоборот, — в 12 раз больше. Почему автор «Путешествий» избрал именно число 12, легко понять, если вспомнить, что это как раз отношение фута к дюйму (автор «Путешествий» — англичанин). В 12 раз меньше, в 12 раз больше — как будто не очень значительное уменьшение или увеличение. Однако отличие природы и жизни в этих фантастических странах от тех, к каким мы привыкли, оказалось поразительным. Зачастую различие это настолько озадачивает своей неожиданностью, что дает материал для головоломной задачи. Десяток подобных головоломок мы и хотим здесь предложить читателям.

Рис. 97

[1] Полное название тетралогии Джонатана Свифта — «Путешествия в некоторые удаленные страны мира в четырех частях: сочинение Лемюэля Гулливера, сначала хирурга, а затем капитана нескольких кораблей» (*примеч. ред.*).

Задача № 1

Паек и обед Гулливера

Лилипуты, — читаем мы в «Путешествиях», — установили для Гулливера следующую норму отпуска пищевых продуктов:

«Ему будет ежедневно выдаваться паек съестных припасов и напитков, достаточный для прокормления 1724 подданных страны лилипутов».

«Триста поваров, — рассказывает Гулливер в другом месте, — готовили для меня кушанье. Вокруг моего дома были поставлены шалаши, где происходила стряпня и жили повара со своими семьями. Когда наступал час обеда, я брал в руки 20 человек прислуги и ставил их на стол, а человек 100 прислуживало с пола: одни подавали кушанье, остальные приносили бочонки с вином и другими напитками на шестах, перекинутых с плеча на плечо. Стоявшие наверху по мере надобности поднимали все это на стол при помощи веревок и блоков».

Не объясните ли вы, из какого расчета получили лилипуты такой огромный паек? И зачем понадобился столь многочисленный штат прислуги для прокормления одного человека? Ведь он всего лишь в дюжину раз выше ростом, нежели лилипуты. Соразмерны ли подобный паек и аппетит с относительной величиной Гулливера и лилипутов?

Задача № 2

Бочка и ведро лилипутов

«Наевшись, — рассказывает далее Гулливер о своем пребывании в стране лилипутов, — я показал знаками, что мне хочется пить. Лилипуты с большой ловкостью подняли на веревках до уровня моего тела бочку вина самого большого размера, подкатили ее к моей руке и выбили крышку. Я выпил все одним духом. Мне подкатили другую бочку. Я осушил ее залпом, как и первую, и попросил еще, — но больше у них не было».

В другом месте Гулливер говорит о ведрах лилипутов, что они были «не больше нашего большого наперстка».

Такие крошечные бочки и ведра могли ли быть в стране, где все предметы меньше нормальных только в 12 раз?

Задача № 3

Животные страны лилипутов

«Пятьсот самых больших лошадей было прислано, чтобы отвезти меня в столицу», — рассказывает Гулливер о стране лилипутов.

Не кажется ли вам, что 500 лошадей — чересчур много для этой цели, даже принимая во внимание относительные размеры Гулливера и лилипутских лошадей?

О коровах, быках и овцах лилипутов Гулливер рассказывает не менее удивительную вещь, — что, уезжая, он попросту «посадил их в свой карман».

Возможно ли это?

Задача № 4

Жесткая постель

О том, как лилипуты приготовили ложе своему гостю-великану, читаем в «Путешествии Гулливера» следующее:

«Шестьсот тюфяков обыкновенных лилипутских размеров было доставлено на подводах в мое помещение, где портные принялись за работу. Из полутораста тюфяков, сшитых вместе, вышел один, на котором я мог свободно поместиться в длину и ширину. Четыре таких тюфяка положили один на другой, — но даже и на этой постели мне было так же жестко спать, как на каменном полу».

Почему же Гулливеру было на этой постели так жестко? И правилен ли весь приведенный здесь расчет?

Задача № 5

Триста портных

«Ко мне было прикомандировано 300 портных-лилипутов с наказом сшить мне полную пару платья по местным образцам».

Неужели нужна такая армия портных, чтобы сшить один костюм на человека, ростом всего в дюжину раз больше лилипутского?

Задача № 6

Лодка Гулливера

Гулливер покинул страну лилипутов на лодке, которую случайно прибило к берегам. Лодка эта казалась лилипутам чудовищным кораблем, далеко превосходящим размеры самых крупных судов их флота.

Не можете ли вы рассчитать приблизительно, сколько лилипутских тонн водоизмещения[1] имела эта лодка, если исходить из того, что она могла поднять груз в 20 пудов?

[1] Водоизмещение корабля равно наибольшему грузу, какое он может поднять (включая и вес самого судна). Тонна — около 60 пудов.

Рис. 98. Обед Гулливера в стране лилипутов.

Задача № 7

Исполинские яблоки и орехи

«Один раз, — читаем мы в «Путешествиях Гулливера» к бробдингнегам (великанам), — с нами отправился в сад придворный карлик. Улучив удобный момент, когда я, прохаживаясь, очутился под одним из деревьев, он ухватился за ветку и встряхнул ее над моей головой. Град яблок, величиной каждое с хороший бочонок, шумно посыпался на землю; одно ударило меня в спину и сбило с ног...»

В другой раз — «какой-то каверзный школьник запустил орехом прямо мне в голову и едва не попал, — а брошен был орех с такою силой, что неминуемо размозжил бы мне череп, так как был немногим меньше нашей небольшой тыквы».

Сколько примерно могли, по вашему мнению, весить яблоко и орех страны великанов?

Задача № 8

Кольцо великанов

В числе предметов, вывезенных Гулливером из страны великанов, было, говорит он, — «золотое кольцо, которое королева сама мне подарила, милостиво сняв его со своего мизинца и накинув мне через голову на шею как ожерелье».

Возможно ли, чтобы колечко с мизинца хотя бы и великанши годилось Гулливеру как ожерелье? И сколько примерно должно было такое кольцо весить?

Задача № 9

Книги великанов

О книгах в стране великанов Гулливер сообщает такие подробности:

«Мне разрешено было брать из библиотеки книги для чтения, — но для того, чтобы я мог их читать, пришлось соорудить целое приспособление. Столяр сделал для меня деревянную лестницу, которую можно было переносить с места на место. Она имела 25 футов[1] в вышину, а длина каждой ступеньки достигала 50-ти футов. Когда я выражал желание почитать, мою лестницу устанавливали футах в 10 от стены, повернув к ней ступеньками, а на пол ставили раскрытую книгу, прислонив ее к стене. Я взбирался на верхнюю ступеньку и начинал читать с верхней строки, переходя слева направо и обратно шагов на 8 или на 10, смотря по длине строк.

[1] Здесь и далее в тексте: 1 фут ≈ 0,3 м, 1 дюйм ≈ 2,5 см, 1 вершок ≈ 4,4 см, 1 аршин ≈ 0,7 м, 1 золотник ≈ 4,2 г, 1 фунт ≈ 0,45 кг, 1 пуд ≈ 16 кг (*примеч. ред.*).

Рис. 99. Яблоки страны великанов.

По мере того как чтение подвигалось вперед и строки приходились все ниже и ниже уровня моих глаз, я постепенно спускался на вторую ступеньку, на третью и т. д. Дочитав до конца страницы, я снова поднимался вверх и начинал новую страницу таким же манером. Листы я переворачивал обеими руками, что было нетрудно, так как бумага, на которой у них печатают книги, не толще нашего картона, а самые большие их фолианты имеют не более 18–20 футов в длину».

Соразмерно ли все это?

Задача № 10

Воротники великанов

В заключение остановимся на задаче этого рода, но заимствованной непосредственно из описания Гулливеровых приключений.

Вам, быть может, не было известно, что номер воротничка есть не что иное, как число сантиметров в его окружности. Если окружность вашей шеи 36 сантиметров, то вам подойдет воротник только № 36; воротник номером меньше будет тесен, а номером больше — просторен. Окружность шеи взрослого человека в среднем около 40 сантиметров.

Если бы Гулливер желал в Лондоне заказать партию воротников для обитателей страны великанов, то какой № он должен был бы заказать?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 1–10

Решение задачи № 1

Расчет был сделан совершенно верно, — если не считать маленькой арифметической ошибки. Не надо забывать, что лилипуты представляли собой точное, хотя и уменьшенное подобие обыкновенных людей, с нормальной пропорцией частей тела. Следовательно, они были не только в 12 раз ниже ростом, но и в 12 раз у́же и в 12 раз тоньше Гулливера. Объем их тела поэтому был меньше объема тела Гулливера не в 12 раз, а в 12 × 12 × 12, т. е. в 1728 раз. И, конечно, для поддержания жизни такого тела надо соответственно меньше пищи. Вот почему лилипуты и рассчитали, что Гулливеру нужен паек, достаточный для прокормления 1728 лиллипутов (у Свифта ошибочно указано 1724).

Теперь понятно, для чего понадобилось и так много поваров.

Чтобы приготовить 1728 обедов, нужно не менее 300 поваров, считая, что один повар-лилипут может сварить полдюжины лилипутских обедов. Соответственно большое число людей необходимо было и для того, чтобы поднять такой груз на высоту Гулливерова стола, который был — как легко рассчитать — высотой с трехэтажный дом лилипутов.

Рис. 100. Гулливер читает книгу в стране великанов.

Решение задачи № 2

Бочки и ведра лилипутов, если имели такую же форму, как наши, не только в 12 раз меньше наших по высоте, но и в 12 раз меньше по ширине и толщине, а следовательно, по объему меньше в 12 × 12 × 12 = 1728 раз. Значит, считая в нашем ведре 60 стаканов, мы легко можем рассчитать, что ведро лилипутов вмещало всего только 60 : 1728, или круглым числом 1/30 стакана. Это немногим больше чайной ложки и действительно не превышает вместимости крупного наперстка.

Если вместимость ведра лилипутов почти равна чайной ложке, то вместимость винного бочонка, — даже если он был 10-ведерный, — не превышала 1/3 стакана. Что же удивительного, что Гулливер не мог утолить жажды даже двумя такими бочками!

Решение задачи № 3

Мы уже подсчитали в первой задаче, что Гулливер по объему тела был больше лилипутов в 1728 раз. Разумеется, он был во столько же раз и тяжелее. Перевезти его тело на лошадях лилипутам было так же трудно, как перевезти 1728 лилипутов. Отсюда понятно, зачем в повозку с Гулливером понадобилось впрячь такое множество лошадей.

Животные страны лилипутов были тоже в 1728 раз меньше по объему и, значит, во столько же раз легче, чем наши.

Наша корова имеет в высоту аршина два и весит 50 пудов. Корова лилипутов была меньше трех вершков росту и весила 50 : 1798 пудов, т. е. немногим больше одного фунта. Разумеется, такую игрушечную корову можно при желании уместить в кармане.

«Самые крупные их лошади и быки, — вполне правдоподобно рассказывает Гулливер, — были не выше 4–5 дюймов, овцы — около 1½ дюйма, гуси — величиной с нашего воробья и т. д. до самых мелких животных. Их мелкие животные были почти невидимы для моих глаз. Я видел, как повар ощипывал жаворонка величиной с нашу обыкновенную муху, если не меньше; в другой раз молодая девушка при мне вдевала невидимую нитку в невидимую иглу».

Решение задачи № 4

Расчет сделан вполне правильно. Если тюфяк лилипутов в 12 раз короче и, конечно, в 12 раз у́же тюфяка обычных размеров, то поверхность его была в 12 × 12 раз меньше поверхности нашего тюфяка. Чтобы улечься, Гулливеру нужно было, следовательно, 144 (круглым счетом — 150) лилипутских тюфяка. Но такой тюфяк был очень тонок — в 12 раз тоньше нашего. Теперь понятно, что даже 4 слоя подобных тюфяков не предоставили достаточно мягкого ложа: получился тюфяк втрое более тонкий, чем наш обыкновенный.

Решение задачи № 5

Поверхность тела Гулливера была не в 12 раз больше поверхности тела лилипутов, а в 12 × 12, т. е. в 144 раза. Это станет понятно, если мы представим себе, что каждому квадратному дюйму поверхности тела лилипута соответствует квадратный фут поверхности тела Гулливера, а в квадратном футе 144 квадратных дюйма.

Раз так, то на костюм Гулливера должно было пойти в 144 раза больше сукна, чем на костюм лилипута, и, значит, соответственно больше рабочего времени. Если один портной может сшить костюм в 2 дня, то, чтобы сшить в один день 144 костюма (или один костюм Гулливера), могло понадобиться именно около 300 портных.

Решение задачи № 6

Лодка Гулливера могла поднять 20 пудов; следовательно, ее водоизмещение — 20 : 60 = ⅓ тонны. Тонна — это вес кубического метра воды; значит, лодка вытесняла ⅓ куб. метра. Но все линейные меры лилипутов в 12 раз меньше наших, кубические же — в 1728 раз меньше. Легко сообразить, что ⅓ нашего куб. метра заключала около 575 куб. метров страны лилипутов и что лодка Гулливера имела водоизмещение в 575 тонн (или около того, так как исходное число, 20 пудов, взято нами произвольно).

В наши дни, когда океаны бороздят суда в десятки тысяч тонн, корабль таких размеров никого не удивит, — но нужно иметь в виду, что в те времена, когда было написано «Путешествие Гулливера» (в начале XVIII века), суда в 500–600 тонн были редкостью.

Решение задачи № 7

Легко рассчитать, что яблоко, которое весит у нас около четверти фунта, должно было в стране великанов весить, соответственно своему объему, в 1728 раз больше, т. е. 432 фунта, или почти 11 пудов! Такое яблоко, ударив человека в спину, едва ли оставит его в живых, так что Гулливер отделался чересчур легко от угрожавшей ему опасности быть раздавленным 11-пудовым грузом.

Орех страны великанов должен был весить фунтов 8–9, если принять, что наш орех весит около ½ золотника; в поперечнике исполинский орех мог иметь дюйма 4. Восьмифунтовый твердый предмет, брошенный со скоростью орешка, конечно, неминуемо должен был размозжить голову человеку нормальных размеров. И когда в другом месте Гулливер рассказывает, что обыкновенный град в стране великанов мгновенно повалил его на землю и что градины его «жестоко колотили по спине, по бокам и по всему телу, словно большие деревянные шары, какими играют в крокет», — то это вполне правдоподобно, потому что каждая градина страны великанов должна весить не меньше нескольких фунтов.

Решение задачи № 8

Поперечник мизинца человека нормальных размеров около 1½ сантиметра. Умножив на 12, имеем для поперечника кольца великанши $1\frac{1}{2} \times 12 = 18$ сантиметров; кольцо с таким просветом имеет окружность $18 \times 3\frac{1}{7}$ = около 56 сантиметров. Это как раз достаточные размеры, чтобы возможно было просунуть через него голову нормальной величины (в чем легко убедиться, измерив бечевкой окружность своей головы в самом широком месте).

Что касается *веса* такого кольца, то, если обыкновенное колечко весит, скажем, один золотник, такого же фасона кольцо из страны великанов должно было весить 1728 золотников, т. е. немногим менее полупуда.

Решение задачи № 9

Если исходить из размеров современной книги обычного формата (сантиметров 25 длиной и 12 шириной), то описанное Гулливером представится несколько преувеличенным. Чтобы читать книгу менее 3 метров вышины и полутора метров ширины, можно обойтись без лестницы и нет надобности ходить вправо и влево на 8–10 шагов. Но во времена Свифта, в начале XVIII века, обычный формат книг (фолиантов) был гораздо больше, чем теперь. Фолиант, например, «Арифметики» Магницкого, вышедшей при Петре Великом, имел размеры около 30 сантиметров в высоту и 20 в ширину. Увеличивая в 12 раз, получаем для книг великанов более внушительные размеры: 360 сантиметров (почти 4 метра) в высоту и 240 см в ширину (2½ метра). Читать четырехметровую книгу без лестницы нельзя; но и тут не пришлось бы, переходя от одной строки к другой, делать 8–10 шагов, так что последняя подробность у Свифта безусловно является преувеличением.

Подобный фолиант должен весить в 1728 раз больше, нежели наш, т. е. пудов 70–80. Считая, что в нем 500 листов, получаем для каждого листа книги великанов вес около 11–13 фунтов. Перелистывать такие страницы, конечно, нетрудно.

Буквы в книгах великанов имели около 2–3 см высоты; читать такую крупную печать с расстояния 10 футов, как читал Гулливер, очень удобно.

Решение задачи № 10

Окружность шеи великанов была больше окружности шеи нормального человека во столько же раз, во сколько раз был больше ее поперечник, т. е. в 12 раз. И если нормальному человеку нужен № 40, то для великана понадобился бы №

$$40 \times 12 = 480.$$

ГЛАВА ВТОРАЯ

ЗАДАЧИ СО СПИЧКАМИ

Задача № 11

Из шести три

Перед вами (рис. 101) фигура, составленная из 17 спичек. Вы видите в ней 6 одинаковых квадратов. Задача состоит в том, чтобы убрать 5 спичек, не перекладывая остальных, — и осталось бы всего 3 квадрата.

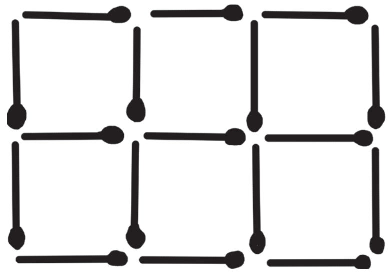


Рис. 101

Задача № 12

Оставить пять квадратов

В решетке из спичек, представленной на рис. 102-м, нужно так убрать 4 спички, — не трогая остальных, — чтобы осталось пять квадратов.

Задача № 13

Оставить четыре квадрата

Из той же фигуры (рис. 102) так выньте 8 спичек, — не трогая других, — чтобы оставшиеся спички составляли 4 одинаковых квадрата.

Задача № 14

Оставить три квадрата

В той же решетке (рис. 102) так уберите 6 спичек, — не перекладывая остальных, — чтобы осталось всего 3 квадрата.

Задача № 15

Оставить два квадрата

И наконец, в той же фигуре (рис. 102) так уберите 8 спичек, — не трогая остальных, — чтобы осталось всего лишь два квадрата.

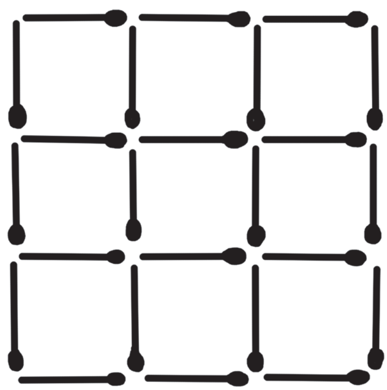


Рис. 102

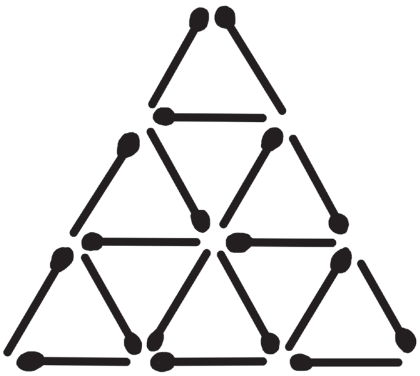


Рис. 103

Задача № 16

Шесть четырехугольников

В фигуре, представленной на рис. 103, нужно так переложить 6 спичек с одного места на другое, чтобы образовалась фигура, составленная из 6 одинаковых четырехугольников.

Задача № 17

Из дюжины спичек

Из 12 спичек нужно составить фигуру, в которой было бы:

три одинаковых четырехугольника и

два одинаковых треугольника.

Как это сделать?

Задача № 18

Из полутора дюжин

Из 18 спичек нужно сложить два четырехугольника так, чтобы площадь одного была втрое больше площади другого. Спичек, как и во всех предыдущих задачах, переламывать нельзя. Оба четырехугольника должны лежать обособленно, не примыкая друг к другу.

Задача № 19

Два пятиугольника

Если вам удалось решить предыдущую задачу, попытайте силы на такой головоломке:

Из 18 спичек сложить два пятиугольника так, чтобы площадь одного была ровно втрое больше площади другого. Прочие условия те же, что и в предыдущей задаче.

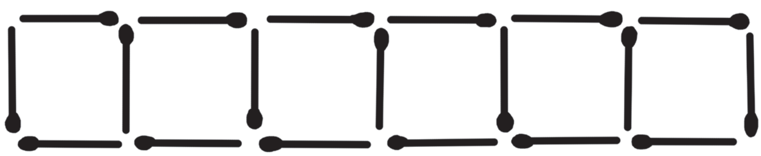


Рис. 104

Задача № 20

Из 19 и из 12

На чертеже 104-м вы видите, как можно 19-ю целыми спичками ограничить шесть одинаковых участков.

А можно ли ограничить шесть одинаковых участков — хотя бы и иной формы — 12-ю целыми спичками?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 11–20

Решение задачи № 11

видно из чертежа 105-го.

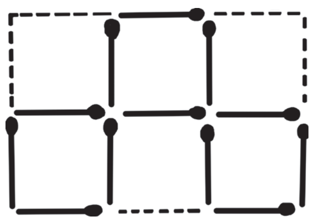


Рис. 105

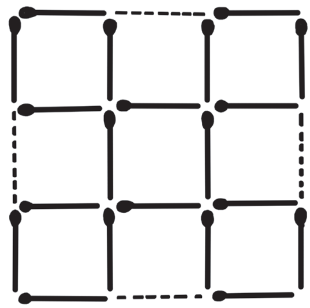


Рис. 106

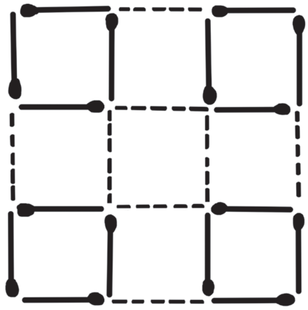


Рис. 107

Решения задач №№ 12, 13, 14 и 15

показаны на чертежах 106-м, 107-м[1], 108-м, 109-м, 110-м.

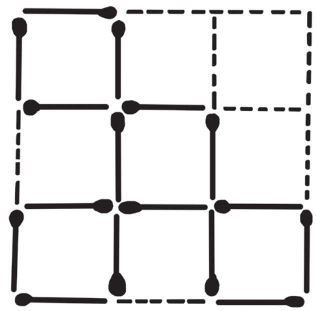


Рис. 108

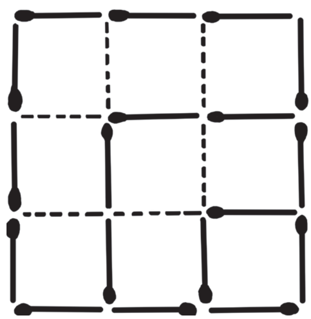


Рис. 109

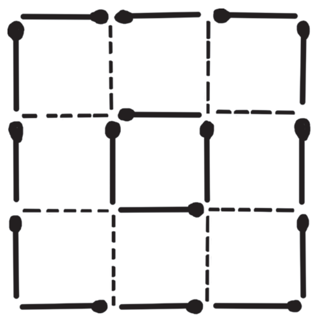


Рис. 110

[1] Задача № 13 имеет два решения — рис. 107 и 108 (*примеч. ред.*).

Решение задачи № 16

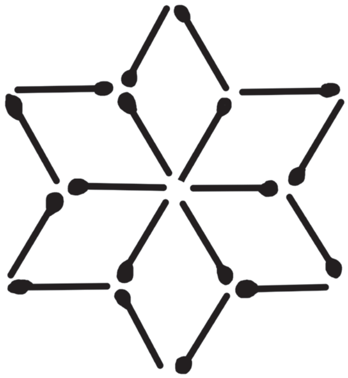


Рис. 111

Решение задачи № 17

показано на чертеже 112-м. Это равносторонний шестиугольник (но не правильный — углы не равны).

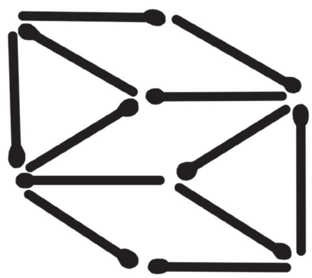


Рис. 112

Решение задачи № 18

показано на чертеже 113-м. Площадь левой фигуры заключает два квадрата, каждый со сторонами в 1 спичку. Правый четырехугольник представляет собою параллелограмм, высота которого $AB = 1\frac{1}{2}$ спичкам. Площадь его по правилам геометрии равна его основанию, умноженному на высоту: $4 \times 1\frac{1}{2} = 6$, — т. е. втрое больше площади левого четырехугольника.

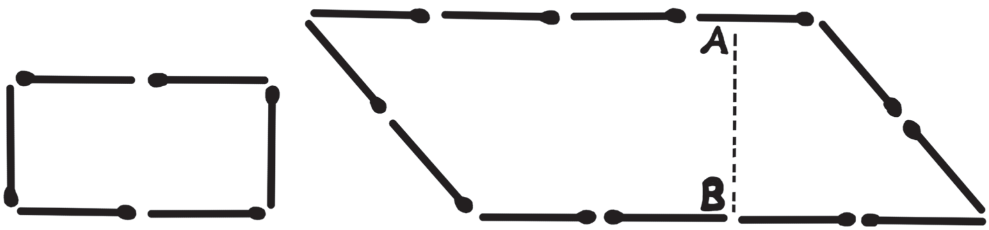


Рис. 113

Решения задач №№ 19 и 20
наглядно показаны на прилагаемых чертежах 114 и 115.

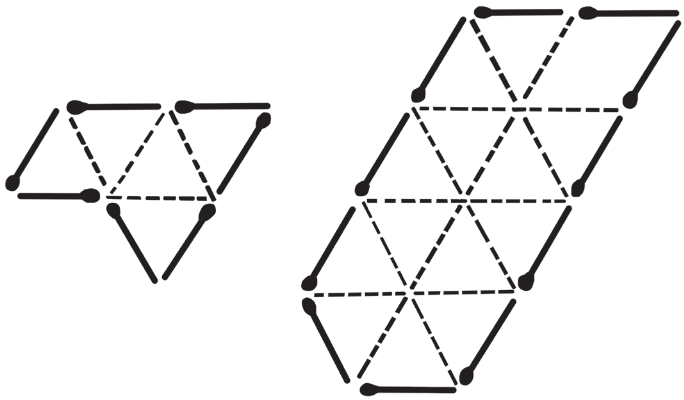


Рис. 114

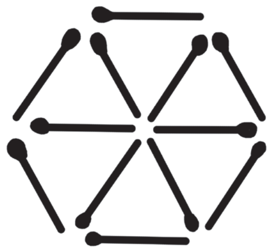


Рис. 115

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ВЕС И ВЗВЕШИВАНИЕ

Задача № 21

Вес бревна

Круглое бревно весит тридцать килограммов. Сколько весило бы оно, если бы было вдвое толще, но вдвое короче?

Задача № 22

Десятичные весы

Сто килограммов железных гвоздей уравновешены на десятичных весах железными гирями. Весы затопило водой. Сохранили ли они равновесие и под водой?

Задача № 23

Вес бутылки

Бутылка, наполненная керосином, весит 1000 граммов. Та же бутылка, наполненная кислотой, весит 1600 граммов. Кислота вдвое тяжелее керосина.

Сколько весит бутылка?

Задача № 24

Брусок мыла

На одной чашке весов лежит брусок мыла, на другой — ¾ такого же бруска и еще ¾ килограмма. Весы в равновесии.

Сколько весит целый брусок мыла?

Постарайтесь решить эту несложную задачу устно, без карандаша и бумаги.

Задача № 25

Кошки и котята

Из прилагаемого рисунка 117-го вы усматриваете, что

4 кошки и 3 котенка весят 15 килограммов, а

3 кошки и 4 котенка весят 13 килограммов.

Сколько же весит каждая кошка и каждый котенок в отдельности?

Постарайтесь и эту задачу решить устно.

Рис. 116. Сколько весит брусок мыла?

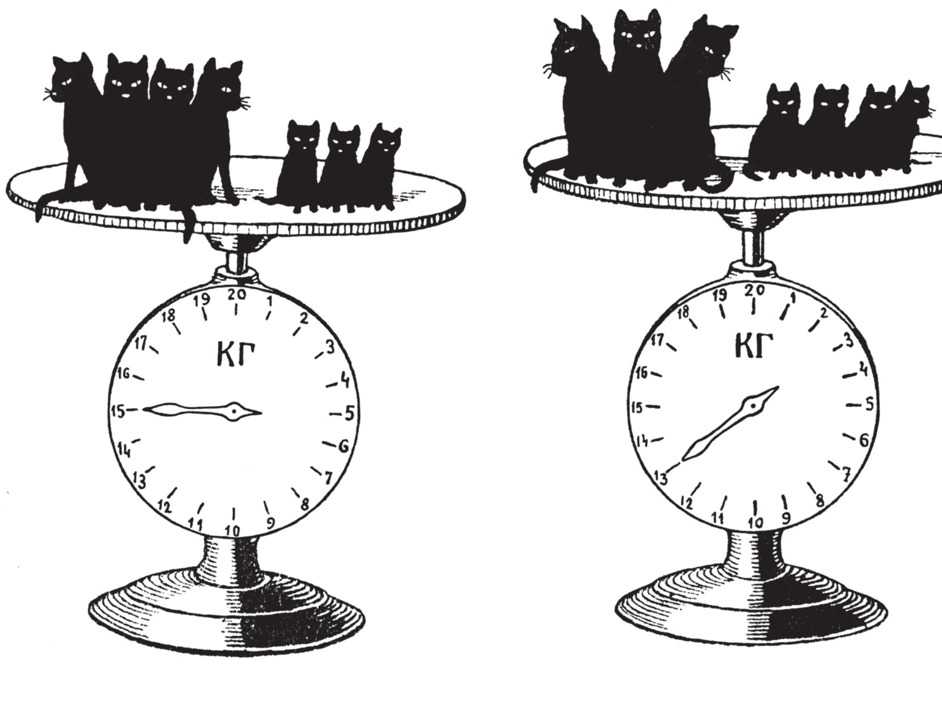


Рис. 117. Сколько весят кошка и котенок порознь?

Задача № 26

Раковина и бусины

Рисунок 118-й показывает вам, что 3 детских кубика и 1 раковина уравновешиваются 12-ю бусинами и что, далее, 1 раковина уравновешивается 1 кубиком и 8-ю бусинами.

Сколько же бусин нужно положить на свободную чашку весов, чтобы уравновесить раковину на другой чашке?

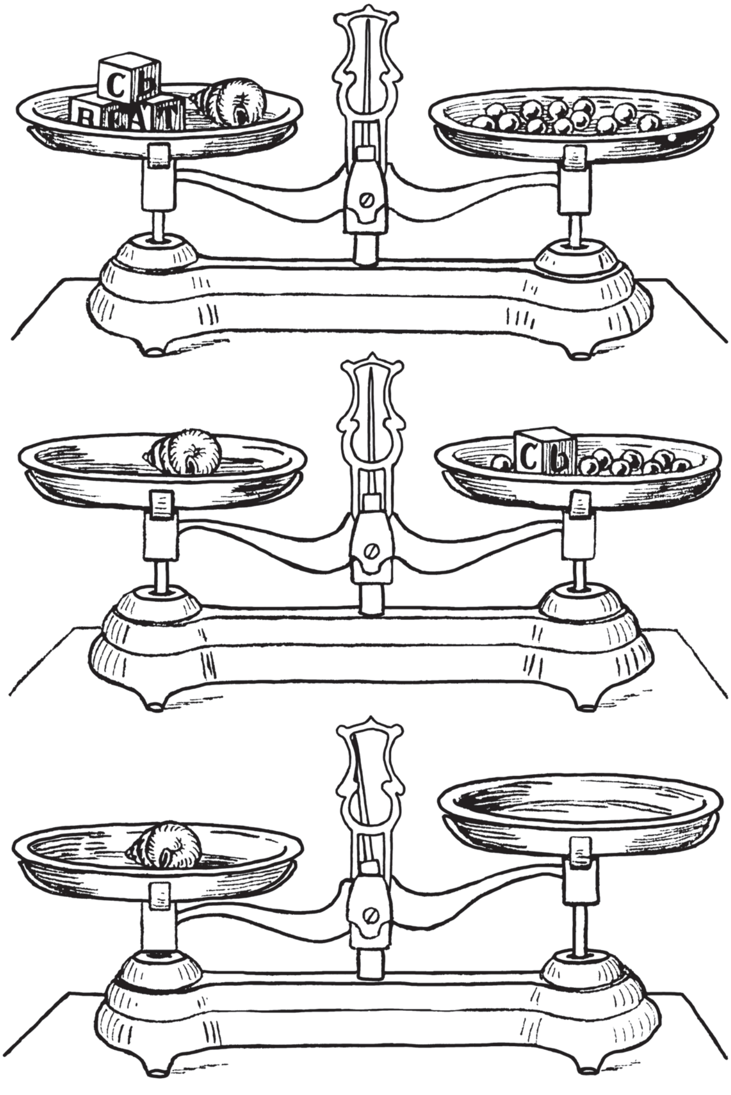


Рис. 118. Задача о раковине и бусинах.

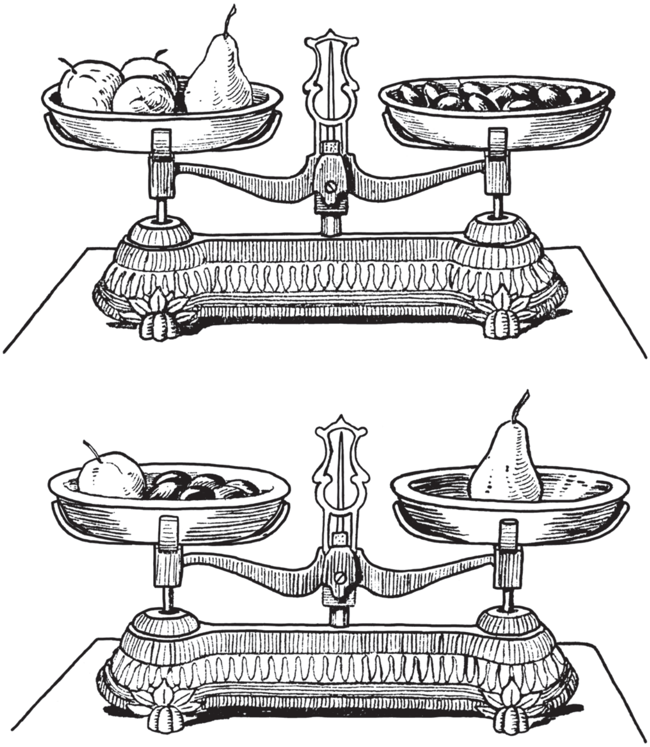


Рис. 119. Задача о груше и персиках.

Задача № 27

Вес фруктов

Вот еще задача в том же роде. Рисунок 119-й показывает, что

3 яблочка и 1 груша весят столько, сколько 10 персиков, а

6 персиков и 1 яблочко весят столько, сколько 1 груша.

Сколько же персиков надо взять, чтобы уравновесить одну грушу?

Задача № 28

Сколько стаканов?

На рисунках 120-а и 120-б вы видите, что

бутылка и стакан уравновешиваются кувшином;
бутылка сама по себе уравновешивается стаканом и блюдцем;
два кувшина уравновешиваются тремя блюдцами.

Сколько надо поставить стаканов на свободную чашку весов, чтобы уравновесить бутылку?

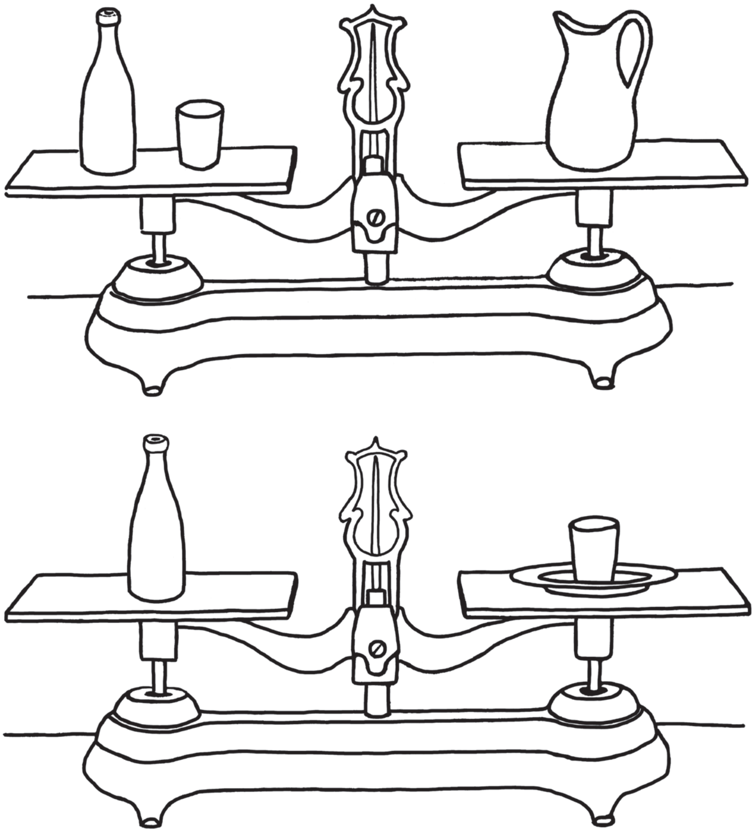


Рис. 120-а. Задача о стаканах и бутылке.

Задача № 29

Гирей и молотком

Надо развесить 2 килограмма сахарного песку на 200-граммовые пакеты. Имеется только одна 500-граммовая гиря да еще молоток, весящий 900 граммов.

Как получить все 10 пакетов, пользуясь этой гирей и молотком?

Задача № 30

Задача Архимеда

Самая древняя из головоломок, относящихся к взвешиванию, — без сомнения, та, которую древний правитель сиракузский Гиерон задал знаменитому математику Архимеду.

Предание повествует, что Гиерон поручил мастеру изготовить венец для одной статуи и приказал выдать ему необходимое количество золота и серебра.

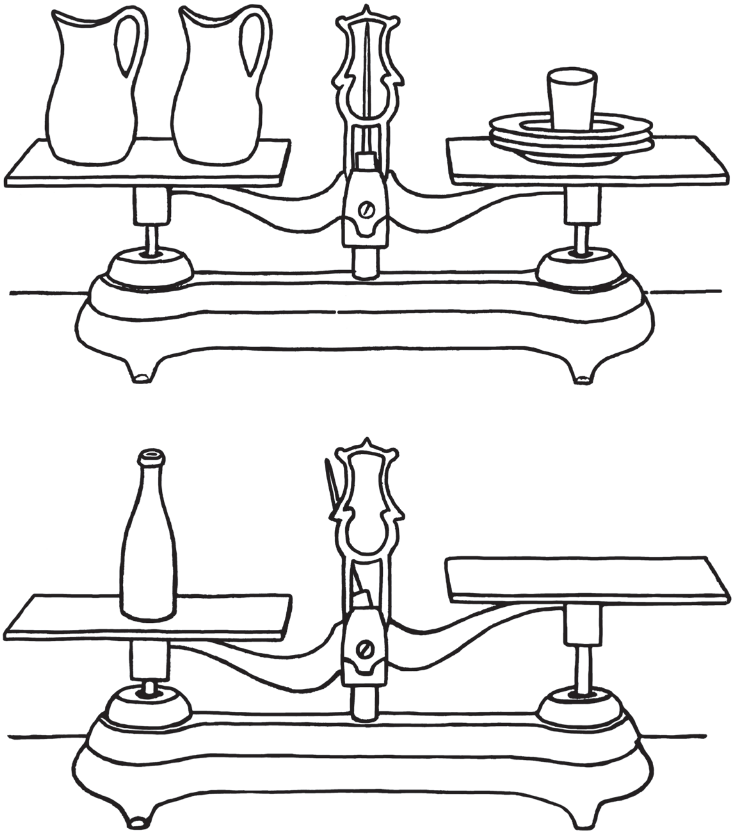


Рис. 120-б. Чем уравновесить бутылку?

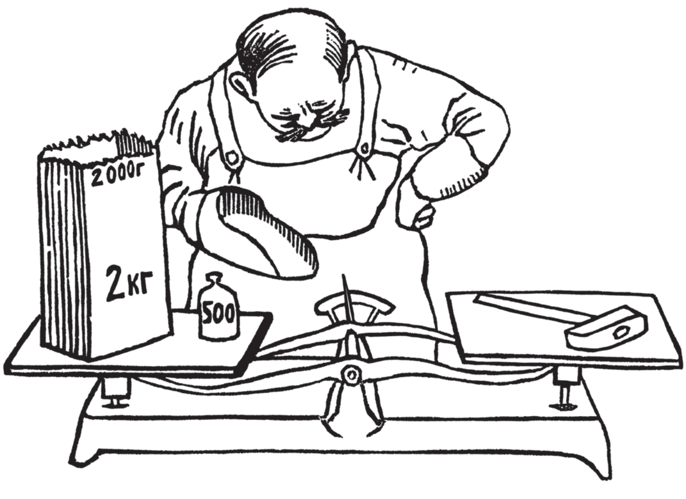


Рис. 121. Затруднение при развешивании.

Когда венец был доставлен, взвешивание показало, что он весит столько же, сколько весили вместе выданные золото и серебро. Однако правителю донесли, что мастер утаил часть золота, заменив его серебром. Гиерон призвал Архимеда и предложил ему определить, сколько золота и сколько серебра заключает изготовленная мастером корона. Архимед решил эту задачу, исходя из того, что чистое золото теряет в воде 20-ю долю своего веса, а серебро — 10-ю долю.

Если вы желаете попытать свои силы на подобной задаче, примите, что мастеру было отпущено 8 килограммов золота и 2 кг серебра, и что когда Архимед взвесил корону под водой, она весила не 10 кг, а всего 9¼ кг. Попробуйте определить по этим данным, сколько золота утаил мастер. Венец предполагается изготовленным из сплошного металла, без пустот.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 21–30

Решение задачи № 21

Обыкновенно отвечают, что бревно, увеличенное в толщину вдвое, но вдвое же укороченное, не должно изменить своего веса. Однако это неверно. От увеличения поперечника вдвое объем круглого бревна увеличивается *вчетверо*; от укорочения же вдвое объем уменьшается всего в *два* раза. Поэтому толстое короткое бревно должно быть вдвое тяжелее длинного тонкого, т. е. весить 60 килограммов.

Решение задачи № 22

При погружении в воду железная вещь (сплошная) теряет 8-ю долю своего веса[1]. Поэтому гири под водой будут иметь ⅞ прежнего веса, гвозди — также ⅞ своего прежнего веса. И так как гири были в 10 раз легче гвоздей, то и под водой они легче их в 10 раз. Следовательно, десятичные весы останутся и под водой в равновесии.

Решение задачи № 23

Из условия задачи мы знаем, что, во-первых,

$$\text{вес бутылки} + \text{вес керосина} = 1000 \text{ граммов.}$$

А во-вторых, так как кислота вдвое тяжелее керосина, мы знаем, что

$$\text{вес бутылки} + \text{двойной вес керосина} = 1600 \text{ граммов.}$$

Отсюда ясно, что разница в весе 1600 – 1000, т. е. 600 граммов, есть вес керосина в объеме бутылки. Но бутылка вместе с керосином весит 1000 граммов; значит, бутылка весит 1000 – 600 = 400 граммов.

---

[1] Я не сообщил этой цифры в условии задачи потому, что сама величина потери — 8-я, или 10-я, или 20-я часть — для решения задачи не имеет значения.

Действительно: вес кислоты (1600 – 400 = 1200 г) оказывается вдвое больше веса керосина.

Решение задачи № 24

¾ бруска мыла + ¾ килограмма весят столько, сколько целый брусок. Но в целом бруске содержится ¾ бруска + ¼ бруска. Значит, ¼ бруска весит ¾ килограмма. И следовательно, целый брусок весит в четыре раза больше, чем ¾ кг, т. е. 3 килограмма.

Решение задачи № 25

Сравнивая оба взвешивания, легко видеть, что от замены одной кошки одним котенком вес груза уменьшился на 15 – 13, т. е. на 2 кг. Отсюда следует, что кошка тяжелее котенка на 2 кг. Зная это, заменим при первом взвешивании всех четырех кошек котятами: у нас будет тогда всех 4 + 3 = 7 котят, а стрелка весов вместо 15 килограммов покажет на 2 × 4, т. е. на 8 кг меньше. Значит, 7 котят весят 15 – 8 = 7 килограммов.

Отсюда ясно, что котенок весит 1 килограмм, взрослая же кошка 1 + 2 = 3 килограмма.

Решение задачи № 26

Сравним первое и второе взвешивание. Вы видите, что раковину при первом взвешивании мы можем заменить 1 кубиком и 8 бусинами, потому что они имеют одинаковый вес. У нас оказалось бы тогда на левой чашке 4 кубика и 8 бусин, и это уравновешивалось бы 12 бусинами. Сняв теперь с каждой чашки по 8 бусин, мы не нарушим равновесия; останется же у нас на левой чашке 4 кубика, на правой — 4 бусины. Значит, кубик и бусина весят одинаково.

Теперь ясно, сколько бусин весит раковина: заменив (второе взвешивание) 1 кубик на правой чашке бусиной, узнаем, что

вес раковины = весу 9 бусин.

Результат наш легко проверить: замените при первом взвешивании кубики и раковины на левой чашке соответственным числом бусин: получите 3 + 9 = 12, как и должно быть.

Решение задачи № 27

Заменим при первом взвешивании 1 грушу 6-ю персиками и яблочком: мы вправе это сделать, так как груша весит столько же, сколько 6 персиков и яблочко. У нас окажется на левой чашке 4 яблочка и 6 персиков, на правой — 10 персиков. Сняв с обеих чашек по 6 персиков, узнаем, что 4 яблочка весят столько, сколько и 4 персика. Другими словами, один персик весит столько же, сколько одно яблочко. Теперь легко уже сообразить, что вес груши равен весу 7 персиков.

Решение задачи № 28

Задачу эту можно решать на разные лады. Вот один из способов.

Заменим при третьем взвешивании каждый кувшин 1 бутылкой и 1 стаканом (из первого взвешивания мы видим, что весы при этом должны оставаться в равновесии). Мы узнаем тогда, что 2 *бутылки* и 2 *стакана* уравновешиваются 3 *блюдцами*. Каждую бутылку мы, на основании второго взвешивания, можем заменить 1 стаканом и 1 блюдцем. Окажется тогда, что

4 *стакана* и 2 *блюдца* уравновешиваются 3 *блюдцами*.

Сняв с каждой чашки весов по 2 блюдца, узнаем, что

4 *стакана* уравновешиваются 1 *блюдцем*.

И следовательно, бутылка уравновешивается (ср. второе взвешивание) 5 стаканами.

Решение задачи № 29

Порядок отвешивания таков. Сначала кладут на одну чашку молоток, на другую гирю и столько сахарного песку, чтобы чашки уравновесились; ясно, что насыпанный на эту чашку песок весит $900 - 500 = 400$ граммов. Ту же операцию выполняют еще 3 раза; остаток песка весит $2000 - (4 \times 400) = 400$ граммов.

Теперь остается только каждый из пяти полученных 400-граммовых пакетов разделить пополам, на два равных по весу пакета. Делается это без гирь, очень просто: рассыпают содержимое 400-граммового пакета в два картуза, поставленные на разные чашки, пока весы не уравновесятся.

Решение задачи № 30

Если бы заказанный венец был сделан целиком из чистого золота, он весил бы вне воды 10 кг, а под водой потерял бы 20-ю долю этого веса, т. е. полкилограмма. В действительности же венец, мы знаем, теряет в воде не $\frac{1}{2}$ кг, а $10 - 9\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ кг. Это потому, что он содержит в себе серебро — металл, теряющий в воде не 20-ю, а 10-ю долю своего веса. Серебра должно быть в венце столько, чтобы венец терял в воде не $\frac{1}{2}$ кг, а $\frac{3}{4}$ кг — на $\frac{1}{4}$ кг более. Если в нашем чисто золотом венце заменим мысленно 1 кг золота серебром, то венец будет терять в воде больше, нежели прежде, на $\frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$ кг. Следовательно, чтобы получилось требуемое увеличение потери веса на $\frac{1}{4}$ кг, необходимо заменить серебром столько килограммов золота, сколько раз $\frac{1}{20}$ кг содержится в $\frac{1}{4}$ кг; но $\frac{1}{4} : \frac{1}{20} = 5$. Итак, в венце было 5 кг серебра и 5 кг золота, — вместо выданных 2 кг серебра и 8 кг золота. Три килограмма золота было утаено и заменено серебром.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ЗАДАЧИ С КВАДРАТАМИ

Задача № 31

Пруд

Имеется квадратный пруд (рис. 122). По углам его, близ самой воды, растет 4 старых развесистых дуба. Пруд понадобилось расширить, сделать вдвое

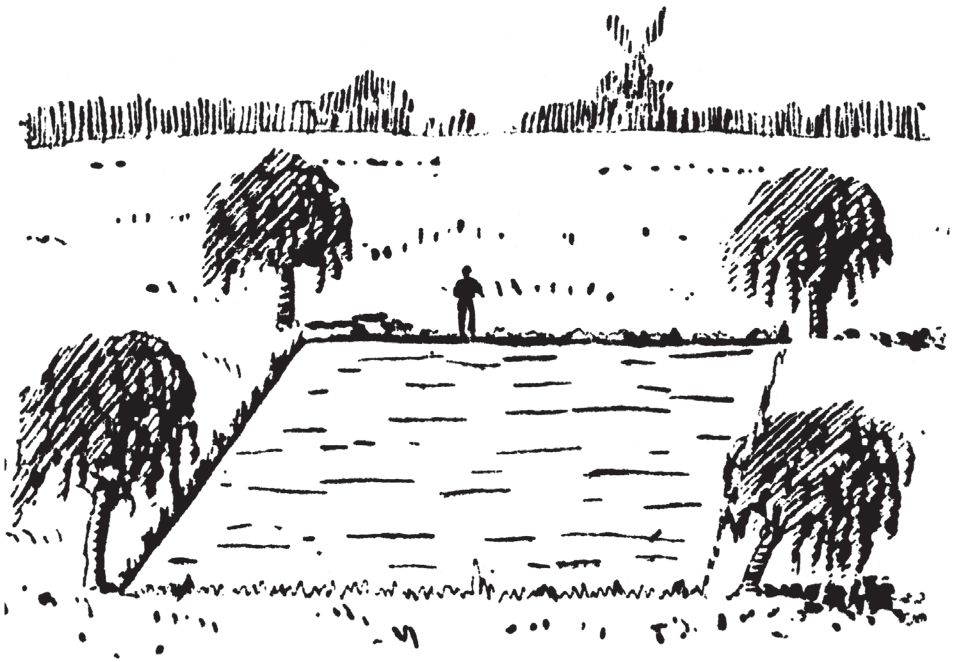


Рис. 122

больше по площади, сохраняя квадратную форму. Но вековых дубов трогать не желают. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все 4 дуба, оставаясь на своих местах, не были затоплены водой, а стояли бы у берегов нового пруда?

Задача № 32

Паркетчик

Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины их сторон, и если все четыре стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно.

Надежна ли такая проверка?

Задача № 33

Другой паркетчик

Другой паркетчик проверял свою работу иначе. Он мерил не стороны, а диагонали (т. е. те косые линии, которые, перекрещиваясь, соединяют углы). Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно.

Вы тоже так думаете?

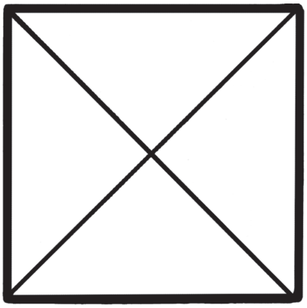


Рис. 123

Задача № 34

Третий паркетчик

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга (черт. 123), равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат.

А по-вашему?

Задача № 35

Белошвейка

Белошвейке нужно отрезать кусок полотна в форме квадрата. Отрезав, она проверяет свою работу тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли края. Если совпадают, значит — решает она — отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму.

Так ли?

Задача № 36

Еще белошвейка

Другая белошвейка не довольствовалась проверкой своей подруги. Она перегибала отрезанный четырехугольник сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, перегибала по другой. И только если края фигуры совпадали в обоих случаях, она считала квадрат вырезанным правильно.

Что скажете вы о такой проверке?

Задача № 37

Затруднение столяра

У молодого столяра имеется пятиугольная доска, изображенная на рисунке 124-м. Вы видите, что она как бы составлена из квадрата и приложенного к нему треугольника, который вчетверо меньше этого квадрата. Столяру

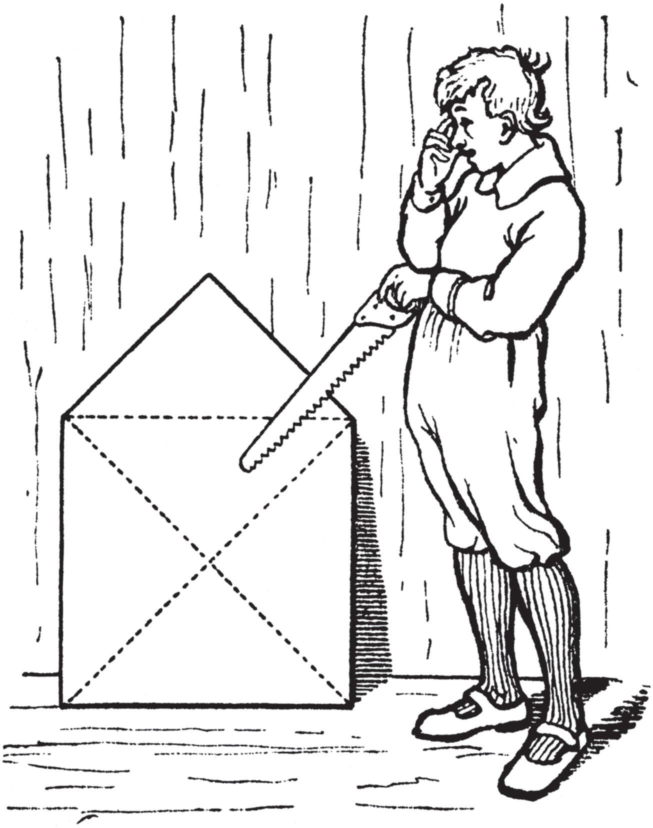


Рис. 124

нужно — ничего не убавляя от доски и ничего к ней не прибавляя, — превратить ее в квадратную. Для этого необходимо, конечно, распилить ее раньше на части. Наш молодой столяр так и намерен сделать, но он желает разделить доску не более чем по двум прямым линиям.

Возможно ли двумя прямыми линиями разрезать нашу фигуру на такие части, из которых составлялся бы квадрат? И если возможно, то как это сделать?

Задача № 38

Все человечество внутри квадрата

В настоящее время (1924 г.) на всем земном шаре насчитывается 1800 миллионов человек:

1 800 000 000.

Представьте, что все люди, живущие на свете, собрались сплошной толпой на одном ровном месте. Вы желаете поместить их на квадратном участке, отводя по квадратному метру на каждые двадцать человек (плотно прижавшись друг к другу, 20 человек могут на таком квадрате поместиться).

Попробуйте, не вычисляя, оценить на глаз, каких приблизительно размеров квадрат понадобился бы для этого. Достаточно ли будет, например, отвести квадрат со стороною 100 километров?

Задача № 39

Сомнительные квадраты

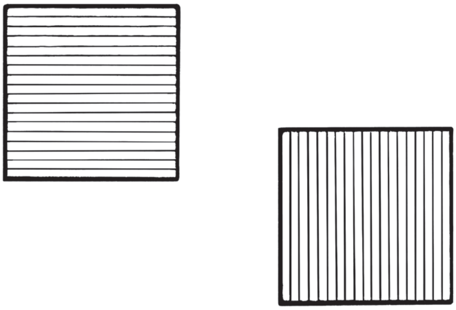


Рис. 125

Учитель черчения задал школьнику работу: начертить два равных квадрата и заштриховать их. Школьник выполнил работу так, как показано на рис. 125-м.

Он был уверен, что это квадраты, и притом равные.

Почему он так думал?

Задача № 40

Темные пятна

Другой школьник должен был начертить несколько рядов черных квадратов, разделенных белыми полосками.

Вот как он выполнил эту работу.

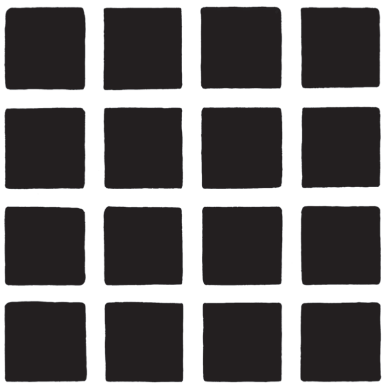


Рис. 126

Вы видите, однако, что близ углов квадратов, в том месте, где пересекаются белые полоски, имеются темноватые пятна. Школьник уверял, что он их не делал.

Откуда же они взялись?

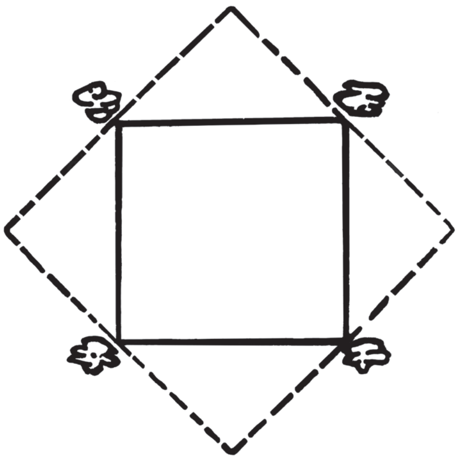


Рис. 127

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 31–40

Решение задачи № 31

Расширить площадь пруда вдвое, сохраняя его квадратную форму и не трогая дубов, — вполне возможно. На чертеже 127-м показано, как это сделать: надо копать так, чтобы дубы оказались против середины сторон нового квадрата. Легко убедиться, что новая площадь вдвое больше прежней: достаточно лишь провести диагонали в прежнем пруде и сосчитать образующиеся при этом треугольники.

Решение задачи № 32

Такая поверка недостаточна. Четырехугольник мог выдержать это испытание и не будучи квадратом. Вы видите на чертеже 128-м примеры таких четырехугольников, у которых все стороны равны, но углы не прямые.

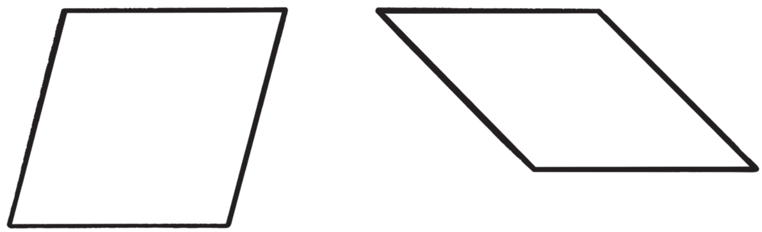


Рис. 128

В геометрии фигуры с 4 равными сторонами называются *ромбами*. Каждый квадрат есть ромб, но не каждый ромб есть квадрат.

Решение задачи № 33

Эта поверка так же ненадежна, как и первая. В квадрате, конечно, диагонали равны, — но не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат, — как видно из фигур, представленных на чертеже 129-м.

Паркетчикам следовало бы применять к каждому вырезанному четырехугольнику обе проверки сразу, — тогда они могли быть уверены, что работа сделана правильно. Всякий ромб, у которого диагонали равны одна другой, есть непременно квадрат.

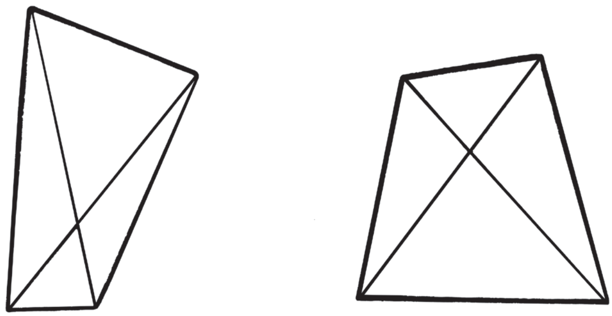


Рис. 129

Решение задачи № 34

Поверка могла показать только то, что проверяемый четырехугольник имеет прямые углы, т. е. что он прямоугольник. Но равны ли его стороны — этого проверка не удостоверяла, как видно из чертежа 130-го.

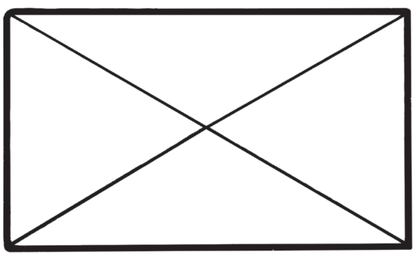


Рис. 130

Решение задачи № 35

Проверка недостаточна. Здесь (черт. 131) начерчено несколько четырехугольников, края которых при перегибании по диагонали совпадают. И все-таки это — не квадраты.

Такой проверкой можно убедиться только в том, что фигура симметрична, но не более.

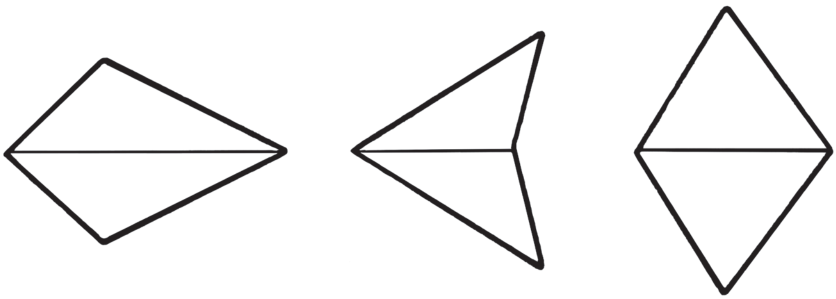


Рис. 131

Решение задачи № 36

Эта проверка не лучше предыдущей. Вы можете вырезать из бумаги сколько угодно четырехугольников, которые выдержат эту поверку, — хотя они вовсе не квадраты.

У этих фигур все стороны равны (это ромбы), но углы не прямые — это не квадраты.

Чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы отрезанный кусок, нужно, кроме того, проверить также, равны ли их диагонали (или углы).

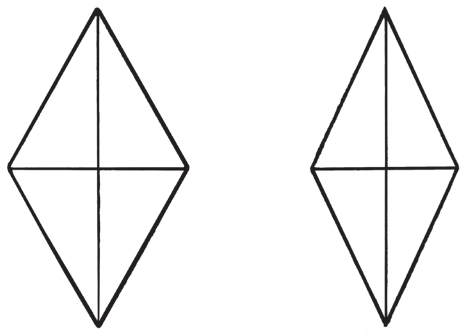


Рис. 132

Решение задачи № 37

Одна линия должна идти от вершины *c* к середине стороны *de*, другая — от этой середины к вершине *a*. Из полученных трех кусков 1, 2 и 3 составляется квадрат, как показано на чертеже (рис. 133).

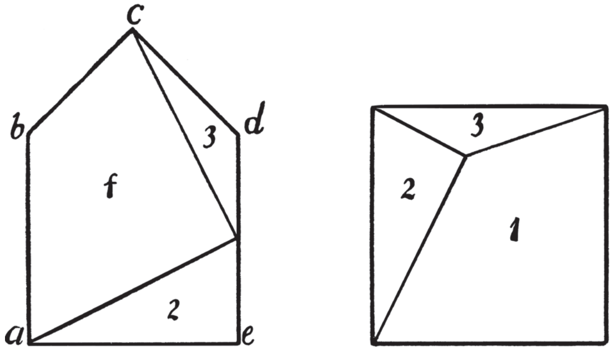


Рис. 133

Решение задачи № 38

Сторона квадрата должна быть раз в десять меньше 100 километров. Действительно, квадрат со стороною 10 километров (километр почти равен версте) заключает 10 000 × 10 000 = 100 000 000 кв. метров. Если на каждом квадратном метре поместить 20 человек, то квадрат указанных размеров вместил бы

100 000 000 × 20 = 2 000 000 000 человек, а это больше 1 800 000 000,

т. е. населения земного шара.

Итак, чтобы поместить все человечество, достаточен квадрат со стороною менее 10 километров.

Решение задачи № 39

Квадраты действительно равны.

Решение задачи № 40

Темных пятен никто не делал — их в действительности и нет. Мы видим их только вследствие обмана зрения.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ЗАДАЧИ О ЧАСАХ

Задача № 41

Когда стрелки встречаются?

В 12 часов одна стрелка покрывает другую. Но вы замечали, вероятно, что это не единственный момент, когда стрелки часов встречаются: они настигают друг друга в течение дня несколько раз.

Можете ли вы указать все те моменты, когда это случается?

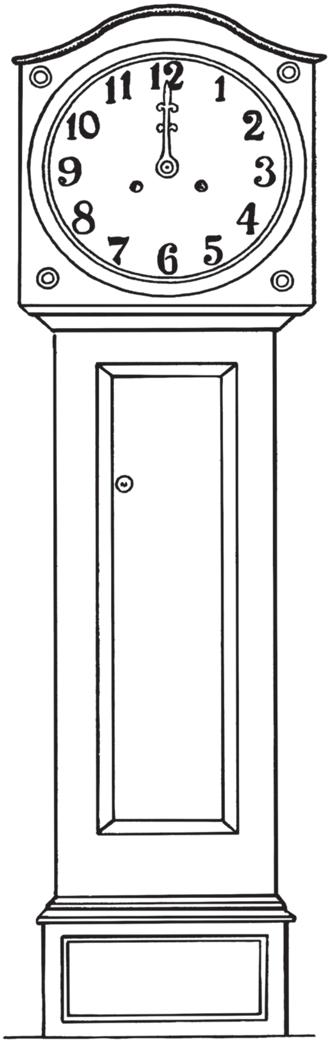


Рис. 134

Задача № 42

Когда стрелки направлены врозь?

В 6 часов, наоборот, обе стрелки направлены в противоположные стороны. Но только ли в 6 часов это бывает или же есть и другие моменты, когда стрелки так расположены?

Задача № 43

В котором часу?

В котором часу минутная стрелка опережает часовую ровно на столько же, на сколько часовая находится впереди числа XII на циферблате? А может быть, таких моментов бывает в день несколько? Или же вовсе не бывает?

Задача № 44

Наоборот

Если вы внимательно наблюдаете за часами, то, быть может, вам случалось наблюдать и как раз обратное расположение стрелок, чем сейчас описано: часовая стрелка опережает минутную на столько же, на сколько минутная продвинулась вперед от числа XII. Когда же это бывает?

Задача № 45

По обе стороны шести

Я взглянул на часы и заметил, что обе стрелки отстоят от цифры VI по обе ее стороны одинаково. В котором часу это было?

Задача № 46

Три и семь

Часы бьют три, и, пока они бьют, проходят три секунды. Сколько же времени должны употребить часы, чтобы пробить семь?

На всякий случай предупреждаю, что это — не задача-шутка и никакой ловушки не скрывает.

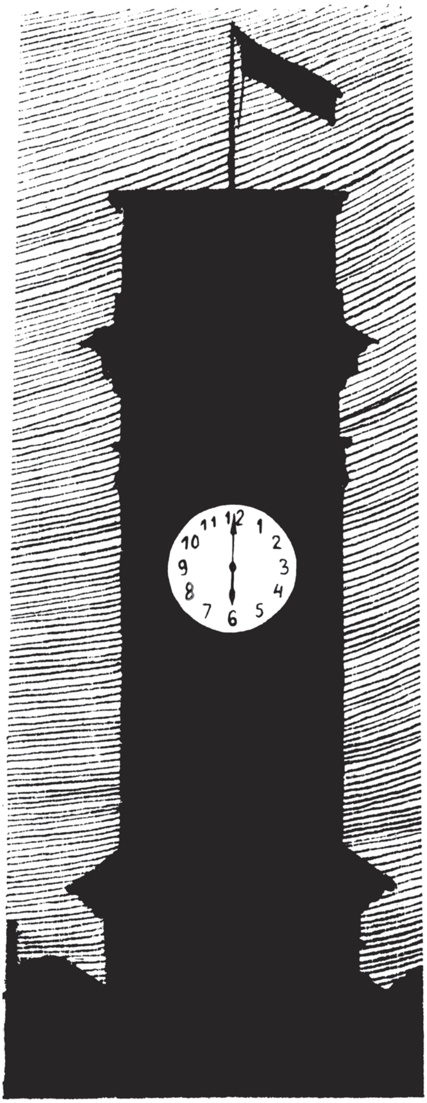


Рис. 135

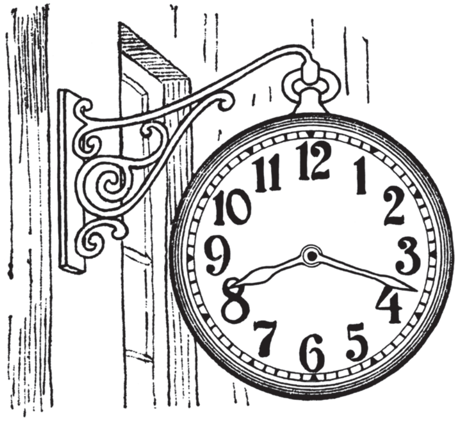


Рис. 136

Задача № 47

Часы-компас

Теперь за границей не редкость карманные часы, циферблат которых разделен не на 12, а на 24 части, с обозначением от I до XXIV часов. Часовая стрелка таких часов описывает полный круг не в 12, а в 24 часа.

Такими часами можно в ясные дни пользоваться взамен компаса.

Как?

Задача № 48

О том же

А нельзя ли, за неимением компаса, воспользоваться и нашими обыкновенными карманными часами, чтобы в ясный день определить по ним, хотя бы приблизительно, страны света?

Задача № 49

Цифра шесть

Спросите кого-нибудь из ваших знакомых постарше, как давно обладает он карманными часами. Положим, окажется, что часы у него уже 15 лет. Продолжайте тогда разговор примерно в таком духе:

— А по скольку раз в день взглядываете вы на свои часы?

— Раз двадцать, вероятно, или около того, — последует ответ.

— Значит, в течение года вы смотрите на свои часы не менее 6000 раз, а за 15 лет видели их циферблат 6000 × 15, т. е. чуть не сто тысяч раз. Вещь, которую вы видели сто тысяч раз, вы, конечно, должны знать и помнить отлично.

— Ну разумеется!

— Вам поэтому прекрасно должен быть известен циферблат ваших карманных часов, и вы не затруднитесь изобразить на память, как обозначена на нем цифра шесть.

И вы предлагаете собеседнику бумажку и карандаш.

Он исполняет вашу просьбу, — но... изображает цифру шесть в большинстве случаев совсем не такою, какою обозначена она на его часах.

Почему?

Ответьте на этот вопрос, не взглядывая на ваши карманные часы.

Задача № 50

Тиканье часов

Положите свои карманные часы на стол, отойдите шага на три или на четыре и прислушайтесь к их тиканью. Если в комнате достаточно тихо, то вы услышите, что часы ваши идут словно с перерывами: то тикают короткое время, то на несколько секунд замолкают, то снова начинают идти и т. д.

Чем объясняется такой неравномерный ход?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 41–50

Решение задачи № 41

Начнем наблюдать за движением стрелок в XII часов. В этот момент обе стрелки друг друга покрывают. Так как часовая стрелка движется в 12 раз медленнее, чем минутная (она описывает полный круг в 12 часов, а минутная в 1 час), то в течение ближайшего часа стрелки, конечно, встретиться не могут. Но вот прошел час; часовая стрелка стоит у цифры I, сделав $\frac{1}{12}$ долю полного оборота; минутная же сделала полный оборот и стоит снова у XII — на $\frac{1}{12}$ долю круга позади часовой. Теперь условия состязания иные, чем раньше: часовая стрелка движется медленнее минутной, но она впереди, и минутная должна ее догнать. Если бы состязание длилось целый час, то за это время минутная стрелка прошла бы полный круг, а часовая $\frac{1}{12}$ круга, т. е. минутная сделала бы на $\frac{11}{12}$ круга больше. Но чтобы догнать часовую стрелку, минутной нужно пройти больше, чем часовой, только на ту $\frac{1}{12}$ долю круга, которая их отделяет. Для этого потребуется времени не целый час, а меньше во столько раз, во сколько раз $\frac{1}{12}$ меньше $\frac{11}{12}$, т. е. в 11 раз. Значит, стрелки встретятся через $\frac{1}{11}$ часа, т. е. через $\frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$ минуты.

Итак, встреча стрелок случится спустя $5\frac{5}{11}$ минуты после того, как пройдет 1 час, т. е. в $5\frac{5}{11}$ минут второго.

Когда же произойдет следующая встреча?

Нетрудно сообразить, что это случится спустя 1 час $5\frac{5}{11}$ мин, т. е. в 2 часа $10\frac{10}{11}$ мин. Следующая — спустя еще 1 час $5\frac{5}{11}$ мин, т. е. в 3 часа $16\frac{4}{11}$ мин., и т. д. Всех встреч, как легко видеть, будет 11; одиннадцатая наступит через $1\frac{1}{11} \times 11 = 12$ часов после первой, т. е. в 12 часов; другими словами, она совпадает с первой встречей, и дальнейшие встречи повторятся снова в прежние моменты.

Вот все моменты встреч:

1-я встреча	— в	1 ч	$5\frac{5}{11}$ мин		
2-я	»	— в	2 »	$10\frac{10}{11}$	»
3-я	»	— в	3 »	$16\frac{4}{11}$	»
4-я	»	— в	4 »	$21\frac{9}{11}$	»
5-я	»	— в	5 »	$27\frac{3}{11}$	»
6-я	»	— в	6 »	$32\frac{8}{11}$	»
7-я	»	— в	7 »	$38\frac{2}{11}$	»
8-я	»	— в	8 »	$43\frac{7}{11}$	»
9-я	»	— в	9 »	$49\frac{1}{11}$	»
10-я	»	— в	10 »	$54\frac{6}{11}$	»
11-я	»	— в	12 часов.		

Решение задачи № 42

Эта задача решается весьма сходно с предыдущей. Начнем опять с 12 часов, когда обе стрелки совпадают. Нужно вычислить, сколько времени потребуется для того, чтобы минутная стрелка обогнала часовую ровно на полкруга, — тогда обе стрелки и будут направлены как раз в противоположные стороны. Мы уже знаем (см. предыдущую задачу), что в течение целого часа минутная стрелка обгоняет часовую на $^{11}/_{12}$ полного круга; чтобы обогнать ее всего на $^{1}/_{2}$ круга, понадобится меньше времени, чем целый час, — меньше во столько раз, во сколько $^{1}/_{2}$ меньше $^{11}/_{12}$, т. е. потребуется всего $^{6}/_{11}$ часа. Значит, после 12 часов стрелки в первый раз располагаются одна против другой спустя $^{6}/_{11}$ часа, или $32^{8}/_{11}$ минуты. Взгляните на часы в $32^{8}/_{11}$ минуты первого, и вы убедитесь, что стрелки направлены в противоположные стороны.

Единственный ли это момент, когда стрелки так расположены? Конечно, нет. Такое положение стрелки занимают спустя $32^{8}/_{11}$ минуты *после каждой встречи*. А мы уже знаем, что встреч бывает 11 в течение двенадцати часов; значит, и располагаются стрелки врозь тоже 11 раз в течение 12 часов. Найти эти моменты нетрудно:

$$\begin{aligned} 12\text{ ч} + 32^{8}/_{11}\text{ мин} &= 12\text{ ч } 32^{8}/_{11}\text{ мин}\\ 1\text{ ч } 5^{5}/_{11}\text{ мин} + 32^{8}/_{11}\text{ мин} &= 1\text{ ч } 38^{2}/_{11}\text{ мин}\\ 2\text{ ч } 10^{10}/_{11}\text{ мин} + 32^{8}/_{11}\text{ мин} &= 2\text{ ч } 43^{7}/_{11}\text{ мин}\\ 3\text{ ч } 16^{4}/_{11}\text{ мин} + 32^{8}/_{11}\text{ мин} &= 3\text{ ч } 49^{1}/_{11}\text{ мин и т. д.} \end{aligned}$$

Вычислить остальные моменты предоставляю вам самим.

Решение задачи № 43

Если начать следить за стрелками ровно в 12 часов, то в течение первого часа мы искомого расположения не заметим. Почему? Потому что часовая стрелка проходит $^{1}/_{12}$ того, что проходит минутная, и, следовательно, отстает от нее гораздо больше, чем требуется для искомого расположения. На какой бы угол ни отошла от XII минутная стрелка, часовая повернется на $^{1}/_{12}$ этого угла, а не на $^{1}/_{2}$, как нам требуется. Но вот прошел час; теперь минутная стрелка стоит у XII, часовая — у I, на $^{1}/_{12}$ полного оборота впереди минутной. Посмотрим, не может ли такое расположение стрелок наступить в течение второго часа. Допустим, что момент этот наступил тогда, когда часовая стрелка отошла от цифры XII на долю оборота, которую мы обозначаем через x. Минутная стрелка успела за то же время пройти в 12 раз больше, т. е. $12 \times x$. Если вычесть отсюда один полный оборот, то остаток $12 \times x - 1$ должен быть вдвое больше, чем x, т. е. равняться $2 \times x$. Мы видим, следовательно, что $12 \times x - 1 = 2 \times x$, откуда следует, что 1 целый оборот равен $10 \times x$ (действительно: $12 \times x - 10 \times x = 2 \times x$). Но если $10 \times x$ = целому обороту, то одно $x = {}^{1}/_{10}$ части оборота. Вот и решение задачи: часовая стрелка отошла от цифры XII на $^{1}/_{10}$ полного оборота, на что требуется $^{12}/_{10}$ часов, или 1 час 12 мин. Минутная стрелка при этом будет вдвое дальше от XII, т. е. на расстоянии $\frac{1}{5}$ оборота; это отвечает $\frac{60}{5} = 12$ минутам, — как и должно быть.

Мы нашли одно решение задачи. Но есть и другие: стрелки в течение двенадцати часов располагаются таким же образом не один раз, а несколько. Попытаемся найти остальные решения.

Для этого дождемся двух часов; минутная стрелка стоит у XII, а часовая — у II. Рассуждая по-предыдущему, получаем равенство

$$12 \times x - 2 = 2 \times x,$$

откуда 2 целых оборота равны $10 \times x$ и, значит, $x = \frac{1}{5}$ целого оборота. Это соответствует моменту $\frac{12}{5} = 2$ ч 24 мин.

Дальнейшие моменты вы легко вычислите сами. Тогда вы найдете, что стрелки располагаются согласно требованию задачи в следующие 10 моментов:

в 1 ч 12 мин	в 7 ч 12 мин
в 2 » 24 »	в 8 » 24 »
в 3 » 36 »	в 9 » 36 »
в 4 » 48 »	в 10 » 48 »
в 6 часов	в 12 часов.

Ответы «в 6 часов» и «в 12 часов» могут показаться неверными, — но только с первого взгляда. Действительно: в 6 часов часовая стрелка стоит у VI, минутная же — у XII, т. е. ровно вдвое дальше. В 12 же часов часовая стрелка удалена от XII на нуль, а минутная, если хотите, на «два нуля» (потому что двойной нуль — то же, что и нуль); значит, и этот случай, в сущности, удовлетворяет условию задачи.

Решение задачи № 44

После предыдущих разъяснений решить эту задачу уже не трудно. Легко сообразить, рассуждая как прежде, что в первый раз требуемое расположение стрелок будет в тот момент, который определяется равенством

$$12 \times x - 1 = \frac{x}{2},$$

откуда $1 = 11\frac{1}{2} \times x$, или $x = \frac{2}{23}$ целого оборота, т. е. через $1\frac{1}{23}$ часа после XII. Значит, в 1 час $2\frac{14}{23}$ минуты стрелки будут расположены требуемым образом. Действительно, минутная стрелка должна стоять посредине между XII и $1\frac{1}{23}$ часами, т. е. на $\frac{12}{23}$ часа, что как раз и составляет $\frac{1}{23}$ полного оборота (часовая стрелка пройдет $\frac{2}{23}$ целого оборота).

Второй раз стрелки расположатся требуемым образом в момент, который определится из равенства

$$2 \times x - 2 = \frac{x}{2},$$

откуда $2 = 11\frac{1}{2} \times x$ и $x = \frac{4}{23}$; искомый момент — 2 ч $5\frac{5}{23}$ мин.

Третий искомый момент — 3 ч $7\frac{19}{23}$ мин и т. д.

Решение задачи № 45

Задача эта решается так же, как и предыдущая. Вообразим, что обе стрелки стояли у XII, и затем часовая отошла от XII на некоторую часть полного оборота, которую мы обозначим буквою x. Минутная стрелка за то же время успела повернуться на $12 \times x$. Если времени прошло не больше одного часа, то для удовлетворения требованию нашей задачи необходимо, чтобы минутная стрелка отстояла от конца целого круга на столько же, на сколько часовая стрелка успела отойти от начала; другими словами:

$$1 - 12 \times x = x.$$

Отсюда $1 = 13 \times x$ (потому что $13 \times x - 12 \times x = x$). Следовательно, $x = \frac{1}{13}$ доле целого оборота. Такую долю оборота часовая стрелка проходит в $\frac{12}{13}$ часа, т. е. показывает $55\frac{5}{13}$ мин первого. Минутная стрелка в то же время прошла в 12 раз больше, т. е. $\frac{12}{13}$ полного оборота; обе стрелки, как видите, отстоят от XII одинаково, а следовательно, одинаково отодвинуты и от VI по разные стороны.

Мы нашли одно положение стрелок — именно то, которое наступает в течение первого часа. В течение второго часа подобное положение наступит еще раз, мы найдем его, рассуждая по-предыдущему, из равенства

$$1 - (12 \times x - 1) = x, \text{ или } 2 - 12 \times x = x,$$

откуда $2 = 13 \times x$ (потому что $13 \times x - 12 \times x = x$), и, следовательно, $x = \frac{2}{13}$ полного оборота. В таком положении стрелки будут в $1\frac{11}{13}$ часа, т. е. в $50\frac{10}{13}$ минуты второго.

В третий раз стрелки займут требуемое положение, когда часовая стрелка отойдет от XII на $\frac{3}{13}$ полного круга, т. е. в $2\frac{10}{13}$ часа, и т. д. Всех положений 11, причем после VI часов стрелки меняются местами: часовая стрелка занимает те места, в которых была раньше минутная, а минутная становится на места часовой.

Решение задачи № 46

Обычно отвечают — «7 секунд». Но такой ответ, как сейчас увидим, неверен.

Когда часы бьют три, мы наблюдаем два промежутка:

1) между первым и вторым ударом;

2) между вторым и третьим ударом.

Оба промежутка длятся 3 секунды; значит, каждый продолжается вдвое меньше — именно $1\frac{1}{2}$ секунды.

Когда же часы бьют семь, то таких же промежутков бывает 6. Шесть раз по полторы секунды составляют 9 секунд. Следовательно, часы «бьют семь» (т. е. делают 7 ударов) в 9 секунд.

Решение задачи № 47

Солнце при своем кажущемся суточном движении описывает полный круг в 24 часа, — т. е. во столько же времени, как и *часовая* стрелка упомянутых заграничных часов. Поэтому, если в полдень, т. е. в 12 часов дня, расположить циферблат карманных часов так, чтобы часовая стрелка была направлена на солнце, то стрелка эта, двигаясь вместе с солнцем, будет все время указывать на дневное светило.

Отсюда вытекает простой способ отыскивать с помощью часов (конечно, только днем, в безоблачную погоду) то место, где солнце бывает в полдень, т. е. находить направление на юг. Для этого нужно только расположить циферблат так, чтобы часовая стрелка указывала на солнце; тогда направление на цифру XII укажет, где было солнце в 12 часов, т. е. укажет направление на юг.

Решение задачи № 48

Часовая стрелка обыкновенных часов описывает полный круг не в 24 часа, а в 12 часов, т. е. движется вдвое медленнее, чем солнце по небу. Отсюда легко сообразить (см. предыдущую задачу), как найти направление на юг с помощью обыкновенных карманных часов. Нужно расположить их так,

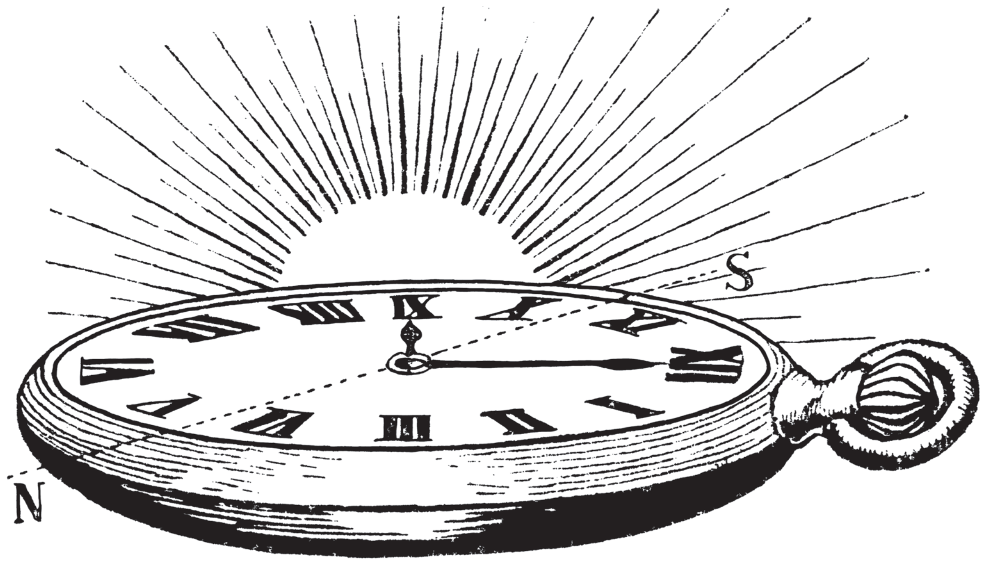


Рис. 137. Часы в роли компаса.

чтобы часовая стрелка была направлена на солнце, и разделить пополам (на глаз) угол между часовой стрелкой и направлением на цифру XII. Линия, делящая этот угол пополам, покажет, где солнце было в полдень, т. е. покажет точку юга.

Решение задачи № 49

Большинство людей в ответ на вопрос нашей задачи рисуют

6 или 9, или: VI или IΛ.

Это показывает, что можно видеть вещь сто тысяч раз и все-таки не знать ее. Дело в том, что обычно на циферблате (мужских часов) цифры шесть вовсе нет, потому что на ее месте помещается секундник[1].

Решение задачи № 50

Загадочные перерывы в тиканье часов происходят просто от утомления слуха. Наш слух, утомляясь, притупляется на несколько секунд — и в эти промежутки мы не слышим тиканья. Спустя короткое время утомление проходит, и прежняя чуткость восстанавливается, — тогда мы снова слышим ход часов. Затем наступает опять утомление, и т. д.

[1] Т. е. дополнительный маленький циферблат, отсчитывающий только секунды (*примеч. ред.*).

ГЛАВА ШЕСТАЯ

НЕОЖИДАННЫЕ ПОДСЧЕТЫ

Задача № 51

Стакан гороху

Вы много раз держали в руках горошину и не менее часто имели дело со стаканом. Размеры того и другого вам должны быть поэтому хорошо знакомы. Представьте же себе теперь стакан, доверху наполненный горохом, и вообразите, что все эти горошины выставлены в один ряд, вплотную одна к другой.

Как вы думаете — был ли бы этот ряд длиннее обеденного стола или короче?

Задача № 52

Листья дерева

Если бы сорвать с какого-нибудь старого дерева — например, с липы — все листья и положить их рядом, без промежутков, то какой приблизительно длины был бы этот ряд? Можно ли было бы, например, окружить им большой дом?

Задача № 53

Миллион шагов

Вы, конечно, очень хорошо знаете, что такое миллион, и столь же хорошо представляете себе длину своего шага. А раз вы знаете то и другое, то вам нетрудно будет ответить на вопрос: как далеко отошли бы вы, сделав миллион шагов? Больше чем на 10 километров или меньше?

Задача № 54

Квадратный метр

Я знал школьника, который, услышав впервые, что в квадратном метре миллион квадратных миллиметров, не хотел этому верить. Никакие разъяснения не были для него убедительны. «Откуда их берется так много? — недоумевал он. — Вот у меня лист миллиметровой бумаги длиною и шириною ровно в метр. Неужели же в этом квадрате целый миллион миллиметровых клеточек? Ни за что не поверю».

— А ты пересчитай, — посоветовали ему.

— И пересчитаю! В воскресенье будет у меня свободное время, я и займусь этим делом.

В воскресенье он встал рано утром и сразу же принялся за счет, аккуратно отмечая точками сосчитанные квадратики. Каждую секунду появлялась новая точка под острием его карандаша; работал он усердно, и дело шло быстро.

Но убедился ли он в этот день, что квадратный метр заключает действительно миллион миллиметровых клеточек?

Задача № 55

Кубический метр

В одной школе учитель задал вопрос: какой высоты получился бы столб, если бы поставить один на другой все миллиметровые кубики, заключающиеся в кубическом метре?

— Это было бы выше Эйфелевой башни (300 метров)! — воскликнул один школьник.

— Даже выше Монблана (5 километров), — ответил другой.

Кто из них ошибался больше?

Задача № 56

Кубический километр

Вообразите кубический ящик высотой в целый километр (немного менее версты). Как вы думаете, сколько таких ящиков понадобилось бы, чтобы вместить тела всех людей, живущих на свете? Примите во внимание, что население земного шара равно 1800 миллионам человек[1] и что в одном кубическом метре можно уместить средним счетом 5 человеческих тел.

Задача № 57

Волос

Человеческий волос очень тонок: толщина его — около 20-й доли миллиметра. Но если бы волос был в миллион раз толще, какой примерно ширины был бы он? Один из моих знакомых, которому я задал этот вопрос, ответил, что волос был бы тогда толще круглой комнатной печи; другой утверждал, что волос был бы шириной во всю комнату. Оба, конечно, ошибались, — но кто ошибся больше?

Задача № 58

Сколько портретов?

Нарисуйте портрет на папке и разрежьте его на полосы, как показано на нашем рисунке, — положим, на 9 полос. Если вы умеете хоть немного

[1] Напоминаем, что текст написан в 1924 году (*примеч. ред.*).

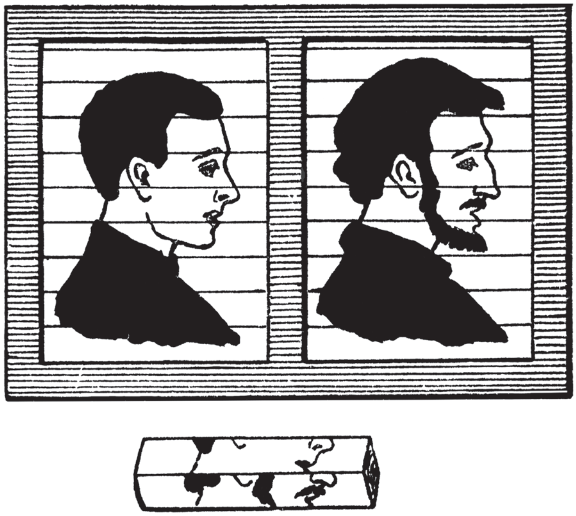


Рис. 138. Составные портреты.

рисовать, вам нетрудно будет изготовить еще такие же полосы с изображением различных частей лица, — однако так, чтобы каждые две соседние полосы, даже принадлежащие к разным портретам, можно было прикладывать одну к другой без нарушения непрерывности линий. Если вы для каждой части лица приготовите, например, 4 полосы[1], у вас будет 28 полос, из которых, складывая по 9, вы сможете составлять разнообразные портреты.

В магазинах, где одно время продавали готовые наборы таких полос (или брусков) для составления портретов, продавцы уверяли покупателей, что из 36 полос можно получить *тысячу* различных физиономий.

Верно ли это?

Задача № 59

Французский замо́к

Хотя французский замок известен всем, но устройство его знают лишь немногие. Поэтому часто приходится слышать сомнения в том, чтобы могло существовать большое число различных французских замков и ключей к ним. Достаточно, однако, познакомиться с остроумным механизмом этих замков, чтобы убедиться в возможности разнообразить их в достаточной степени.

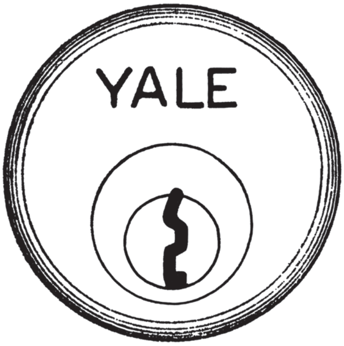


Рис. 139

[1] Их удобнее всего наклеивать на четыре стороны квадратного бруска.

Рис. 139-й изображает французский замок, как мы его видим «с лица» (кстати, — название «французский» совершенно неправильно, так как родина этих замков Америка, а изобрел их американец Йэль, — почему на всех таких замках и ключах имеется надпись «Yale»). Вы видите вокруг замочной скважины небольшой кружок: это основание валика, проходящего через весь замок. Задача открывания замка заключается в том, чтобы повернуть этот валик, — но в этом-то и вся трудность. Дело в том, что валик удерживается в определенном положении пятью короткими стальными стерженьками (черт. 140). Каждый стерженек в каком- нибудь месте распилен надвое, и только если разместить стерженьки так, чтобы все разрезы приходились на уровне валика, можно будет его повернуть.

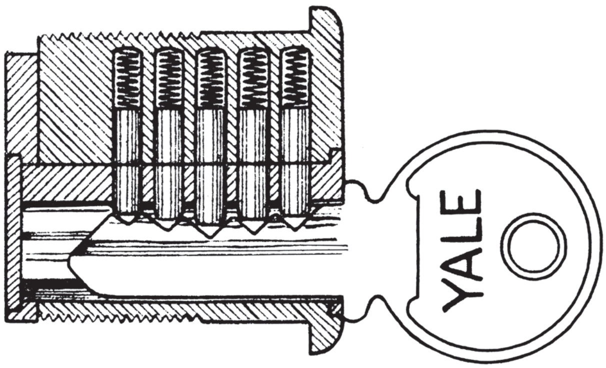


Рис. 140. Продольный разрез через французский замок.

Это необходимое расположение придает стерженькам ключ с соответственными выступами на краю: достаточно его вставить, чтобы стерженьки заняли то определенное и единственное расположение, которое необходимо для открытия замка.

Теперь легко понять, что число различных замков этого типа может быть действительно весьма велико. Оно зависит от того, сколькими способами можно разрезать каждый стержень на две части; число это, разумеется, не бесконечно, если принять во внимание ограниченную высоту зубчиков ключа.

Предположите, что каждый стерженек можно разрезать на две части 10-ю способами, и попробуйте сосчитать, сколько же *различных* французских замков можно при таком условии изготовить?

Задача № 60

Скромная награда

Задача, которую я вам сейчас предложу, не нова, даже очень не нова. Она общеизвестна, но именно потому я и включил ее в этот сборник головоломок.

Ведь книжка моя предназначается не для тех, кто знает все общеизвестное, а для тех, кому это еще должно стать известным.

Итак, пусть вам станет отныне известна старинная легенда о том, какую награду попросил себе древний мудрец Сета у индусского правителя Шерама за то, что придумал шахматную игру. Мудрец просил вознаградить его за изобретение шахматной доски тем, чтобы выдать за первое ее поле всего 1 пшеничное зерно, за второе поле — 2 зерна, за третье — 4, за четвертое — 8 и т. д., удваивая вознаграждение за каждое следующее поле, пока не будут оплачены все 64 поля доски. Что же касается шахматных фигур, то за них мудрец никакой награды не требовал.

Правитель подивился такой скромности и отпустил мудреца, приказав немедленно выдать ему следуемые зерна.

Когда спустя некоторое время правитель осведомился, исполнено ли в точности его приказание, ему в смущении ответили, что требуемая награда не может быть выдана.

— Почему? — спросил правитель.

— Почему? — спросим и мы читателя.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 51–60

Решение задачи № 51

Ряд горошин был бы гораздо длиннее стола. Поперечник горошины равен примерно от ½ до ⅓ сантиметра. Если остановимся на последнем размере, то в кубике с ребром в 1 сантиметр должно умещаться не менее 2 × 2 × 2 = 8 горошин[1]; следовательно, в стакане емкостью 200 куб. сантиметров число горошин должно быть не меньше 1600. Расположив их в один ряд, получим длину ½ × 1600 = 800 сантиметров, или 8 метров. Это составляет 4 сажени — расстояние гораздо длиннее любого стола.

Если исходить из размера горошины ⅓ сантиметра, то в куб. сантиметре помещается их не менее 3 × 3 × 3 = 27, а в стакане — не менее 27 × 200 = 5400. Длина ряда из 5400 таких горошин равна ⅓ × 5400 = 1800 сантиметров, или 18 метров — еще больше, чем в случае крупных горошин.

Решение задачи № 52

Не только дом, но и иной губернский[2] город можно было бы окружить расположенными в ряд листьями одного дерева, потому что такой ряд тянулся бы верст на десять! В самом деле: на старом дереве не менее 200–300

---

[1] Столько горошин помещается в куб. сантиметре при рыхлом сложении; при более же плотной укладке, когда одна горошина частью помещается в промежутке между соседними, горошин должно поместиться больше.

[2] Ныне — областной (*примеч. ред.*).

тысяч листьев. Если остановиться даже на числе 250 000 и считать каждый лист шириною в 5 сантиметров, то ряд получается длиною в 1 250 000 сантиметров, т. е. 12 500 метров, или 12½ километров.

Решение задачи № 53

Миллион шагов гораздо больше 10 километров, больше даже 100 километров. Если длина шага примерно ¾ метра, то 1 000 000 шагов = 750 километров. Так как от Москвы до Ленинграда всего 640 километров, то, сделав от Москвы миллион шагов, вы отошли бы дальше, чем на расстояние Ленинграда.

Решение задачи № 54

В тот же день школьник в этом убедиться не мог, потому что, если бы он даже работал круглые сутки без перерыва, он не пересчитал бы и десятой доли всех клеточек. Действительно, в сутках 24 × 60 × 60 = 86 400 секунд, а в квадратном метре 1 000 000 кв. миллиметров. Понадобилось более 11 суток непрерывной работы, чтобы проверить прямым счетом, действительно ли в квадратном метре миллион миллиметровых клеточек. Если же считать по десять часов в сутки, то на подобную проверку понадобилось бы около месяца. Мало у кого достанет терпения выполнить такой счетный подвиг[1].

Решение задачи № 55

Оба ответа далеки от истины, потому что столб получился бы во сто раз выше самой высокой горы на земле. Действительно: в кубическом метре 1000 × 1000 × 1000, т. е. миллиард кубических миллиметров. Поставленные один на другой, они образовали бы столб высотою в 1 000 000 000 миллиметров, или 1 000 000 метров, или 1000 километров!

Решение задачи № 56

В одном ящике указанных размеров не только поместятся все люди земного шара, но могло бы поместиться почти втрое больше! Легко вычислить, что если 5 человек занимают объем в 1 кубический метр, то 1 800 000 000 человек заняли бы 360 миллионов кубических метров, — между тем в кубическом километре 1000 миллионов кубических метров[2].

---

[1] Впрочем, полвека тому назад такая работа была выполнена одним учителем чистописания в Англии: он аккуратно расставил в толстой тетради миллион точек, по тысяче на каждой странице.

[2] К сентябрю 2023 года население Земли достигло 8120 миллионов человек. Так что в наши дни задача имеет другой ответ: кубического ящика высотой в километр недостаточно, таких ящиков требуется уже более полутора (*примеч. ред.*).

Решение задачи № 57

Волос, если бы был в миллион раз толще, превосходил бы по ширине не только любую печку или комнату, но и почти любое здание, потому что поперечник его равнялся бы 50 метрам!

Действительно, умножим ширину волоса, 0,05 мм, на 1 000 000. Получим 50 000 мм, или 50 метров.

Такую ширину имела бы, между прочим, и каждая точка типографского шрифта этой книги, если бы она увеличилась в поперечнике в миллион раз. А каждая буква имела бы при подобном увеличении более двух верст в высоту!

Эти неожиданные результаты показывают, что представление наше о миллионе далеко не так отчетливо, как мы обычно думаем.

Решение задачи № 58

Число портретов значительно больше тысячи. Сосчитать их можно следующим образом. Обозначим девять частей портретов римскими цифрами I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII и IX; для каждой части имеются 4 полоски, которые мы перенумеруем арабскими цифрами 1, 2, 3, 4.

Возьмем полоску I, 1. Мы можем присоединить к ней полоски II, 1; II, 2; II, 3; II, 4.

Всего, следовательно, здесь возможны 4 сочетания. Но так как часть головы 1 может быть представлена четырьмя полосками (I, 1; I, 2; I, 3; I, 4) и каждая из них может быть соединена с частью II четырьмя различными способами, то две верхние части головы I и II могут быть соединены 4 × 4 = 16 различными способами.

К каждому из этих 16 расположений можно присоединить часть III четырьмя способами (III, 1; III, 2; III, 3; III, 4), следовательно, первые три части физиономии могут быть составлены 16 × 4 = 64 различными способами.

Таким же образом узнаем, что части I, II, III, IV могут быть расположены 64 × 4 = 256 различными способами; части I, II, III, IV, V — 1024 способами; части I, II, III, IV, V, VI — 4096 способами и т. д.; наконец, все девять частей портрета можно соединить 4 × 4 × 4 × 4 × 4 × 4 × 4 × 4 × 4, т. е. 262 144 способами.

Итак, из 9 наших брусков возможно составить не 1000, а больше четверти миллиона различных портретов!

Задача весьма поучительна: она объясняет нам, почему так редко встречаются две одинаковые человеческие физиономии. Еще Владимир Мономах в своем «Поучении» изумлялся тому, что при огромном числе людей на свете каждый имеет свое особое лицо. Но мы сейчас убедились, что если бы человеческое лицо характеризовалось всего 9-ю чертами, допускающими каждая всего 4 видоизменения, то могло бы существовать более 260 000 различных лиц. В действительности же характерных черт человеческого лица гораздо больше 9, и видоизменяться они могут больше чем 4 способами. Так, при 20 чертах, варьирующих каждая на 10 ладов, мы имеем различных лиц

$$10 \times 10 \times 10 \times 10\ldots \text{ (20 множителей), т. е.}$$

$$100\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Это во много раз больше, чем людей во всем мире[1].

Решение задачи № 59

Рассуждая подобно тому, как и при решении предыдущей задачи, нетрудно сосчитать, что число различных замко́в равно

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000.$$

Каждому из этих 100 000 замков соответствует особый ключ, — единственный, которым возможно его открыть. Существование ста тысяч различных замков и ключей, конечно, вполне обеспечивает владельца замка, так как у желающего вкрасться в помещение с помощью подобранного ключа есть только 1 шанс из 100 000 напасть на подходящий ключ.

Наш подсчет только примерный: он сделан в предположении, что каждый стерженек замка может быть разделен надвое только 10-ю способами. В действительности это возможно сделать, вероятно, бо́льшим числом способов, и тогда число различных замков значительно увеличивается.

Решение задачи № 60

«Скромная награда» не могла быть выдана потому, что не только в Индии, но и во всем мире нет того количества зерен, какое она насчитывает!

Само вычисление затребованной суммы зерен представляет собой нелегкую задачу. В самом деле: требуется сложить ряд чисел

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + \text{ и т. д.}$$

Здесь выписаны только первые 8 чисел. Но остается еще 56. Чтобы узнать последнее, 64-е число, нужно умножить число 2 само на себя 62 раза. Индусы, — они не знали еще логарифмов, сокращающих подобные вычисления, — должны были выполнить это умножение обычными приемами арифметики; а стоит лишь приступить к этой работе, чтобы ощутить, насколько это утомительно. Правда, можно облегчить себе работу и сэкономить много времени, разбив наши 63 множителя на группы, по 7 двоек в каждом; тогда придется перемножить «только» 9 множителей, каждый из которых равен 128, — или же, если хотите, «всего» три множителя, каждый из которых = (128 × 128 × 128). Но на деле вы убедились бы, что слова «только» и «всего» недаром взяты здесь в кавычки, потому что работы остается предоста-

---

[1] См. примечание [2] на с. 152 (*примеч. ред.*).

точно. А ведь это только одно последнее, 64-е слагаемое; надо же знать все предыдущие 63 слагаемых, да кроме того, эти числа сложить...

Для тех, кто проходил алгебру и знаком с логарифмами и прогрессиями, выполнение этого расчета — правда, лишь приближенное, с точностью до 100 000-й доли результата — не составило бы никакого труда. Так как у читателей этой книжки я не могу предполагать таких познаний из алгебры, а с другой стороны, не собираюсь засадить их за многочасовые выкладки, то укажу простой способ получить хотя бы грубо-приблизительное представление об истинных размерах «скромной награды» индусского мудреца.

Продолжив ряд

$$2, 4, 8, 16, 32, 64 \text{ и т. д.}$$

до 10-го члена его, мы получим 1024. Так как мы стремимся только приблизительно определить, как велико последнее слагаемое, то позволительно в числе 1024 откинуть 24 единицы, чтобы получить круглое число 1000. Если первые десять двоек при перемножении дали около 1000, то столько же получится от умножения и следующих 10 двоек, а также дальнейших групп из 10 двоек. Всех множителей-двоек у нас 63, т. е. шесть групп по 10 и еще седьмая группа из трех двоек. Значит, число зерен, причитающееся изобретателю за последнее, 64-е поле шахматной доски, должно приблизительно равняться

$$1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times (2 \times 2 \times 2) =$$
$$= 8\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Восемь квинтиллионов зерен — вот примерная величина последнего слагаемого!

Чтобы вычислить (приблизительно) всю сумму, обратим внимание на поучительную особенность ряда

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 \text{ и т. д.}$$

Легко заметить, что каждое число в нем равно сумме всех предыдущих, увеличенной на 1. Например:

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1; \; 16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1;$$
$$32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1.$$

Понятно, что и последнее, 64-е число этого ряда равно сумме 63-х предыдущих + 1. Но мы уже знаем, что это последнее число равно (приблизительно) 8-ми квинтиллионам. Следовательно, сумма всех предыдущих чисел тоже приблизительно равна 8 квинтиллионам, а общее число всех зерен, причитающихся изобретателю, приблизительно равно

$$16\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Результат этот, однако, заведомо меньше истинного — вспомните, что в каждом из 6 множителей мы откидывали 24 единицы (брали ровно 1000 вместо 1024). Точное вычисление дало бы результат

18 446 744 073 709 551 615.

Чтобы помочь вам ощутить огромность этого числа, замечу, что в кубическом метре (80-ведерной бочке) помещается 15 миллионов пшеничных зерен. «Скромная награда» должна была поэтому занять объем приблизительно в 12 000 000 000 000 кубических метров. Это составляет 12 000 кубических километров, — во много раз больше той горы зерен, которая изображена на обложке этой книги!

Далее. Поверхность земного шара — всех его материков и океанов — равна 500 миллиардам кв. метров. Значит, если рассыпать наше число зерен ровным слоем по всему миру, то слой этот имел бы в толщину 12 : 500 = 0,024 метра, или примерно ¼ сантиметра. Будь земной шар целиком превращен в сплошное пшеничное поле (для чего понадобилось бы осушить океаны, растопить полярные льды и оросить все пустыни), то урожай целиком пошел бы в награду изобретателю шахматной игры.

В заключение предлагаю читателю самому вычислить, какая длина получилась бы, если бы все эти зерна выложить в один ряд. На всякий случай сообщаю, что от Земли до Солнца 150 000 000 километров, — хотя не думаю, чтобы вам пришлось с такою цепью зерен остаться в пределах Солнечной системы.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ПУТЕШЕСТВИЯ ПО КРИСТАЛЛУ И НЕПРЕРЫВНОЕ ЧЕРЧЕНИЕ

Задачи №№ 61–70

— Чем эта муха на кристалле вас так заинтересовала?

— Своим странным поведением: она ходит по кристаллу, право, не без системы. Посмотрите, все время придерживается она ребер и не ступает по граням. Что за охота ей ходить по гребням, когда рядом сколько угодно плоских мест?

— Мне кажется, дело довольно просто. Чем склеены у вас грани этого кристалла?

— Вы подозреваете, что в клее есть что-то сладкое, привлекающее муху? Кажется, вы правы; она действительно вылизывает хоботком ребра кристалла. Так вот почему она медленно и систематически переходит с одного ребра на другое!

— И при этом на практике разрешает интересную задачу: обойти весь многогранник по его ребрам, не посещая дважды ни одного ребра.

— Разве это возможно?

— В данном случае вполне: ведь этот кристалл — восьмигранник.

— Да, октаэдр. Что же из этого?

— У него на каждой вершине сходятся 4 ребра.

— Разумеется. Но какое же отношение имеет это к нашей задаче?

— Самое непосредственное. Задача обойти все ребра многогранника, и притом не более чем по одному разу, разрешима только для тех многогранников, у которых на каждой вершине сходится *четное число ребер.*

— Вот как! Я об этом не знал. Почему же?

— Почему у каждой вершины должно сходиться именно четное число ребер? Очень просто. Надо ведь на каждую вершину попасть и надо с нее уйти, — значит, нужно, чтобы к ней вела одна дорога и от нее отходила другая, т. е. чтобы у нее сходилась *пара* ребер. Если же, продолжая путешествовать по кристаллу, вы попадете на ту же вершину вторично, т. е. если к ней ведет еще и третье ребро, то должно иметься непременно и четвертое ребро, чтобы вы могли уйти с этой вершины, а не очутиться в тупике. Другими словами, число ребер, сходящихся у каждой вершины, должно быть парное, т. е. четное. Если хотя бы одна вершина многогранника имеет нечетное число сходящихся к ней ребер, то на такую вершину вы, исчерпав все ведущие к ней парные ребра, можете попасть, конечно, по последнему неиспользованному ребру, — но покинуть этой вершины уже не сможете: путешествие здесь поневоле оборвется.

— Но я могу ведь совсем не воспользоваться этим ребром, раз оно заведомо ведет в тупик!

— Тогда вы не выполните другого условия нашего путешествия: пройти *по всем* ребрам без исключения.

— Позвольте: но может же случиться, что это ребро как раз последнее и единственное еще не пройденное. Тогда нет вовсе надобности покидать его: оно и будет конечной целью путешествия.

— Совершенно правильно. И если бы в фигуре была только одна «нечетная» вершина, то вам нужно было бы избрать такой маршрут, чтобы вершина эта оказалась *последним этапом*, — тогда вы разрешили бы задачу успешно. Или же можете *начать* с этой вершины — тогда вам не придется на нее возвращаться. Я должен только прибавить к этому, что фигуры с одной «нечетной» вершиной существовать не может: таких вершин должно быть четное число — две, четыре, шесть и т. д.

— Это почему же?

— Подумайте о том, что каждое ребро соединяет две вершины. И если какая-нибудь вершина имеет ребро без пары, то ребро это должно упираться в какую-нибудь соседнюю вершину и там тоже быть непарным ребром.

— А если соседняя вершина была бы без этого ребра тоже нечетная? Тогда новое ребро делает ее «четной», и наша «нечетная» вершина остается одинокой.

— Этого не может быть. Если без нашего ребра у соседней вершины сходится нечетное число ребер, то, значит, одно из ее ребер, остающееся вне пары, соединено со следующей вершиной, и следовательно, «нечетная» вершина будет найдена дальше, но все же будет существовать. Вы видите, что если в фигуре имеется одна «нечетная» вершина, то непременно должна существовать и вторая. Число *«нечетных»* вершин не может быть нечетным. Поясню это еще и иным путем, пожалуй, более простым. Предположите, что вы желаете сосчитать, сколько ребер в какой-нибудь фигуре. Вы считаете ребра, сходящиеся у одной вершины, прибавляете ребра, сходящиеся у второй, потом — у третьей и т. д. Когда вы все это сложите, что у вас получится?

— Двойное число ребер фигуры, потому что каждое ребро считалось по два раза: ведь каждое ребро соединяет две вершины.

— Именно. Вы получите удвоенное число ребер. И если допустить, что у одной из вершин сходится нечетное число ребер, а у всех прочих — четное,

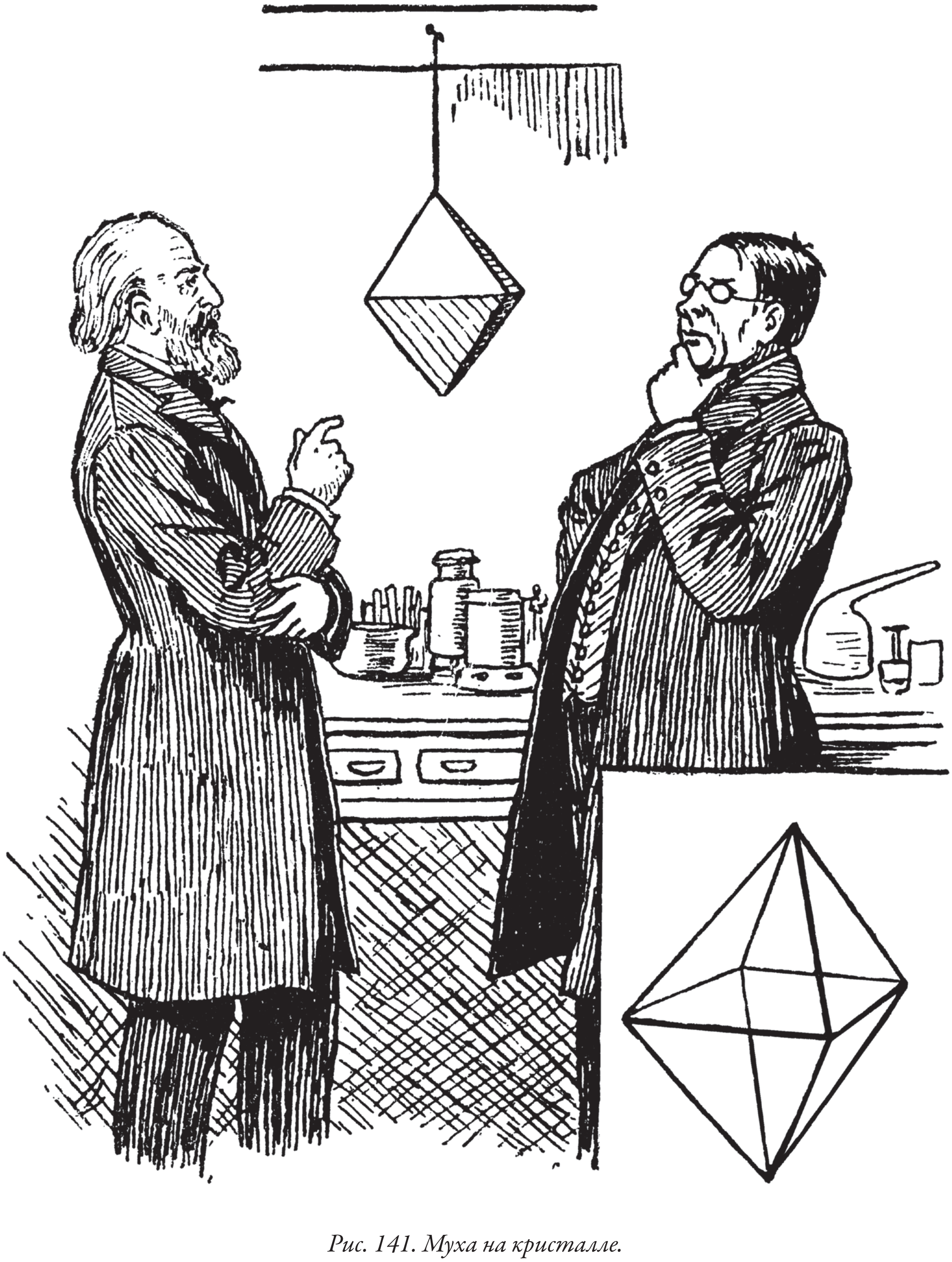


Рис. 141. Муха на кристалле.

то результат сложения будет, конечно, число нечетное. Но может ли *удвоенное* целое число быть нечетным?

— Не может, конечно. Теперь мне вполне ясно, что «нечетных» вершин во всякой фигуре должно быть две, четыре — вообще, четное число. Все же я думаю, что и кристалл с *двумя* «нечетными» вершинами возможно обойти. Пусть у нас имеется фигура с двумя «нечетными» вершинами. Что мешает начать путешествие именно в одной из этих точек и закончить в другой? Тогда не понадобится ни возвращаться в первую, ни уходить из последней: путешествие будет выполнено с соблюдением всех требуемых условий.

— Правильно! В этом и состоит секрет успешного выполнения подобных путешествий, или — что то же самое — правило вычерчивания фигур одним росчерком пера. Если требуется непрерывным движением начертить фигуру — безразлично, в плоскости или в пространстве, — то прежде всего внимательно рассмотрите фигуру и определите, имеются ли у нее «нечетные» вершины, т. е. такие вершины, у которых встречается непарное число линий. Если подобных вершин в фигуре больше двух, то задача неразрешима. Если только две, — то нужно начать вычерчивание из одной «нечетной» точки и закончить в другой. Если «нечетных» вершин вовсе нет, то можете начинать чертить из любой вершины, и всегда найдется способ выполнить всю фигуру, возвратившись к начальной точке. Каким путем вы в таком случае поведете перо — безразлично. Надо только заботиться о том, чтобы не вести линию к вершине, от которой нет больше пути, т. е. стараться не замыкать фигуры раньше времени. Вот пример: фигура в форме буквы Ф (черт. 142). Можно ли ее начертить одним росчерком пера?

— В ней всего две «нечетные» вершины, именно концы палки. Значит, ее начертить одним росчерком пера возможно. Но как?

— Надо начать с одного конца палки и кончить другим, вот так (черт. 143).

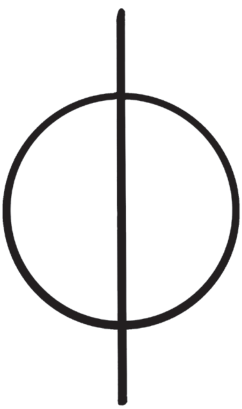


Рис. 142

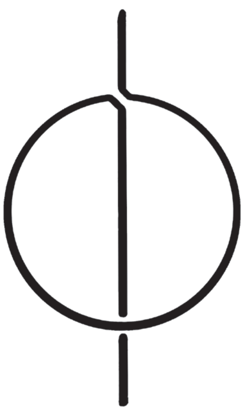


Рис. 143

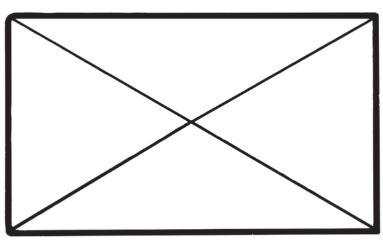


Рис. 144

— В детстве я ломал свою голову над тем, чтобы начертить одним росчерком пера четырехугольник с двумя диагоналями (черт. 144). Мне этого никак не удавалось сделать.

— И не удивительно: ведь в ней 4 нечетных вершины — углы четырехугольника. Бесполезно даже ломать голову над этой задачей: она неразрешима.

— А такая фигура (черт. 145)?

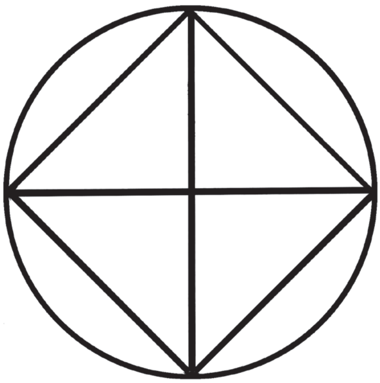


Рис. 145

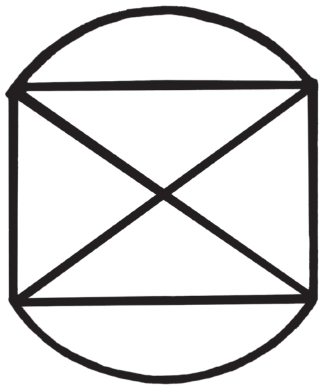


Рис. 146

— Ее тоже нельзя начертить одной непрерывной линией, потому что у нее 4 вершины, в каждой из которых сходится по 5 линий, т. е. у нее 4 «нечетных» вершины. Зато легко начертить фигуры черт. 146-й и 147-й: у них все вершины «четные» (решение для черт. 147 — см. черт. 148).

Теперь перейдем к той задаче, которую собирается решить наша муха: обойти по одному разу все ребра октаэдра непрерывным движением. На каждой вершине этой фигуры сходятся 4 ребра; в ней вовсе нет «нечетных»

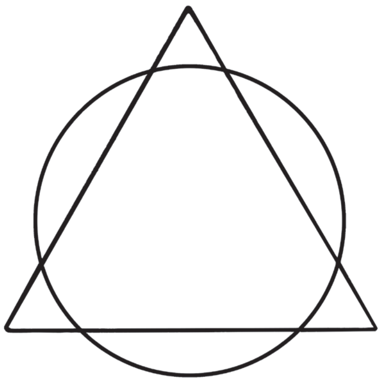


Рис. 147

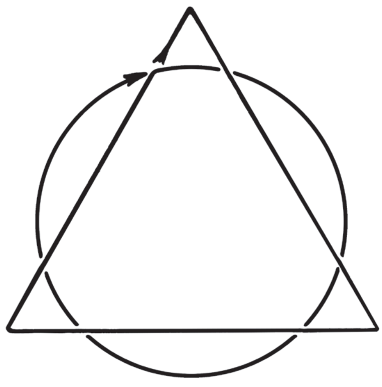


Рис. 148

вершин. Поэтому вы можете начать путешествовать с любой вершины и возвратитесь в исходную точку. Вот одно из возможных решений (черт. 149):

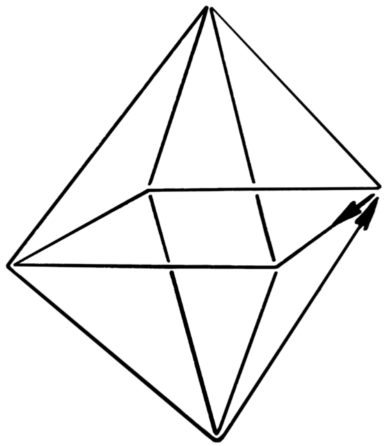


Рис. 149

— А знаете, это интересный род головоломок! Дайте мне десяток подобных задач, я подумаю о них на досуге.

— Извольте.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 61–70

Из представленных на рис. 150 и 151 фигур безусловно могут быть начерчены непрерывной линией фигуры 62-я, 64-я, 65-я, 67-я, 68-я, 69-я и 70-я. В этих фигурах у всех точек пересечения сходится четное число линий, — следовательно, можно начать чертить с любой точки. Каждая точка может служить начальной, она же будет и конечной. Выполнение чертежей показано на рис. 152 и 153.

Фигура 61-я заключает только две «нечетные» точки, именно те места, где ручка молотка входит в головку: у них сходится по 3 линии. Поэтому фигуру можно начертить непрерывной линией только в том случае, если начать в одной из «нечетных» точек и кончить в другой.

То же относится и к фигуре 63-й: она содержит только две «нечетных» точки, m и n; они и должны быть начальной и конечной точкой при черчении.

Фигура 66-я заключает более двух «нечетных» точек, — а потому ее совершенно невозможно начертить одной непрерывной линией.

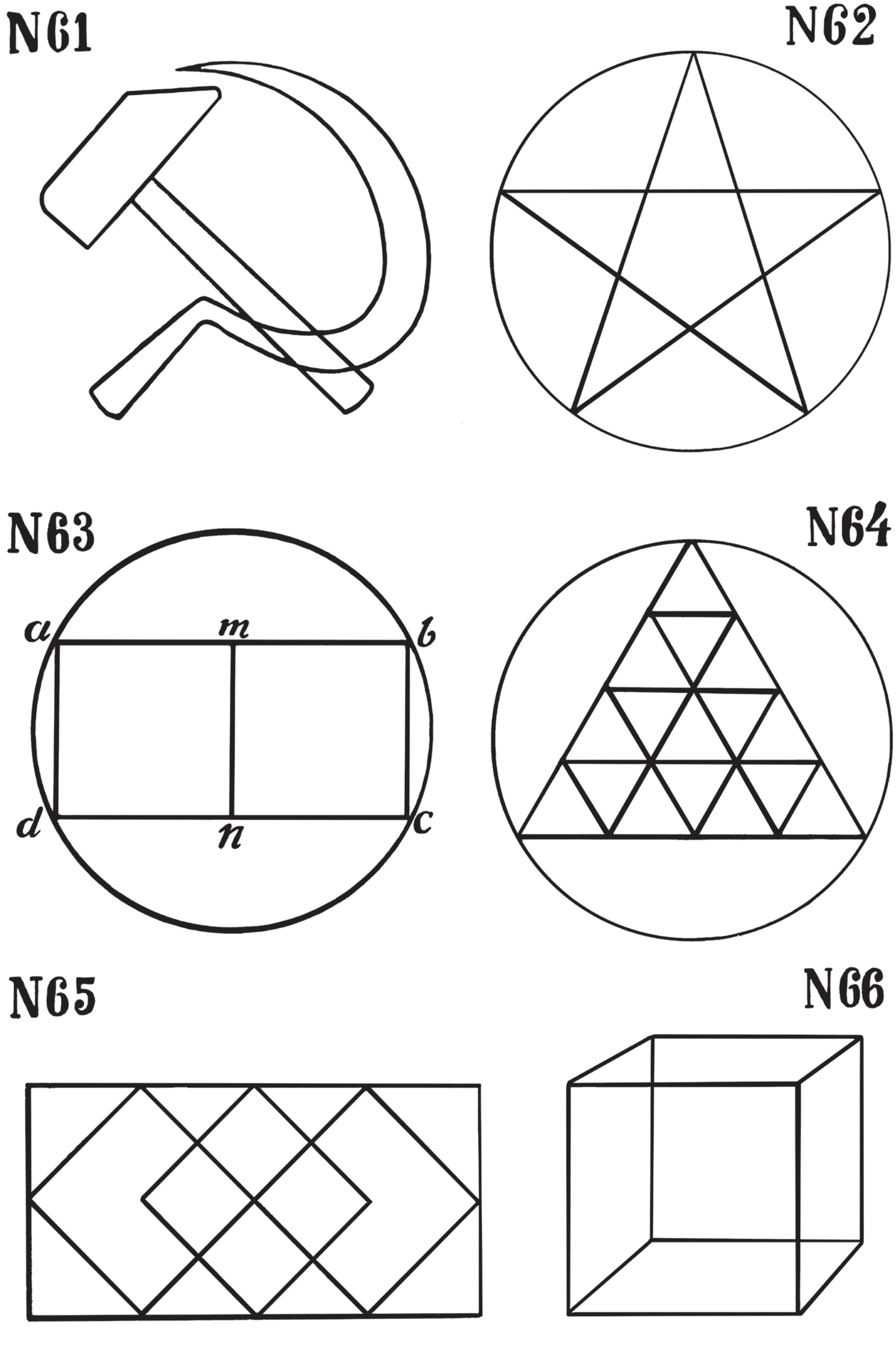


Рис. 150. Задачи на непрерывное вычерчивание фигур: №№ 61–66.

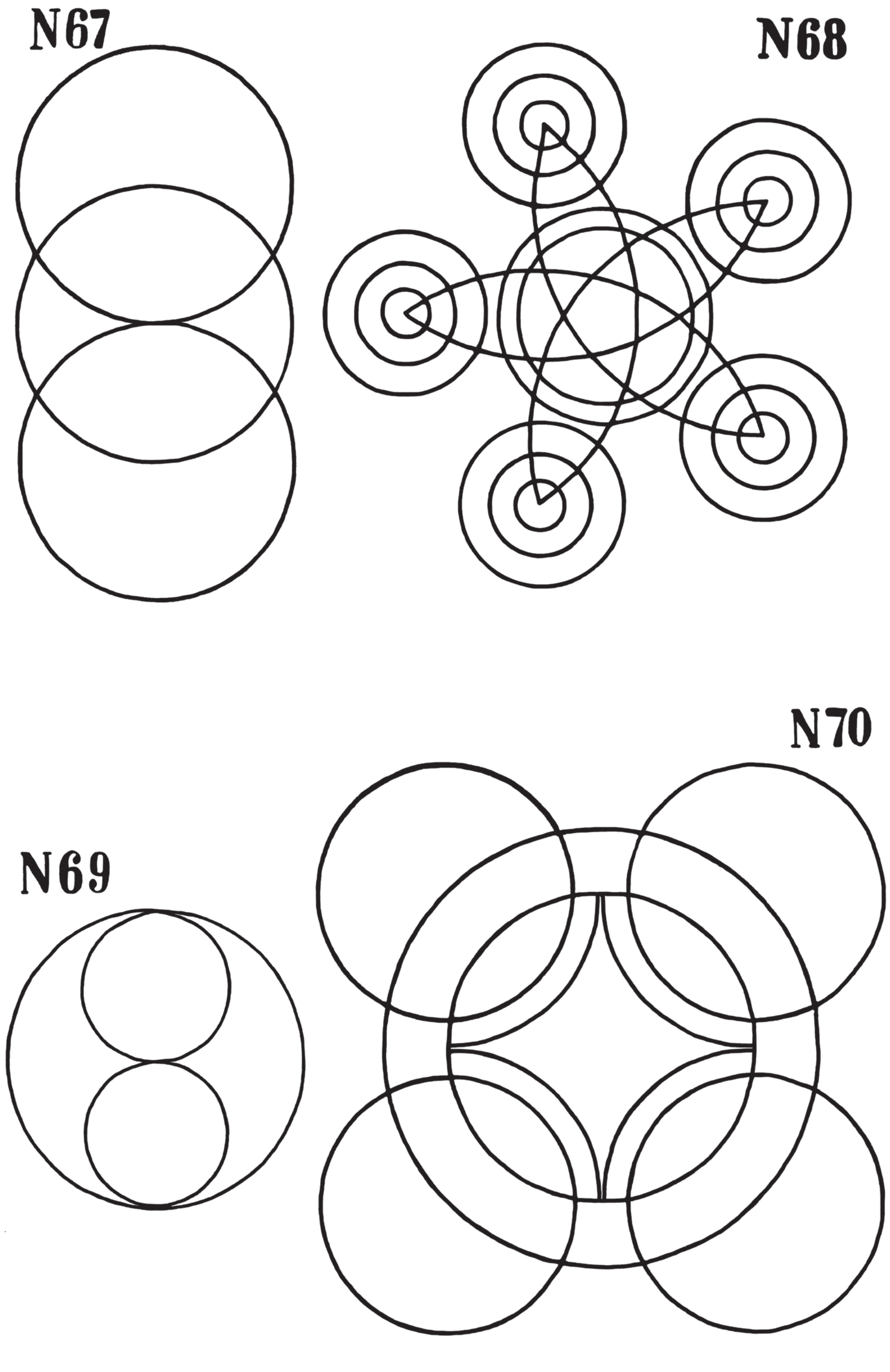


Рис. 151. Задачи на непрерывное вычерчивание фигур: №№ 67–70.

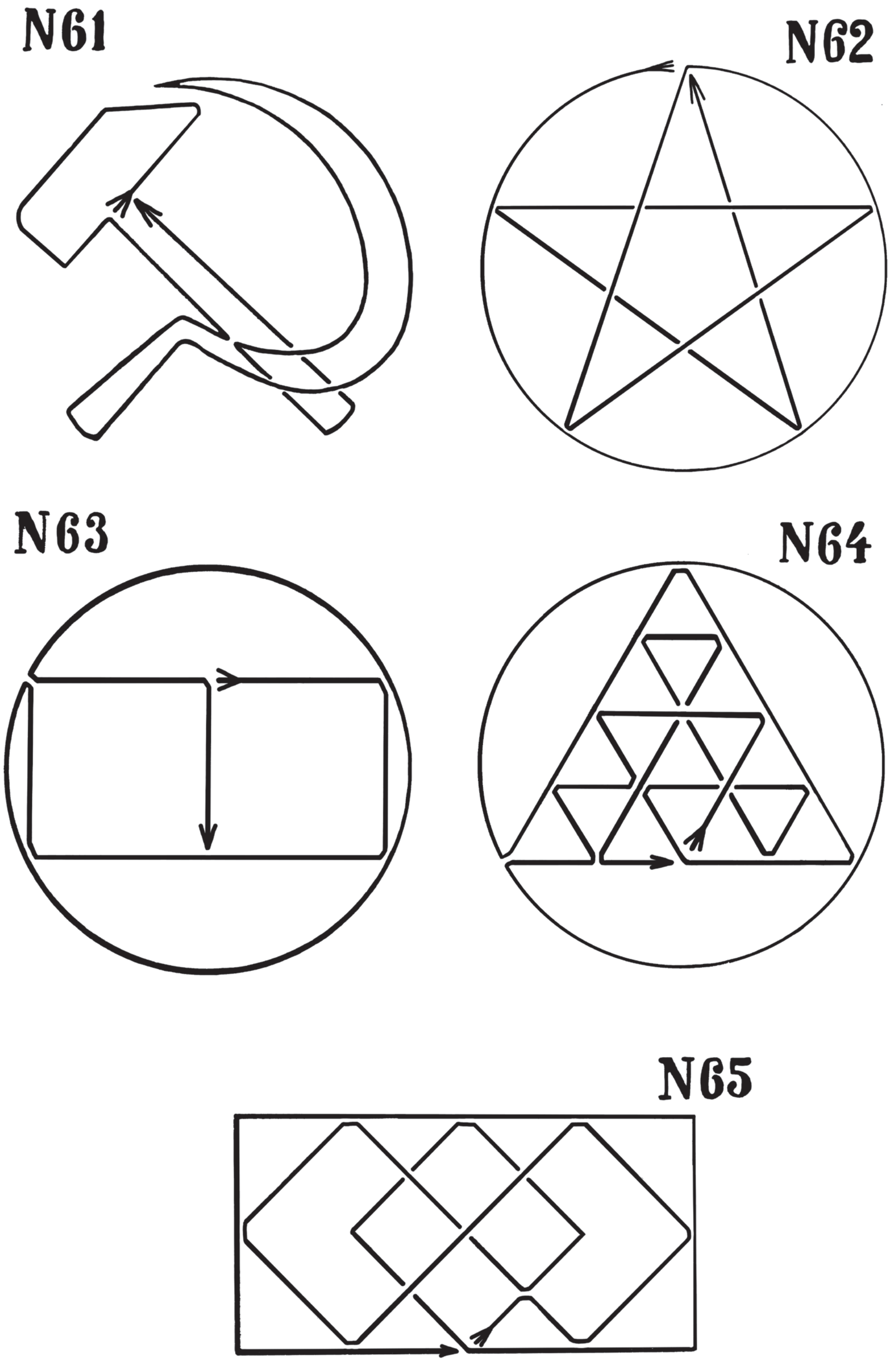


Рис. 152. Решения задач: №№ 61–65.

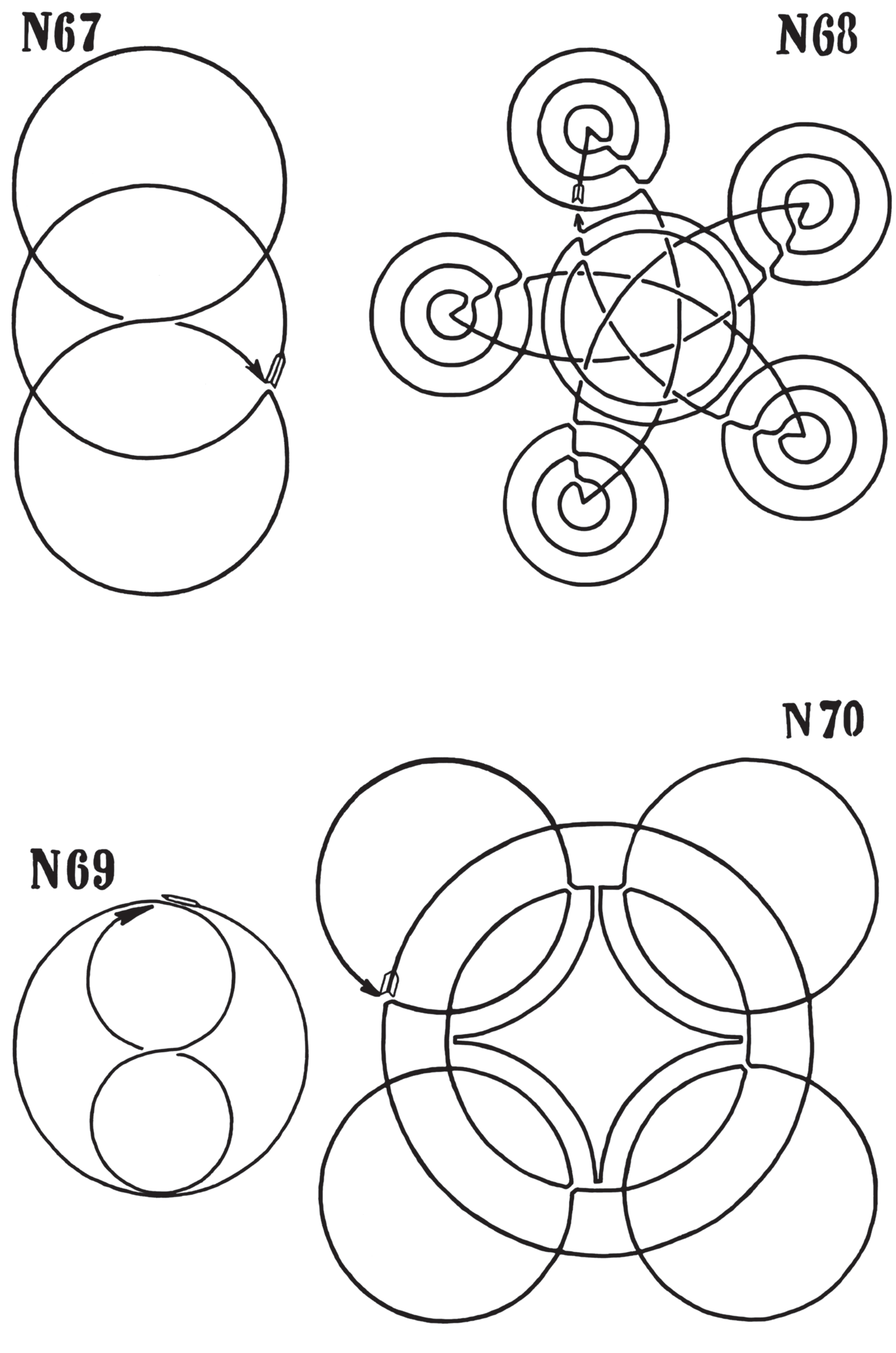


Рис. 153. Решения задач: №№ 67–70.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

ДЕСЯТЬ РАЗНЫХ ЗАДАЧ

Задача № 71

Горизонт

Часто приходится читать и слышать, что одно из убедительных доказательств шарообразности Земли — круглый вид горизонта. Так как всюду линия горизонта — окружность, то Земля наша должна быть шаром.

Подумайте, однако: какую фигуру имела бы линия горизонта, если бы Земля наша была не шарообразная, а плоская, бесконечно простираясь во все стороны?

Задача № 72

Где и когда?

Вам, вероятно, знаком бессмысленный стишок

Рано утром, вечерком,
В полдень, на рассвете…

Неведомый слагатель этих стихов стремился выразить ими заведомую нелепость и подбирал слова, одно другому противоречащие.

Между тем приведенная фраза не совсем бессмысленна; существуют места на земле, где такое определение времени вполне применимо и относится к некоторому реальному моменту.

Где же и когда это бывает?

Задача № 73

Рост Эзопа[1]

«Уверяют, что Эзопова голова была длиною 7 дюймов, а ноги так длинны, как голова и половина туловища; туловище ж равно длине ног с головою.

Спрашивается рост сего славного человека».

---

[1] Эта задача заимствована из обширного старинного русского учебника математики Ефима Войтяховского, конца XVIII века.

Задача № 74

Пять обрывков цепи

Кузнецу принесли пять цепей, по три звена в каждой — они изображены здесь на рисунке (черт. 154), — и поручили соединить их в одну цепь.

Рис. 154. Обрывки цепи.

Прежде чем приняться за дело, кузнец стал думать о том, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что придется раскрыть и снова заковать четыре кольца.

Нельзя ли, однако, выполнить ту же работу, раскрыв меньше колец?

Задача № 75

Четырьмя пятерками

Нужно выразить число 16 с помощью 4 пятерок, соединяя их знаками действий.

Как это сделать?

Задача № 76

Вишня

Мякоть вишни окружает ее косточку слоем такой же толщины, как и сама косточка. Будем считать, что и вишня и косточка имеют форму шариков. Можете ли вы сообразить в уме, во сколько раз объем сочной части вишни больше объема косточки?

Задача № 77

Дыни

Продаются две дыни. Одна, окружностью 72 сантиметра, стоит 40 рублей. Другая, окружностью 60 сантиметров, стоит 25 рублей.

Какую дыню выгоднее купить?

Задача № 78

Удивительная затычка

В доске выпилены три отверстия: одно — квадратное, другое — круглое, третье — в форме креста. На нашем чертеже 155-м вы видите эти отверстия.

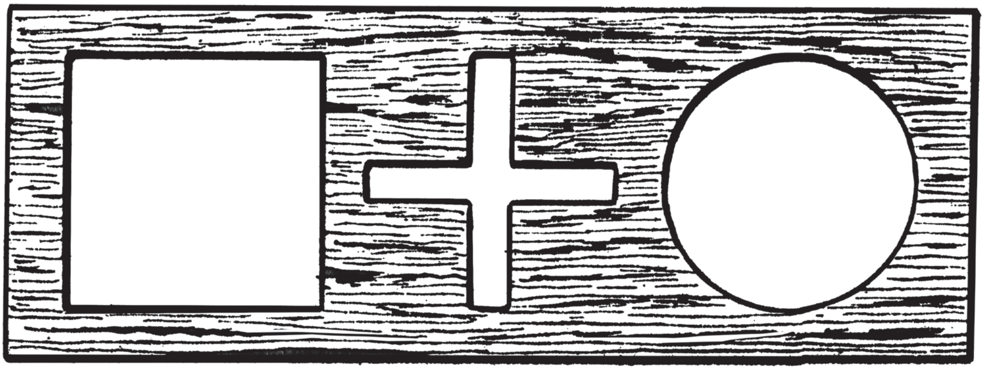


Рис. 155. Заткнуть эти дыры одной и той же затычкой.

Нужно изготовить затычку такого фасона, чтобы она годилась для каждого из этих отверстий.

Вам кажется, что такой всеобщей затычки быть не может: отверстия чересчур разнообразны по форме.

Могу вас уверить, что подобная затычка существует. Попытайтесь найти ее.

Задача № 79

Модель башни Эйфеля

Башня Эйфеля в Париже, 300 метров высоты, сделана целиком из железа, которого пошло на нее 8 000 000 килограммов. У моего знакомого есть точная модель знаменитой башни, весящая всего только один килограмм.

Какой она высоты? Выше стакана или ниже?

Задача № 80

Муха на ленте

У меня была в руках длинная бумажная лента, с одной стороны красная, с другой — белая. Я склеил ее концы и получившееся бумажное кольцо положил на стол.

Внимание мое привлекла муха, севшая на красную сторону ленты и начавшая странствовать по ней. Я стал следить за ее путешествием вдоль ленты и, к изумлению, заметил, что, побродив немного по ленте, она очутилась на противоположной, белой стороне, хотя все время оставалась на ленте и нигде не переползала через ее край. Продолжая следить за ее движениями, я вскоре увидел ее снова на красной стороне ленты, хотя положительно мог утверждать, что она не переступала и не перелетала через края ленты и ползла все время, не покидая ее.

Не объясните ли вы, как могло это случиться?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 71–80

Решение задачи № 71

Если бы Земля была совершенно плоская, линия горизонта и в таком случае была бы окружностью!

Действительно: что такое горизонт? Линия, по которой небесный свод кажущимся образом встречается с землей. Но свод небесный имеет форму шаровой поверхности. По какой же другой линии может пересекаться шаровая поверхность с плоскостью, как не по окружности?

Итак, круглая форма горизонта сама по себе не доказывает еще, что Земля кругла!

Решение задачи № 72

Где? За полярным кругом.

Когда? Около 21-го декабря, когда зимнее солнце лишь на мгновение показывается верхним краем из-под горизонта в 12 часов дня, чтобы тотчас же скрыться снова под горизонт.

Действительно. Этот момент есть «утро», так как совпадает с восходом солнца; но он в то же время и вечер, так как совпадает с заходом солнца. Это безусловно полдень — 12 часов дня, и, конечно, рассвет, так как, пока солнце еще не вынырнуло из-под горизонта, длится утренняя заря. Итак, это — «рано утром, вечерком, в полдень, на рассвете».

Решение задачи № 73

Мы знаем из условия задачи, что ноги Эзопа равны 7 дюймам (голова) + длина половины туловища. Известно еще, что туловище = длине ног + 7 дюймов, откуда длина ног = туловищу без 7 дюймов. Итак, ноги Эзопа = длине половины туловища + 7 дюймов, и в то же время = туловищу без 7 дюймов. Значит,

$$\tfrac{1}{2}\ \text{туловища} + 7\ \text{дюймов} = \text{туловищу} - 7\ \text{дюймов},$$

или: туловище длиннее ½ туловища на 14 дюймов, откуда ½ туловища = 14 дюймов, а все туловище = 28 дюймам. Прибавив длину головы и ног (которые вместе = туловищу, т. е. 28 дюймов), получаем рост Эзопа: 56 дюймов, или 2 аршина.

Решение задачи № 74

Достаточно разогнуть только *три кольца* одного из обрывков и полученными кольцами соединить концы остальных четырех обрывков.

Решение задачи № 75

Существует только один способ:

$$\frac{55}{5} + 5 = 16.$$

Решение задачи № 76

Толщина слоя мякоти равна поперечнику косточки, — значит, поперечник вишни в 3 раза больше поперечника косточки. Отсюда объем вишни больше объема косточки в $3 \times 3 \times 3 = 27$ раз. И следовательно, объем мякоти больше объема косточки в $27 - 1 = 26$ раз.

Решение задачи № 77

Окружность большой дыни (72 см) превышает окружность меньшей (60 см) в $\frac{24}{20}$, т. е. в $1\frac{1}{5}$ раза. Таково же и отношение ее поперечника к поперечнику меньшей дыни.

Ее объем больше в $1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{5} = \dfrac{6 \times 6 \times 6}{5 \times 5 \times 5} = \dfrac{216}{125}$ раз. Если меньшая дыня стоит 25 рублей, то бóльшая должна стоить $25 \times \dfrac{216}{125} = \dfrac{216}{5} = 43$ руб. 20 коп. Между тем дыня стоит всего 40 рублей. Ясно, что ее купить выгоднее, чем меньшую.

Решение задачи № 78

Искомая затычка имеет форму, изображенную здесь на чертеже 156-м. Вы можете заткнуть ею и квадратное отверстие, и круглое, и крестообразное.

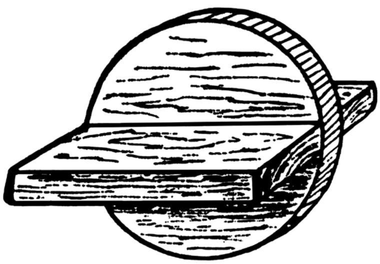


Рис. 156

Решение задачи № 79

Модель весом 1 килограмм гораздо выше стакана, потому что — как это ни неожиданно — она имеет в высоту $1\frac{1}{2}$ метра! В самом деле: модель меньше самой башни по объему во столько раз, во сколько 1 килограмм меньше 8 000 000 килограммов, т. е. в 8 000 000 раз. Значит, высота модели меньше высоты башни в такое число раз, которое, будучи дважды умножено на себя, составит 8 000 000; число это 200, потому что 200 × 200 × 200 = 8 000 000. Разделив высоту Эйфелевой башни, 300 метров, на 200, получаем 1½ метра (около двух аршин). Результат довольно странный. 1½-метровое железное изделие весит всего 1 килограмм! Это объясняется тем, что Эйфелева башня — сооружение, при своих больших размерах, необыкновенно легкое, как говорят — «ажурное».

Решение задачи № 80

Загадка объясняется тем, что один конец ленты, прежде чем приклеить его к другому, был повернут один раз. Легко убедиться на опыте, что тогда получается кольцо, ползая по которому муха может обойти обе его стороны, нигде не переступая через края.

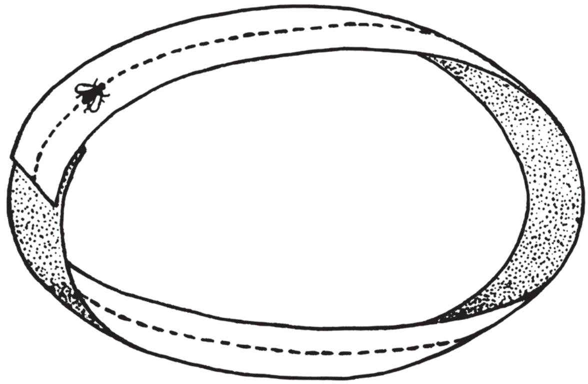


Рис. 157

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

ЕЩЕ ДЕСЯТЬ РАЗНЫХ ЗАДАЧ

Задача № 81

Кто больше?

Двое человек считали в течение часа всех прохожих, которые проходили мимо них на тротуаре. Один из считавших стоял у ворот дома, другой прохаживался туда и назад по тротуару.

Кто насчитал больше прохожих?

Задача № 82

Возраст моего сына

Теперь мой сын моложе меня втрое. Но пять лет назад он был моложе меня в четыре раза.

Сколько ему лет?

Задача № 83

Состязание

Две парусные лодки участвуют в состязании: требуется пройти 24 версты туда и назад в кратчайшее время. Первая лодка прошла весь путь с равномерной скоростью 20 верст в час; вторая двигалась туда со скоростью 16 верст в час, а обратно — со скоростью 24 версты в час.

Победила на состязании первая лодка, — хотя, казалось бы, вторая должна была на пути в одном направлении отстать от первой ровно на столько же, на сколько она опережала ее на обратном пути, и, следовательно, прийти одновременно с первой. Почему же она опоздала?

Задача № 84

По реке и по озеру

Плывя вниз по реке, гребец проплывает 5-верстное расстояние в 10 минут. Возвращаясь, он проплывает то же расстояние в час. Следовательно, 10 верст он при указанных условиях проплывает в 1 час 10 минут.

А во сколько времени проплыл бы он 10 верст в стоячей воде озера?

Задача № 85

От Энска до Иксограда

Плывя по течению, пароход делает 20 верст в час; плывя *против* течения — всего 15 верст в час. Чтобы пройти от пристани г. Энска до пристани г. Иксограда, он употребляет на 5 часов меньше, чем на обратный путь.

Как далеко от Энска до Иксограда?

Задача № 86

Всмятку и вкрутую

Хозяйка сварила 5 яиц: два вкрутую и три всмятку. Но она забыла отметить, какие именно яйца сварены вкрутую и какие — всмятку, и подала их к столу на одном блюде.

Вы наудачу берете с блюда два яйца. Есть ли вам расчет биться о заклад, ставя один рубль против пяти, что вам попадутся оба крутых яйца?

Задача № 87

Игральная кость

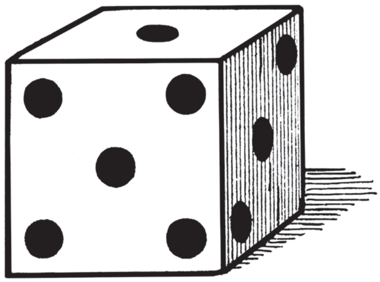


Рис. 158

Вот игральная кость (черт. 158): кубик с обозначенными на его гранях очками от 1 до 6. Петр бьется о заклад, что если бросить кубик 4 раза подряд, то за все четыре раза кубик непременно упадет один раз единичным очком кверху.

Владимир же ставит против него: он утверждает, что единичное очко либо совсем не выпадет при четырех метаниях, либо же выпадет больше одного раза.

У кого из них больше вероятия выиграть?

Задача № 88

Семеро друзей

У одного гражданина было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй — каждый второй вечер, третий — каждый третий вечер, четвертый — каждый четвертый вечер и т. д. до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер.

Часто ли случалось, что все семеро друзей собирались у хозяина в один и тот же вечер?

Задача № 89

Продолжение предыдущей

В те вечера, когда семеро друзей собирались вместе, хозяин угощал их вином, и все чокались друг с другом попарно.

Сколько раз звучали при этом стаканы, сталкиваясь между собою?

Задача № 90

Основание Карфагена

Об основании древнего города Карфагена существует следующее предание. Дидона, дочь тирского царя, потеряв мужа, убитого рукой ее брата, бежала в Африку и высадилась со многими жителями Тира на ее северном берегу. Здесь она купила у нумидийского царя столько земли, «сколько занимает воловья шкура». Когда сделка состоялась, Дидона разрезала воловью шкуру на тонкие ремешки и, благодаря такой уловке, охватила участок земли, достаточный для сооружения крепости. Так будто бы возникла крепость Карфаген, к которой впоследствии был пристроен город.

Попробуйте вычислить, какую площадь могла, согласно этому преданию, занимать крепость, если считать, что воловья шкура имеет поверхность 4 кв. метра, а ширину ремешков, на которые Дидона ее изрезала, принять равной одному миллиметру.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 81–90

Решение задачи № 81

Оба насчитали одинаковое число прохожих. Действительно, хотя тот, кто стоял у ворот, считал проходивших в обе стороны, но тот, кто ходил, видел зато вдвое больше встречных людей.

Решение задачи № 82

Если сын теперь втрое моложе отца, то отец старше его на двойной его возраст. Пять лет назад отец был также, конечно, старше сына на двойной *нынешний* возраст сына. С другой стороны, так как тогда отец был старше сына в 4 раза, то он был старше его на тройной его *тогдашний* возраст. Следовательно, двойной *нынешний* возраст сына равен тройному *прежнему* возрасту его, или — что то же самое — сын теперь в 1½ раза старше, чем был 5 лет назад. Отсюда легко сообразить, что 5 лет — это половина прежнего возраста сына; и, значит, пять лет назад сыну было 10 лет, а теперь ему 15 лет.

Итак, сыну теперь 15 лет, отцу 45. Действительно: пять лет назад отцу было 40 лет, а сыну 10, т. е. вчетверо меньше.

Решение задачи № 83

Вторая лодка опоздала потому, что двигалась с 24-верстной скоростью *меньшее время*, чем с 16-верстной. Действительно, с 24-верстною скоростью она двигалась 24 : 24 = 1 час, а с 16-верстною 24 : 16 = = $1\frac{1}{2}$ часа. Поэтому она на пути туда потеряла времени больше, чем выгадала на обратном пути.

Решение задачи № 84

По течению гребец плывет со скоростью полверсты в минуту, против течения — со скоростью $\frac{1}{12}$ версты в минуту. В первую скорость включена скорость самого течения, от второй она отнята. Следовательно, $\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$, т. е. $\frac{7}{12}$ версты, деленное пополам ($\frac{7}{24}$ версты) — это истинная скорость самого гребца.

И, значит, в стоячей воде гребец пройдет 10 верст в

$$10 : \tfrac{7}{24} = 34\tfrac{2}{7} \text{ минуты.}$$

Обычный же ответ — что в озере гребец проплывет 10 верст в то же время, как и в реке, так как потеря скорости будто бы восполняется выигрышем ее, — совершенно не верен (см. предыдущую задачу).

Решение задачи № 85

Плывя по течению, пароход делает 1 версту в 3 минуты; плывя против течения — 1 версту в 4 минуты. На каждой версте пароход в первом случае выгадывает 1 минуту. А так как на всем расстоянии он выгадывает во времени 5 часов, или 300 минут, то, следовательно, от Энска до Иксограда 300 верст.

Действительно:

$$\frac{300}{15} - \frac{300}{20} = 20 - 15 = 5.$$

Решение задачи № 86

Если, для удобства обозначения, перенумеровать яйца, то у нас будут

крутое № 1 . . . . $K\,1$
крутое № 2 . . . . $K\,2$
всмятку № 1 . . . . $C\,1$
всмятку № 2 . . . . $C\,2$
всмятку № 3 . . . . $C\,3$

Из этих яиц можно составить следующие 10 пар:

$K\,1\,K\,2$	$K\,2\,C\,1$	$C\,1\,C\,2$
$K\,1\,C\,1$	$K\,2\,C\,2$	$C\,1\,C\,3$
$K\,1\,C\,2$	$K\,2\,C\,3$	$C\,2\,C\,3$
$K\,1\,C\,3$		

Мы видим, что только одна пара — именно первая — состоит из крутых яиц, остальные 9 не дают требуемого сочетания. Значит, у вас только 1 шанс из 10 взять пару крутых яиц; в остальных 9-ти случаях из 10-ти вы проигрываете. И если вы ставите 1 рубль, то ваш партнер, имеющий 9 шансов выиграть, должен для уравнения шансов поставить не 5, а 9 рублей.

Решение задачи № 87

При 4-х метаниях число всех возможных положений игральной кости равно $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$. Допустим, что первое метание уже состоялось, причем выпало единичное очко. Тогда при трех следующих метаниях число всех возможных положений, благоприятных для Петра (т. е. выпадений любых очков, кроме единичного) $= 5 \times 5 \times 5 = 125$. Точно так же возможно по 125 благоприятных для Петра расположений, если единичное очко выпадет только при втором, только при третьем или только при четвертом метании. Итак, существует $125 + 125 + 125 + + 125 = 500$ различных возможностей для того, чтобы единичное очко при 4-х метаниях появилось один и только один раз. Неблагоприятных же возможностей существует $1296 - 500 = 796$ (так как неблагоприятны все остальные случаи).

Мы видим, что у Владимира шансов выиграть больше (796 против 500), чем у Петра.

Решение задачи № 88

Нетрудно сообразить, что все семь друзей могли встречаться только через такое число дней, которое делится и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 7. Наименьшее из таких чисел есть 420.

Следовательно, друзья сходились все вместе только один раз в 420 дней (14 месяцев).

Решение задачи № 89

Каждый из восьми присутствующих (хозяин и 7 друзей) чокается с 7-ю остальными; всего, значит, сочетаний по два насчитывается $8 \times 7 = 56$. Но при этом каждая пара считалась дважды (например, 3-й гость с 5-м и 5-й с 3-м считались за разные пары). Следовательно, стаканы звучали

$$\frac{56}{2} = 28 \text{ раз.}$$

Решение задачи № 90

Если площадь воловьей шкуры 4 кв. метра или 4 000 000 кв. миллиметров, а ширина ремня 1 миллиметр, то общая длина вырезанного ремня (вероятно, Дидона вырезала его из шкуры спирально) — 4 000 000 миллиметров, т. е. 4000 метров, или 4 километра. Таким ремнем можно окружить квадратный участок площадью в 1 кв. километр (около 90 десятин).

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ОБМАНЫ ЗРЕНИЯ

Задача № 91

Две дуги

На этом рисунке изображены две дуги, которые сопровождаются короткими штрихами. Какая дуга сильнее изогнута: верхняя или нижняя?

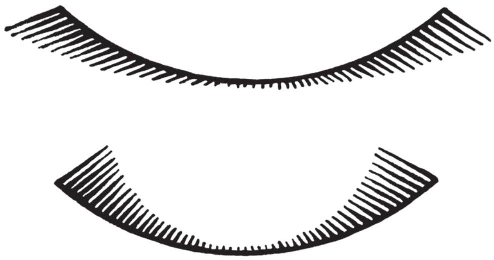


Рис. 159. Что кривее?

Задача № 92

Три полоски

Какая из трех бумажных полосок, изображенных на чертеже 160-м, самая длинная?

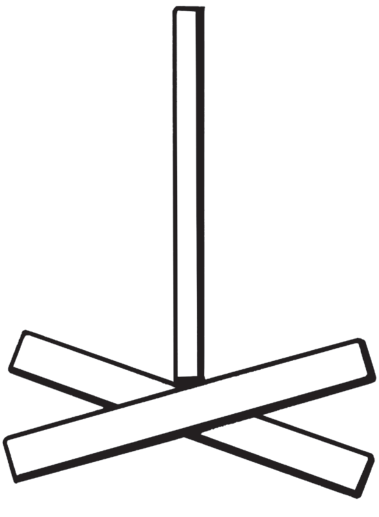


Рис. 160. Что длиннее?

Задача № 93

Два корабля

Перед вами (черт. 161) два корабля: пароход и парусник. У которого из них палуба длиннее?

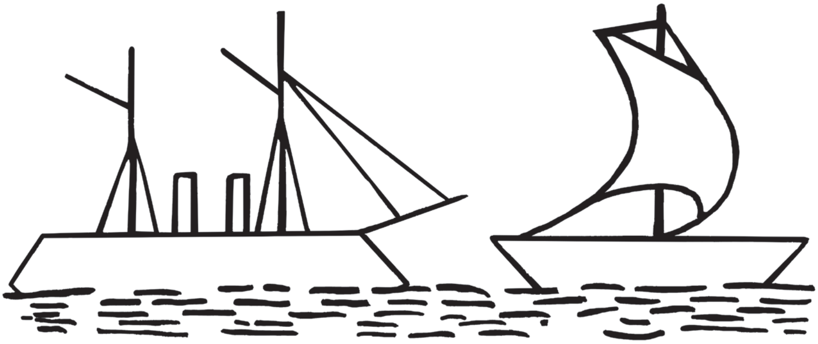


Рис. 161. Равны ли палубы?

Задача № 94

Где середина?

Школьника спросили, где середина высоты начерченного здесь треугольника. Школьник показал место, обозначенное на фигуре черточкой. По его мнению, эта точка и есть середина. Поправьте его на глаз и затем проверьте его и себя бумажкой.

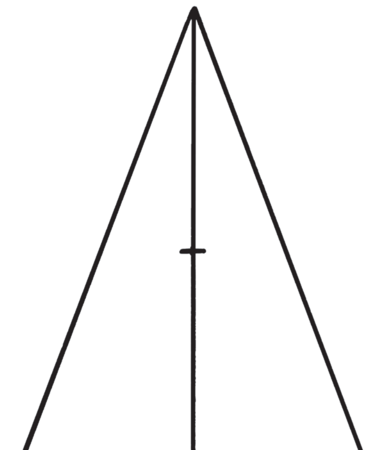


Рис. 162. Где середина?

Задача № 95

Два прямоугольника

Школьник начертил два прямоугольника, пересеченные прямой линией, и утверждал, что эти прямоугольники равны. Почему он думал, что они равны?

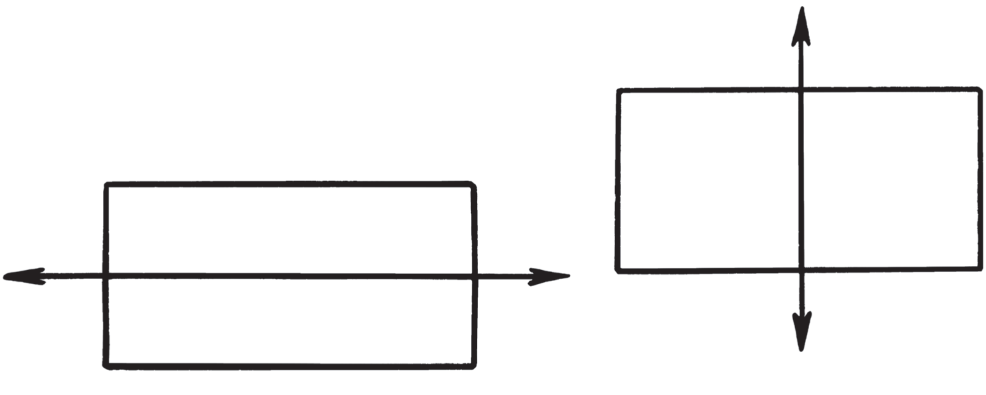


Рис. 163. Одинаковы ли эти прямоугольники?

Рис. 164. Квадрат ли?

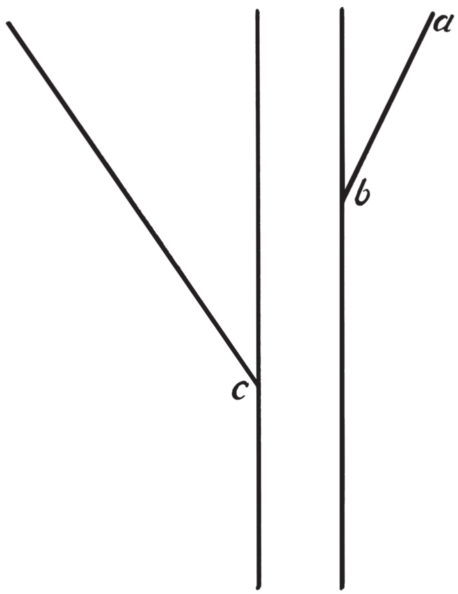


Рис. 165. Куда упрется линия?

Задача № 96

Шляпа иностранца

Я показывал своим знакомым картинку, представленную здесь на черт. 164-м, и они утверждали, что прямоугольник, описанный около шляпы этого иностранца, имеет форму квадрата. В чем их ошибка?

Задача № 97

Продолжить линию

Если продолжить прямую линию *ab* черт. 165-го, то куда она упрется: выше точки *c* или ниже?

Задача № 98

Что длиннее?

Какая из линий *ab*, *cd* или *ef* на черт. 166-м самая длинная?

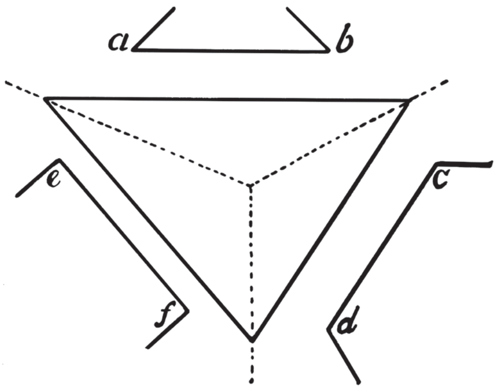


Рис. 166. Сравните ab, cd и ef.

Задача № 99

Поместится ли?

Поместится ли в промежутке между *AB* и *CD* (черт. 167) изображенный здесь кружок?

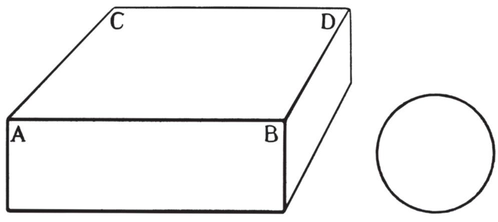


Рис. 167. Поместится ли кружок между AB и CD?

Задача № 100

Два кружка

На черт. 168-м вы видите два заштрихованных кружка, которые кажутся одинаковых размеров. Но после того как вы изощрили свой глазомер предыдущими упражнениями, вы, конечно, не попадете впросак. Вам нетрудно поэтому будет ответить на вопрос: какой кружок больше?

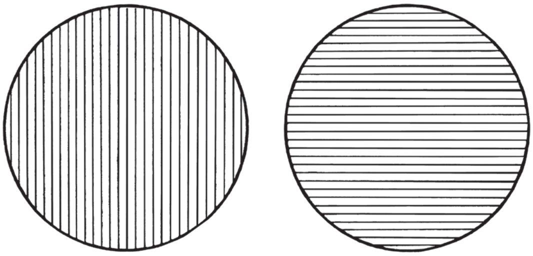


Рис. 168. Какой кружок больше?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 91–100

№ 91. Обе дуги одинаковы.
№ 92. Все полоски одинаковой длины.
№ 93. Палубы у обоих кораблей изображены одинаковой длины.
№ 94. Середина указана правильно.
№ 95. Потому что они действительно равны.
№ 96. Ошибки нет: фигура вокруг шляпы квадрат.
№ 97. Прямая упрется в точку *c*.
№ 98. Все три линии одинаковой длины.
№ 99. Кружок не помещается.
№ 100 (задача-ловушка). Кружки равны.

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

НАУКА НА ДОСУГЕ

НЕМНОГО АРИФМЕТИКИ, ГЕОМЕТРИИ И ФИЗИКИ

ЗАДАЧИ, ПАРАДОКСЫ, ИГРЫ

Текст и иллюстрации воспроизводятся по изданию:

Перельман Я. И., Глязер С. В., Прянишников В. И., Рюмин В. В. Наука на досуге : Сборник занимательных задач, головоломок, фокусов, игр из области физики, математики, географии, астрономии, метеорологии, химии. — Л. : Молодая гвардия, 1935

НЕМНОГО АРИФМЕТИКИ

1. Числовые суеверия

Числовые суеверия были распространены в России не менее, нежели предрассудки иного рода и, конечно, столь же необоснованны. Они являются следствием низкого культурного уровня, характерного для царской России. К чему может привести пристрастие к числовым суевериям, показывает пример героя тургеневского рассказа «Стук... стук... стук!..» — Ильи Теглева: на основании случайного совпадения чисел он вообразил себя непризнанным Наполеоном. После самоубийства в его кармане найден был листок со следующими выкладками:

Наполеон род. 15 августа 1769 года.		Илья Теглев род. 7 января 1811 года.	
	1769		1811
	15		7
	8 (авг. — 8-й мес.)		1 (янв. — 1-й мес.)
Итого...	1792	Итого...	1819
	1		1
	7		8
	9		1
	2		9
Итого...	19!	Итого...	19!

Наполеон умер 5 мая 1825 года.		Илья Теглев умер 21 июля 1834 года.	
	1825		1834
	5		21
	5 (май — 5-й мес.)		7 (июль — 7-й мес.)
Итого...	1835	Итого...	1862
	1		1
	8		8
	3		6
	5		2
Итого...	17!	Итого...	17!

Подобного рода числовые «гадания» получили широкое распространение в начале мировой войны, когда с помощью их... надеялись предвидеть ее исход. В 1916 г. швейцарские газеты посвятили своих читателей в «тайны» следующего откровения о судьбе императоров Германии и Австро-Венгрии:

	Вильгельм II	Франц-Иосиф
Год рождения	1859	1830
Год вступления на престол ...	1888	1848
Возраст	57	86
Число лет царствования	28	68
	Итого 3832	Итого 3832

Суммы, как видите, одинаковы, и каждая из них представляет собою удвоенный 1916-й год. Отсюда заключали, что этот год — роковой для обоих императоров, предрекающий им гибель...

На этот раз мы имеем дело не со случайным совпадением, а просто с человеческой глупостью. Ослепленные суеверием, люди не сообразили, что достаточно лишь слегка переставить строки в выкладках — и таинственный характер их рассеется без остатка. Разместите строки в таком порядке:

год рождения
возраст
год вступления на престол
число лет царствования

Теперь сообразите: который год должен получиться, если к году рождения человека прибавить его возраст? Конечно, составится тот год, когда производится расчет. Тот же год должен получиться, если к году вступления императора на престол прибавить число лет его царствования. Легко понять поэтому, отчего сложение четырех чисел дало для обоих императоров одинаковый итог — удвоенный 1916-й год. Ничего иного и ожидать нельзя было. Судьбы императоров ничуть не зависят от подобных арифметических изощрений...

2. Предугадать сумму

Сказанным выше мы можем воспользоваться для выполнения забавного числового фокуса. Предложите товарищу, еще не знакомому с этим нехитрым секретом, написать тайно от вас на бумажке и затем сложить следующие 4 числа:

год своего рождения
год поступления на завод (в школу и т. п.)
возраст
число лет работы на заводе (учебы в школе и т. п.)

Хотя ни одного из четырех чисел вы не знаете, вам ничего не стоит отгадать их сумму: для этого нужно удвоить год выполнения фокуса. Если вы проделываете фокус в 1935 году, то сумма должна составлять 3870.

При повторении фокуса секрет легко может обнаружиться. Чтобы затруднить разоблачение, вводите между четырьмя слагаемыми несколько дополнительных, вам известных: если будете умело действовать, сумма каждый раз получится иная, и разгадать секрет будет труднее.

3. Фокус с телефонной книгой

Этот не менее эффектный фокус выполняется так.

Предложите вашему товарищу написать любое число из трех неодинаковых цифр. Допустим, он написал 648. Велите ему переставить в выбранном числе цифры в обратном порядке и из большего числа вычесть меньшее[1]. Он напишет так:

$$\begin{array}{r} 846 \\ -\ 648 \\ \hline 198 \end{array}$$

В полученной разности попросите тоже переставить цифры в обратном порядке и оба числа сложить. Товарищ ваш напишет:

$$\begin{array}{r} 198 \\ +\ 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

Все эти выкладки он проделывает тайно от вас, так что полученный итог, по его мнению, не может быть вам известен.

Тогда вы подаете товарищу телефонную книгу и велите ему раскрыть ее на странице, обозначенной первыми тремя цифрами окончательного итога. Товарищ открывает 108-ю страницу и ждет дальнейших предписаний. Вы просите на этой странице отсчитать столько фамилий абонентов сверху (или снизу), сколько обозначено последней цифрой итогового числа (то есть числа 1089). Он находит 9-го абонента, — а вы называете фамилию этого человека и номер его телефона!

Ваша осведомленность, естественно, изумляет товарища: ведь он выбрал первое пришедшее на ум число, — а вы правильно указали фамилию абонента и номер его телефона.

В чем секрет фокуса?

4. Отгадать задуманный город

Фокус этот, казалось бы, никакого отношения к математике не имеет; между тем, основа его — чисто арифметическая.

---

[1] Если разность получается из двух цифр (99), то ее пишут с нулем впереди (099).

Вы предлагаете товарищу задумать любой город из следующего списка:

Алма Ата	Краснодар	Самарканд
Архангельск	Ленинград	Саратов
Астрахань	Луганск	Свердловск
Ашхабад	Магнитогорск	Севастополь
Брянск	Махач-Кала	Семипалатинск
Владивосток	Минск	Смоленск
Воронеж	Москва	Сорока
Гомель	Мурманск	Сталинабад
Горький	Новосибирск	Сталинград
Грозный	Одесса	Сталинск
Днепропетровск	Оренбург	Сызрань
Златоуст	Пермь	Ташкент
Иваново	Петрозаводск	Тирасполь
Игарка	Повенец	Тифлис
Иркутск	Полтава	Томск
Казань	Псков	Тула
Калинин	Ростов	Ульяновск
Калуга	Рыбинск	Уфа
Киев	Рязань	Харьков
Кострома	Симферополь	Челябинск
		Чита
		Якутск
		Ярославль

Допустим, что задумана *Полтава*. Вы беретесь отгадать этот город, если задумавший просмотрит следующие 6 списков, написанных на карточках, и отберет себе те из них, в которых имеется задуманный город[1].

В данном случае (задумана *Полтава*) будут отобраны таблицы, обозначенные числами I, II, XXXII. Тогда, взяв в руки оставшиеся списки и бросив беглый взгляд на основной список, вы объявляете, что задумана *Полтава*.

Укажите секрет этого фокуса.

[1] Почему таблички обозначены числами I, II, IV, VIII и т. д., а не пронумерованы порядковыми числами, станет понятно из дальнейшего (см. решение).

I

Алма Ата[1]	Петрозаводск
Астрахань	Полтава
Брянск	Ростов
Воронеж	Рязань
Горький	Самарканд
Днепропетровск	Свердловск
Иваново	Семипалатинск
Иркутск	Сорока
Калинин	Сталинград
Киев	Сызрань
Краснодар	Тирасполь
Луганск	Томск
Махач-Кала	Ульяновск
Москва	Харьков
Новосибирск	Чита
Оренбург	Ярославль

II

Архангельск	Повенец
Астрахань	Полтава
Владивосток	Рыбинск
Воронеж	Рязань
Грозный	Саратов
Днепропетровск	Свердловск
Игарка	Смоленск
Иркутск	Сорока
Калуга	Сталинск
Киев	Сызрань
Ленинград	Тифлис
Луганск	Томск
Москва	Уфа
Одесса	Харьков
Оренбург	Якутск
Ярославль	

[1] Названия городов даны в редакции Я. П.; в наши дни некоторые из них были переименованы или сменили написание: Алма Ата — Алма-Ата, Ленинград —

IV

Ашхабад	Псков
Брянск	Ростов
Владивосток	Рыбинск
Воронеж	Рязань
Златоуст	Севастополь
Иваново	Семипалатинск
Игарка	Смоленск
Иркутск	Сорока
Кострома	Ташкент
Краснодар	Тирасполь
Ленинград	Тифлис
Луганск	Томск
Мурманск	Челябинск
Новосибирск	Чита
Одесса	Якутск
Оренбург	Ярославль

VIII

Гомель	Симферополь
Горький	Самарканд
Грозный	Саратов
Днепропетровск	Свердловск
Златоуст	Севастополь
Иваново	Семипалатинск
Игарка	Смоленск
Иркутск	Сорока
Магнитогорск	Тула
Махач-Кала	Ульяновск
Минск	Уфа
Москва	Харьков
Мурманск	Челябинск
Новосибирск	Чита
Одесса	Якутск
Оренбург	Ярославль

Санкт-Петербург (с 1991 г.), Свердловск — Екатеринбург (с 1991 г.), Махач-Кала — Махачкала, Семипалатинск — Семей (с 2007 г.), Сорока — часть Беломорска (с 1938 г.), Сталинабад — Душанбе (с 1961 г.), Горький — Нижний Новгород (с 1990 г.), XVI

Казань	Сталинабад
Калинин	Сталинград
Калуга	Сталинск
Киев	Сызрань
Кострома	Ташкент
Краснодар	Тирасполь
Ленинград	Тифлис
Луганск	Томск
Магнитогорск	Тула
Махач-Кала	Ульяновск
Минск	Уфа
Москва	Харьков
Мурманск	Челябинск
Новосибирск	Чита
Одесса	Якутск
Оренбург	Ярославль

XXXII

Пермь	Сталинабад
Петрозаводск	Сталинград
Повенец	Сталинск
Полтава	Сызрань
Псков	Ташкент
Ростов	Тирасполь
Рыбинск	Тифлис
Рязань	Томск
Симферополь	Тула
Самарканд	Ульяновск
Саратов	Уфа
Свердловск	Харьков
Севастополь	Челябинск
Семипалатинск	Чита
Смоленск	Якутск
Сорока	Ярославль

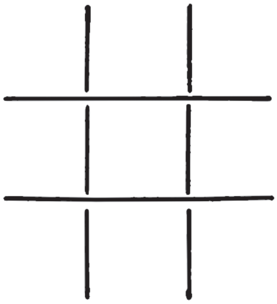
Сталинград — Волгоград (с 1961 г.), Сталинск — Новокузнецк (с 1961 г.), Днепропетровск — Днепр (с 2016 г.), Тифлис — Тбилиси (с 1936 г.), Калинин — Тверь (с 1990 г.) *(примеч. ред.)*.

5. Необыкновенная память

Написав на листке бумаги длинный ряд цифр — штук 20–25, — вы заявляете, что можете безошибочно повторить весь ряд, цифру за цифрой. И действительно, выполняете это блестяще, — несмотря на то, что в последовательности цифр не заметно никакой закономерности.

Как вы можете это проделывать?

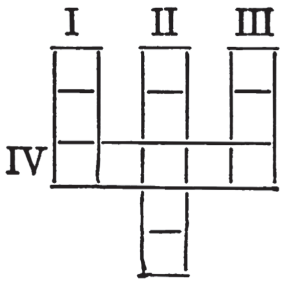
6. Арифметическая игра



Эта игра напоминает общеизвестную игру в нули и единицы[1], но несколько сложнее ее. Играют по очереди двое. Первый игрок ставит какую-нибудь цифру (от 1 до 9) в одну из девяти клеток изображенной здесь решетки. Второй игрок ставит по желанию любую другую цифру, выбирая клетку для нее таким образом, чтобы первый игрок очередным ходом не мог закончить ряда (поперечного или диагонального) из трех клеток, сумма цифр в которых составила бы 15.

Игра кончается, когда одному из играющих удастся очередным ходом завершить ряд с суммою 15 или же заполнить последнюю клетку решетки. Этот игрок и считается выигравшим.

Разберитесь в игре и выясните, нет ли здесь способа вести ее беспроигрышно?



7. Трезубец

В клетках изображенного здесь трезубца нужно расставить числа от 1 до 13 так, чтобы сумма цифр в каждом из трех вертикальных рядов (I, II, III) и в одном горизонтальном (IV) была одинакова.

Попробуйте это сделать.

8. Зачеркнуть 9 цифр

Следующая колонка из пяти строк заключает 15 нечетных цифр:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \\ 7 & 7 & 7 \\ 9 & 9 & 9 \end{matrix}$$

Задача состоит в том, чтобы зачеркнуть 9 цифр, выбрав их с особым расчетом: складывая столбцы оставшихся шести цифр, вы должны получить в сумме 1111.

[1] Т. е. крестики-нолики (*примеч. ред.*).

9. Составить равенство

Восьмая задача в сущности является «тестом», то есть испытанием на сообразительность.

А вот и настоящий тест из тех, которыми пользуются в психотехнике[1]. Даны 4 числа: 2, 6, 10, 13 и три математических знака + – =.

Требуется соединить данные числа этими знаками так, чтобы составилось верное равенство. Порядок чисел можно изменять.

10. Десять шашек

В фигуре рис. 169 можно насчитать семь рядов клеток (ряды учитываются как поперечные, так и косые), которые содержат четное число шашек: 2 или 4.

Надо добавить еще три шашки с таким расчетом, чтобы рядов с четным числом шашек было 16.

Как это сделать?

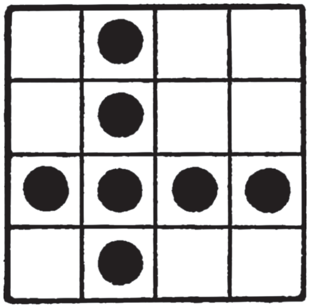


Рис. 169

11. Давайте отгадывать!

Я берусь отгадать число, которое у вас в уме. Для этого мне ничего не придется у вас спрашивать, но зато вы должны внимательно выполнять все, что я вам скажу. Успех отгадывания зависит не только от моей внимательности, но также и от вашей.

Начнем.

Первый опыт

Задумайте любое число меньше десяти (кроме нуля). Умножьте его на 5. Полученное удвойте. Прибавьте 4. Зачеркните первую цифру. К оставшемуся прибавьте 11.

У вас теперь 15!

Верно?

Второй опыт

Задумайте опять любое однозначное число (кроме нуля). Утройте его. Полученное вновь утройте. К полученному прибавьте задуманное число. К сумме прибавьте 8. Зачеркните первую цифру. От оставшегося отнимите 5. Прибавьте к полученному 14.

У вас теперь 17!

Правильно?

---

[1] *Психотехника* — популярная в 1910–1930-х гг. отрасль психологии, призванная решать вопросы организации труда (*примеч. ред.*).

Третий опыт

Задумайте на этот раз число из любого числа цифр (только не нуль). Прибавьте к нему 1. Полученное утройте. К сейчас полученному прибавьте снова 1. К сумме прибавьте число, которое вы задумали. Отнимите от полученного 4. То, что осталось, разделите на 4. Прибавьте к частному 6. Отнимите задуманное число. То, что осталось, удвойте.

У вас теперь 12!

Так?

В чем разгадка фокусов?

12. Пятью двойками

В вашем распоряжении пять двоек и любые знаки математических действий. Вы должны с помощью только этого цифрового материала, используя его полностью и применяя знаки математических действий, выразить следующие числа: число 7, число 15, число 11, число 12 321.

13. Наибольшее число

Какое самое большее число можете вы написать четырьмя единицами?

14. Наименьшее число

Назовите самое маленькое число, которое без остатка делится на 7, а при делении на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6 дает в остатке 1.

ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫЕ ДЕЛЕЖИ

15. Сотня орехов

Сотню орехов надо разделить между 26 людьми так, чтобы никому не досталось четное число орехов. Можете ли вы это сделать?

16. Семь яблок

Двадцать человек желают разделить между собой поровну 7 яблок, но так, чтобы ни одного яблока не пришлось разрезать более чем на 4 части. Исполнимо ли это?

17. Пятьдесят копеек

Двое варили на обед кашу. Один всыпал в котелок 200 граммов крупы, другой 300 граммов. Когда каша была сварена и оба готовились приступить к обеду, присоединился к ним третий едок. После обеда гость, покидая своих товарищей по обеду, оставил им за угощение 50 копеек.

Как должны они поделить между собою эти деньги?

18. Три четверти человека

Вот странная задача, в которой приходится иметь дело с... дробною долей человека!

Одного бригадира спросили, сколько человек в его бригаде.

— Немного, — ответил он. — Три четверти нас, да еще три четверти человека, вот и всего у нас людей.

Можно ли установить по этому затейливому ответу, какова численность бригады?

19. Московские дома

В Москве, как мы узнаем из одной речи Л. М. Кагановича[1], 51 тысяча жилых зданий. Найдется ли среди них два таких дома, в которых было бы совершенно одинаковое число обитателей?

20. Дайте правильный ответ

Когда 2 × 2 = 100? Когда 2 × 2 = 11? Когда 2 × 3 = 11? Когда 3 × 3 = 14? Когда 10 — число нечетное?

Такие вопросы (которые почерпнуты из «Диалектики природы» Энгельса) вовсе не нелепы. На каждый из них можно дать определенный, вполне обоснованный ответ.

21. Литература и арифметика

Приближаясь к концу наших занятий арифметикой, совершим числовую экскурсию в область художественной литературы. Ответьте на вопрос:

Заглавия каких литературных произведений начинаются следующими числами (а в некоторых случаях ими и исчерпываются):

¼	4	10	30	1000	100 000
⁹⁄₁₀	5	12	41	1001	1 000 000
1	6	13	42	1002	150 000 000
1½	7	15	45	1919	500 000 000
2	8	20	93	20 000	
3	9	26	100	75 000	

Не знаете ли вы еще подобных заглавий?

22. Тяжеловесная задача

Закончим арифметические упражнения поучительной экскурсией в область физиологии, наглядно показывающей, какую мы совершаем заметную работу, когда обдумываем трудную задачу.

---

[1] *Каганович Лазарь Моисеевич* (1893–1991) — советский государственный и партийный деятель, в 1935 г. возглавивший работы по реконструкции Москвы (*примеч. ред.*).

Известный итальянский физиолог проф. Моссо[1] придумал для этого следующий опыт. Испытуемый человек ложится на платформу, которая может поворачиваться вокруг горизонтальной оси, наподобие коромысла весов. Платформа регулируется так, чтобы она была в строго горизонтальном положении.

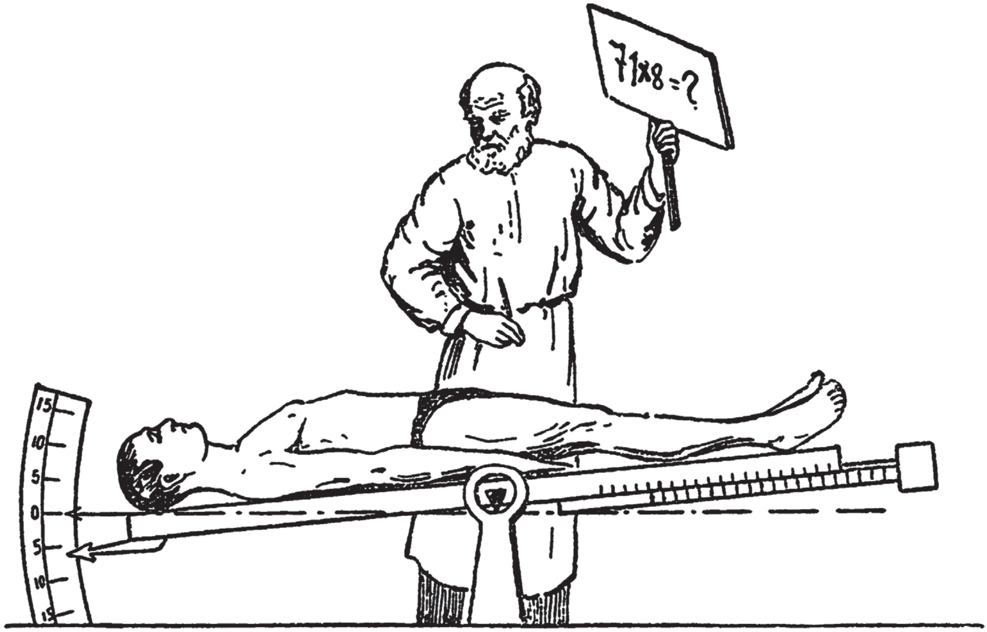


Рис. 170

Этим подготовка к опыту исчерпывается. Самый опыт состоит в том, что испытуемому предлагают арифметическую задачу, например — выполнить в уме умножение 71 × 8. Когда человек начинает размышлять над этой задачей, головной конец платформы перевешивает и наклоняется. Откуда берется добавочный вес? — Умственный труд сопровождается приливом крови к мозгу: несколько граммов крови отливает от ног и переходит в сосуды головы — оттого прибор и отмечает отяжеление головы.

Как видите, стилистически неправильное выражение «тяжелая» задача (вместо «трудная») не лишено известного смысла.

[1] *Моссо Анджело* (1846–1910) — профессор фармакологии и физиологии, автор научных трудов, посвященных кровообращению в человеческом мозге, изучению страха, усталости и т. п. (*примеч. ред.*).

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Фокус с телефонной книгой (3) [1]

Секрет фокуса просто в том, что окончательный итог выкладок вашего товарища известен был вам заранее: над каким бы трехзначным числом ни проделывать перечисленные операции — результат получается всегда один и тот же: 1089. Легко убедиться в этом испытанием. Заглянуть же заранее в телефонную книгу и запомнить, какой абонент значится в девятой строке (сверху или снизу) 108-й страницы — дело нехитрое.

Отгадать задуманный город (4)

Едва ли кто-нибудь сообразит, на чем основано отгадывание и, главное, как составлены списки городов. Дело в том, что хотя в этих списках нет никаких чисел, кроме номеров самых таблиц, они на самом деле представляют собою все же как бы числовые таблицы: каждый город отвечает тому порядковому числу, какое он занимает в основном списке городов. Полтава находится в этом списке на 35-м месте[2] и потому вы отгадываете в сущности число 35, задуманное загадчиком. Чтобы найти это число, вам нужно только сложить номера отобранных таблиц: I + II + XXXII = 35. Сумму же номеров отобранных таблиц, находящихся в руках загадчика, вы узнаете, вычтя из известной вам суммы номеров всех шести таблиц (именно — из 63) те номера, которые у вас остались.

Объясним теперь арифметическую сущность фокуса. Заменив списки городов списками их порядковых номеров, мы получим 6 таблиц чисел. Далее, всякое число можно представить как сумму степеней числа 2. В самом деле: возьмем наугад числа 35, 17, 26. Их можно рассматривать как суммы:

$$35 = 2^5 + 2^1 + 2^0 = 32 + 2 + 1$$
$$17 = 2^4 + 2^0 = 16 + 1$$
$$26 = 2^4 + 2^3 + 2^1 = 16 + 8 + 2$$

(Читателю, полагаем, известно, что всякое число в нулевой степени равно единице.)

Это прямо следует из того, что любое число может быть выражено в двоичной системе счисления[3]. Значит, каждый из 63 номеров, какой вы можете задумать, распадается на слагаемые вида 1, 2, 4, 8, 16, 32. Таблички составлены так, что одна из них заключает все номера, в состав которых при указанном сложении входит 1; другая — все те, в состав которых входит 2, третья — все, содержащие в составе слагаемых 4, четвертая — 8, пятая 16, шестая 32.

---

[1] Ответы на прочие задачи не требуются или даны в тексте вопросов (*примеч. ред.*).

[2] Для ускорения отсчета наименования городов в таблице сгруппированы по 5.

[3] Подробности о двоичной и других системах счисления см. далее, в решении задачи 20-й.

Таблички обозначены римскими числами I, II, IV, VIII, XVI, XXXII — соответственно сейчас перечисленным слагаемым. Если сложить условные числа, которыми обозначены отобранные загадчиком таблицы, получится задуманный номер, то есть определится город.

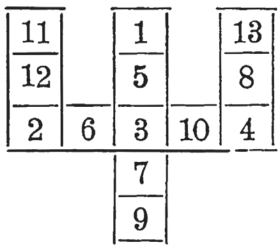
Это отгадывание можно, так сказать, механизировать. Если написать таблички городов на карточках так, чтобы карточка, отвечающая числу I, весила равно 1 грамм, карточка II — два грамма, IV — четыре грамма и т. д., то, положив отобранные карточки на весы с указателем, мы заставим указатель остановиться против номера задуманного города. Такой автоматический весовой отгадчик придуман мною для математического отдела Дома занимательной науки в Ленинграде[1].

Необыкновенная память (5)

Разгадка проста до смешного: вы пишете подряд несколько телефонных номеров ваших знакомых.

Трезубец (7)

Вот требуемое расположение чисел. Сумма чисел в каждом из четырех рядов — 25.



Зачеркнуть 9 цифр (8)

Задача допускает несколько решений. Приводим четыре образчика, заменив зачеркнутые цифры нулями:

100	111	011	101
000	030	330	303
005	000	000	000
007	070	770	707
999	900	000	000
1111	1111	1111	1111

[1] Дом (ранее — Павильон занимательной науки), созданный по инициативе Я. П., действовал с лета 1934 г. по 29 июня 1941 г. (*примеч. ред.*).

Составить равенство (9)

$$10 - 2 + 5 = 13.$$

Десять шашек (10)

Добавленные шашки обозначены на рис. 171 белыми кружками.

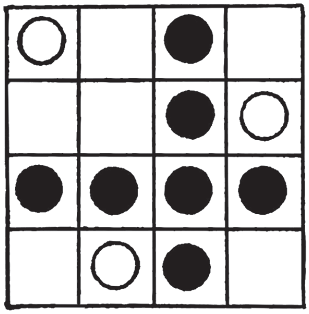


Рис. 171

Давайте отгадывать! (11)

Чтобы понять секрет отгадывания, надо проследить внимательно за теми арифметическими действиями, которые я заставлял вас выполнять.

В первом случае вы задуманную цифру сначала умножили на 5, а полученное удвоили. Короче сказать, вы умножили вашу цифру на 5 × 2, то есть на 10; это все равно что приписать к задуманной цифре нуль. Затем я просил прибавить к полученному числу 4. Так как оно оканчивалось нулем, то вторая цифра будет теперь 4. Я знаю, следовательно, что после зачеркивания первой цифры у вас осталось 4. Прибавив к этому остатку 11, вы должны получить 15 — число, которое я и называю.

Секрет второго отгадывания столь же прост. Вы дважды утроили задуманную цифру, то есть умножили ее на 3 × 3, на 9. После прибавления задуманной цифры вы получили десятикратное задуманное число. Другими словами, к задуманной цифре приписан нуль. Дальнейшее понятно без объяснений.

Третий случай сложнее двух предыдущих. Предположим, что вы задумали число a; станем выполнять с ним то, о чем я вас просил:

Задумайте любое число a. Прибавьте к нему 1, получится $a + 1$. Полученное утройте, получится $3a + 3$. К полученному прибавьте 1, получится $3a + 4$. Прибавьте задуманное число, получится $4a + 4$. Отнимите 4, получится $4a$. Оставшееся разделите на 4, получится a. Прибавьте 6, получится $a + 6$. Отнимите задуманное число a, получится 6. Оставшееся удвойте, получится 12.

Как видите, при всяком задуманном числе (кроме нуля) должно в итоге получиться 12.

Отгадывание в указанных случаях выполняется настолько безошибочно, и результат предопределен так надежно, что можно изготовить прибор, который будет автоматически отгадывать получающееся у вас число. Два таких автомата-отгадчика, оформленные в виде человеческих фигур, показываются посетителям «Павильона занимательной науки» в Ленинградском ЦПКиО.

Пятью двойками (12)

Число 7 можно написать пятью двойками восемью способами:

$$2 + 2 + 2 + 2/2 = 7 \qquad 22/2 - 2 - 2 = 7$$
$$2 \times 2 + 2 + 2/2 = 7 \qquad 22/2 - 2 \times 2 = 7$$
$$2 \times 2 \times 2 - 2/2 = 7 \qquad 22/2 - 2^2 = 7$$
$$2^2 + 2 + 2/2 = 7$$
$$2^2 \times 2 - 2/2 = 7$$

Число 15:
$$(2 + 2)^2 - 2/2 = 15 \qquad 22/2 + 2 \times 2 = 15$$
$$(2 \times 2)^2 - 2/2 = 15 \qquad 22/2 + 2^2 = 15$$
$$2^{(2+2)} - 2/2 = 15 \qquad 22/2 + 2 + 2 = 15$$

Число 11: $22/2 + 2 - 2 = 11$

Число 12 321. С первого взгляда представляется невозможным написать такое пятизначное число пятью одинаковыми числами. Однако задача выполнима. Вот решение:

$$(222/2)^2 = 111^2 = 111 \times 111 = 12\,321.$$

Наибольшее число (13)

Обычно в ответ на вопрос задачи пишут 1111. Но это далеко не самое большее. Гораздо больше — в 250 миллионов раз — такое число:

$$11^{11}.$$

Хотя оно изображено всего четырьмя единицами, оно заключает в себе — если его вычислить — более 285 миллиардов единиц!

Наименьшее число (14)

Облегчим себе разыскание этого числа следующим приемом. Отнимем от искомого числа единицу. Легко понять, что тогда оно при делении на 7 будет давать остаток 6, зато разделится без остатка на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6. Какое наименьшее число делится без остатка на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6? Наименьшее кратное этих делителей, то есть 60. Если прибавим к 60 единицу, получим число, которое при делении на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6 дает в остатке 1; но это не то число, которое мы ищем, потому что оно не делится без остатка на 7. Испытав последовательно $2 \times 60 + 1$, затем $3 \times 60 + 1$ и т. д., приходим к числу $5 \times 60 + 1$, то есть 301, которое удовлетворяет всем требованиям задачи.

Сотня орехов (15)

Многие принимаются сразу за поиски и испытание всевозможных комбинаций, — но старания их ни к чему не приводят. Между тем, достаточно немного подумать, чтобы понять бесполезность всяких поисков: задача неразрешима.

Если бы число 100 можно было разбить на 25 нечетных слагаемых, то вышло бы, что нечетное число нечетных чисел дает в сумме 100 — число четное; это, конечно, невозможно. В самом деле: у нас 12 пар нечетных чисел и еще одно нечетное число; каждая пара нечетных чисел дает в сумме число четное: от сложения 12 четных чисел должно составиться число четное; прибавив же к нему одно нечетное число, мы получим результат нечетный: число 100 никак не может составиться из таких слагаемых.

Семь яблок (16)

Сделать это вполне возможно. Каждый должен, конечно, получить $7/12$ яблока. Но

$$7/12 = 3/12 + 4/12 = 1/4 + 1/3.$$

Значит, требование будет удовлетворено, если каждому дать по $1/4$ яблока и еще по $1/3$. Для этого надо из 7 яблок 4 разделить на 3 части каждое, а остальные 3 яблока разделить каждое на 4 части. Получим 12 третьих долей и 12 четвертей. Каждому придется по 1 трети и по 1 четверти, то есть по $7/12$.

Пятьдесят копеек (17)

Дать одному 30 к., другому 20 к., соответственно 300 и 200 граммам крупы — кажется многим вполне безобидным. Однако такой дележ основан на недоразумении и вовсе не отвечает справедливым требованиям участников дележа. Надо помнить, что заплаченные 50 к. представляют собой плату не за весь обед, а только за ту третью его долю, которую съел гость. Весь обед должен быть оценен втрое дороже — в 1 р. 50 к., причем остальные двое участников обеда тоже должны внести плату за съеденную ими долю, то есть по 50 к. Им надо выдать лишь разницу между стоимостью отданной ими крупы и съеденного обеда. Один отдал 200 граммов, стоящие

$$150 \times 200/500 = 60 \text{ к.}$$

Значит, ему причитается 60 – 50 = 10 к.

Другой отдал 300 граммов стоимостью

$$150 \times 300/500 = 90 \text{ к.}$$

Ему причитается, следовательно, 90 – 50 = 40 к. Итак, из оставленных 50 к. один должен получить 10 к., другой 40 к.

Три четверти человека (18)

Нетрудно сообразить, что раз $3/4$ искомого числа плюс $3/4$ человека составляют неизвестное число, то не хватающая $1/4$ искомого числа и есть $3/4$ человека. Полное искомое число в 4 раза больше, нежели $3/4$, то есть равно

$$3/4 \times 4 = 3.$$

Бригада состоит из трех человек.

Московские дома (19)

Безусловно найдется, и даже не два, а множество домов, заселенных одинаковым числом жителей. Это вытекает из того, что число жителей самого многолюдного дома меньше числа московских домов. Если, например, наибольшее число жителей в доме 2000, то может существовать не более 2000 домов с различным числом обитателей; в 2001-м доме неизбежно должно повториться одно из чисел жителей, уже бывших в первой партии домов. В 2002-м доме мы снова найдем уже бывшее число жителей, и т. д.

Задача эта представляет видоизменение старинной задачи о «равноволосых» людях[1]: существуют ли на свете два человека с одинаковым числом волос на голове?

Легко видеть, что (помимо лысых) на свете должно существовать огромное множество групп людей с одинаковым числом волос. Ведь волос на голове не более 200 000, людей же на земном шаре 2 000 000 000[2] — в десять тысяч раз больше. Даже в Ленинграде, в Москве, в Киеве и в ряде других крупных городов должны существовать «равноволосые» люди.

Дайте правильный ответ (20)

Чтобы понять задачу, надо познакомиться с недесятичными системами счисления, и прежде всего уяснить себе сущность той десятичной системы, которою мы пользуемся на каждом шагу.

В числе, написанном по десятичной системе, на первом месте справа стоят простые единицы, на втором — десятки, на третьем — десятки десятков, то есть сотни, на четвертом — десятки сотен, то есть тысячи, и т. д. Поэтому, например, число 2437 означает:

2 тысячи + 4 сотни + 3 десятка + 7 единиц, или —

$$2 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 7.$$

Нуль на месте какой-нибудь цифры означает, что в данном числе вовсе нет единиц соответствующего разряда. Например, число 203 означает:

2 сотни + 3 единицы или $2 \times 100 + 3$;

десятков в этом числе нет вовсе.

Если за основание системы взять не 10, как в десятичной системе, а другое число, то получим недесятичную систему счисления. Выберем, например, для основания число 2; будем иметь *двоичную* систему счисления. В этой системе на первом справа месте пишутся простые единицы, на втором — двойки, на третьем — удвоенные двойки, то есть четверки, на четвертом — удвоенные

---

[1] См. задачу № 14 на с. 21 (*примеч. ред.*).

[2] Текст написан в 1935 г. (*примеч. ред.*).

четверки, то есть восьмерки, и т. д. Поэтому число, например, «111», если оно написано в двоичной системе, означает:

1 четверка + 1 двойка + 1 единица, или

$1 \times 4 \quad + 1 \times 2 \quad + 1$, то есть 7.

Число «1001» в двоичной системе означает:

1 восьмерка + 1 единица или 8 + 1, то есть 9.

Двоек и четверок в этом числе нет (нули на втором и третьем месте).

Вам, вероятно, теперь ясно, что в примере Фр. Энгельса число «100» в *двоичной* системе означает четыре:

1 четверка + 0 двоек + 0 единиц = 4.

Если за основание системы взято число 5, то на первом справа месте стоят простые единицы, на втором — пятерки, на третьем — 25-ки, на четвертом — 125-ки и т. д. Например, число «312», если оно написано в пятеричной системе, означает:

$$3 \times 25 + 1 \times 5 + 2 = 75 + 5 + 2 = 82.$$

Одно и то же число можно написать в разных системах счисления. Например, число 130 изобразится в различных системах так: в десятичной — 130; в троичной — 11 211; в пятеричной — 1010; в семеричной — 244.

Теперь вы легко поймете, как решить задачи Фридриха Энгельса.

Рассмотрим каждую задачу.

1. Когда $2 \times 2 = 100$?

Очевидно, тогда, когда число «100» написано по *двоичной* системе, в которой оно означает 4, то есть одну единицу третьего разряда (первый разряд — простые единицы, второй — двойки, третий — четверки, и т. д.).

2. Когда $2 \times 2 = 11$?

Тогда, когда «11» написано по *троичной* системе; это — число, заключающее одну единицу второго разряда (тройку) и одну простую единицу: $3 + 1 = 4$.

3. Когда $2 \times 3 = 11$?

Тогда, когда «11» написано по *пятеричной* системе и означает $5 + 1$, то есть 6.

4. Когда $3 \times 3 = 14$?

Тогда, когда «14» написано по *пятеричной* системе и означает $8 + 1$, то есть 9.

5. Когда 10 — нечетное число?

Когда число «10» написано в системе счисления с нечетным основанием. Если, например, взято основание 7, то 10 в такой системе означает одну единицу второго разряда, то есть в данном случае одну полную семерку; но 7 — число нечетное.

(Кто желает подробнее познакомиться с недесятичными системами счисления, тому советуем прочесть соответствующую главу из моей книги «Занимательная арифметика».)

Литература и арифметика (21)

«Четверть лошади» — Успенского.
«Девять десятых судьбы» — Каверина.
«Один в поле не воин» — Шпильгагена.
«Полтора разговора» — Григорьева.
«Два брата» — Лермонтова.
«Три сестры», «Три года» — Чехова, «Три смерти» — Л. Толстого.
«Четыре дня» — Гаршина.
«Пять недель на аэростате» — Жюля Верна.
«Шестой стрелковый» — Слонимского.
«Седьмой спутник» — Лавренева.
«Восемь племен» — Тана.
«Девять точек» — Козакова, «9 ноября» — Келлермана.
«Десять дней, которые потрясли мир» — Рида.
«Двенадцатая ночь» — Шекспира, «Двенадцать» — Блока, «Двенадцать стульев» — Ильфа и Петрова.
«Тринадцать трубок» — Эренбурга, «Тринадцатый караван» — Лоскутова.
«Пятнадцатилетний капитан» — Жюля Верна.
«Двадцать лет спустя» — Дюма.
«Двадцать шесть и одна» — Горького.
«Тридцатый год» — Панферова.
«Сорок первый» — Лавренева.
«Сорок вторая параллель» — Дос-Пассоса.
«Сорок пять» — Дюма.
«Девяносто третий год» — Гюго.
«Сто процентов» — Синклера.
«Тысяча душ» — Писемского.
«Тысяча одна ночь».
«Тысяча вторая ночь» — Эдгара По.
«1919-й год» — Дос-Пассоса.
«20 000 лье под водою» — Жюля Верна.
«75 000» — Чехова.
«Сто тысяч почему» — Ильина.
«Миллион терзаний» — Гончарова (а также и В. Катаева).
«150 000 000» — Маяковского.
«Пятьсот миллионов бегумы» — Жюля Верна.

Этот список читатели, литературно начитанные, могут значительно пополнить.

НЕМНОГО ГЕОМЕТРИИ

Существует старинная китайская игра[1], которую принято считать детской, но которою может увлечься и взрослый. Состоит она в том, что картонный (или фанерный) квадрат разрезают на 7 частей так, как показано на рис. 172. Из этих частей квадрата требуется сложить ту или иную заданную

Рис. 172

фигуру. Необходимо для каждой фигуры использовать обязательно все 7 кусочков и запрещается накладывать их хотя бы частично один на другой; кусочки должны лишь плотно прилегать друг к другу.

На первый взгляд задачи этого рода представляются очень легкими. Но это впечатление обманчиво. Мне не раз случалось видеть, как взрослые люди никак не могли из 7 частей квадрата самостоятельно составить даже тот самый квадрат, из которого эти части взяты. Попробуйте сделать это, смешав кусочки и не глядя на рис. 172; вы убедитесь, что перед вами не такая уж легкая головоломка.

1. Два квадрата

А могли ли бы вы из тех же 7 кусочков составить два одинаковых квадратика? Это вполне выполнимо; у меня имеется привезенная из Китая квадратная коробочка, в которой 7 кусочков положены в два слоя, то есть собраны в два одинаковых квадрата. Догадайтесь, как?

---

[1] См. также с. 92, главу десятую из книги «Для юных математиков. Первая сотня головоломок» (*примеч. ред.*).

2. Десять геометрических фигур

Из тех же 7 кусочков требуется составить следующие десять фигур:

Прямоугольник (рис. 173).
Параллелограмм (рис. 174).
Равнобокую трапецию (рис. 175).
Неравнобокую трапецию (рис. 176).
Пятиугольник (рис. 177).
Шестиугольник (рис. 178).
Шестиугольник с двумя прямыми углами (рис. 179).
Семиугольник (рис. 180).
Прямоугольный треугольник (рис. 181).
Косоугольный треугольник.

3. Теорема Пифагора

Одно из самых знаменитых положений геометрии — так называемую Пифагорову теорему — можно наглядно пояснить, пользуясь двумя наборами тех же семи частей. Для этого расположим наши кусочки так, как показано на рис. 182, то есть соберем их в три квадрата.

Пустой треугольник между тремя квадратами имеет прямой угол — он *прямоугольный*. Вы видите, что на всех сторонах этого треугольника построено по квадрату. Но оба меньших квадрата вместе по площади равны большому квадрату, потому что те и другие состоят из одинаковых частей. Значит, квадраты, построенные на двух меньших сторонах прямоугольного треугольника (на *катетах*), имеют вместе ту же площадь, что и квадрат, построенный на третьей, самой большой стороне этого треугольника (на *гипотенузе*). В этом и состоит теорема Пифагора.

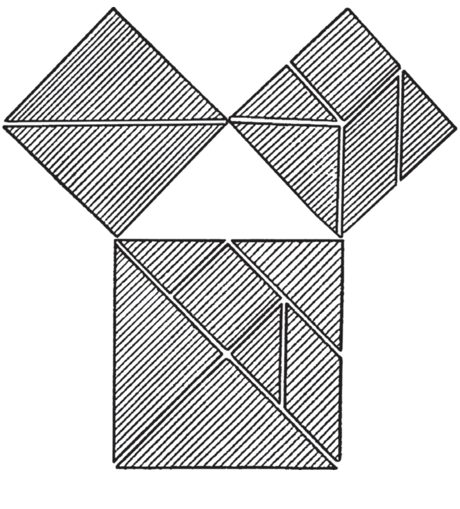


Рис. 182

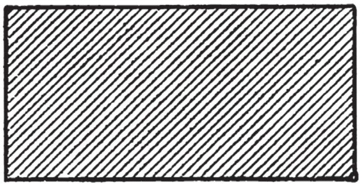


Рис. 173

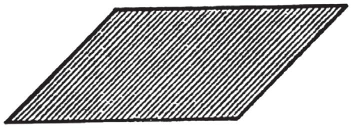


Рис. 174

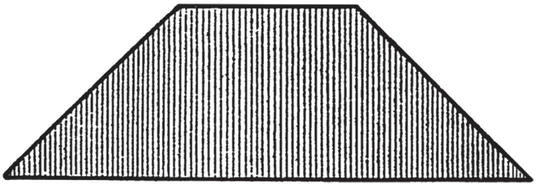


Рис. 175

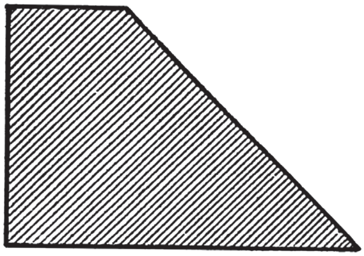


Рис. 176

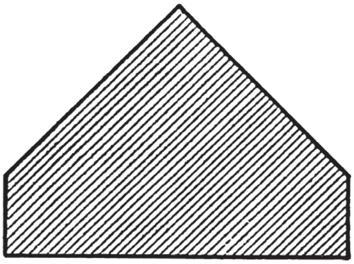


Рис. 177

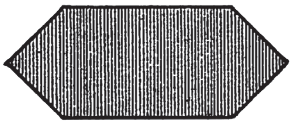


Рис. 178

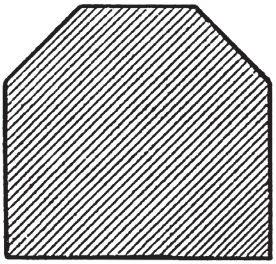


Рис. 179

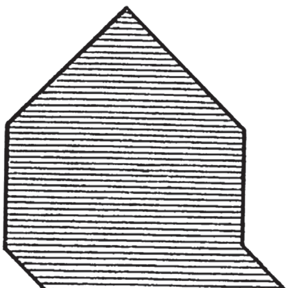


Рис. 180

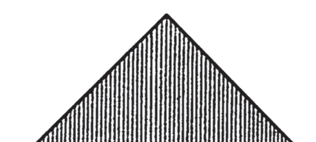


Рис. 181

Мы доказали теорему только для равнобедренного прямоугольного треугольника. В учебниках геометрии она доказывается для *всякого* прямоугольного треугольника.

4. Геометрические силуэты

Довольно увлекательное занятие — составление геометрических силуэтов; для решения подобных головоломок не требуется знания геометрии, это область свободного соображения. Попытайтесь составить силуэты, изображенные на таблицах: «Морской и воздушный флот», «Бильярд», «Поезд», «Оркестр» (рис. 183–186). Вы наткнетесь среди них на такие, которые заставят вас немало поломать голову.

Наконец, предложим две настоящие головоломки:

5. Пирамиды

На рис. 187 вы видите силуэты двух пирамид, составленные каждый из одних и тех же 7 кусочков, но отличающиеся маленькою подробностью. Составление их — нелегкая задача.

Рис. 187

6. Откуда взялась нога?

Два силуэта человеческой фигуры (см. рис. 188) сложены из одних и тех же частей. У одного силуэта есть нога, у другого нет. Во всем остальном фигуры, как видите, одинаковы.

Откуда же взялась нога у правой фигуры?

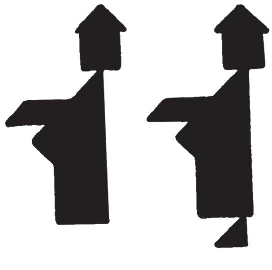


Рис. 188

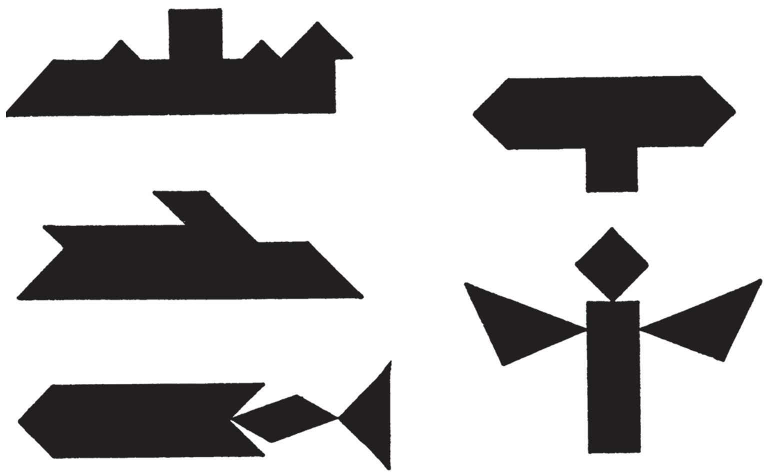


Рис. 183

Рис. 184

Рис. 185

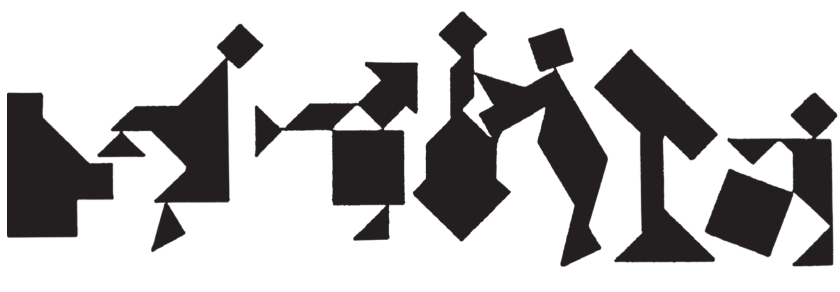


Рис. 186

7. Что тут нарисовано?

Попробуйте сказать, что изображено на рис. 189.

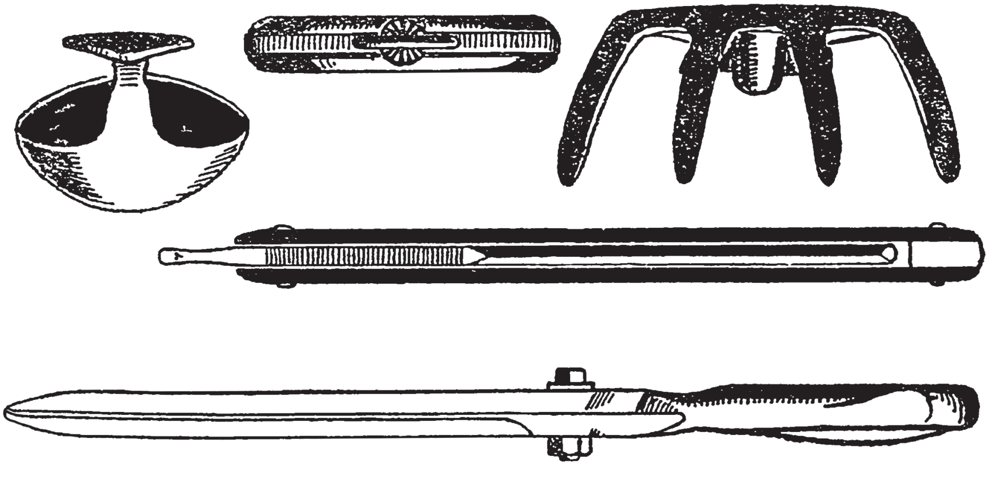


Рис. 189

Непривычный поворот придает изображениям этих предметов странный вид, затрудняющий отгадывание. Попытайтесь, однако, сообразить, что именно нарисовал художник. Все это — хорошо знакомые вам предметы обихода.

8. Одна затычка к трем отверстиям

В доске (рис. 190) прорезано шесть рядов отверстий, по три в каждом ряду. Надо из какого-нибудь материала вырезать для каждого ряда *одну* затычку, которая закрывала бы все три отверстия этого ряда.

Для ряда I это совсем не трудно: ясно, что в качестве затычки годится брусок, изображенный здесь на рис. 191:

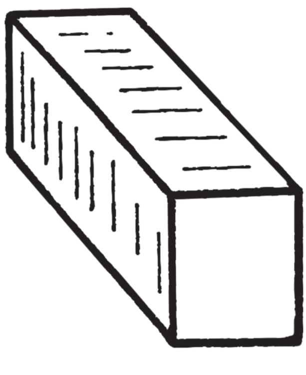


Рис. 191

Придумать форму затычки к остальным пяти рядам немного труднее; впрочем, и с этими задачами безусловно справится каждый, кому приходилось иметь дело с техническими чертежами: дело здесь идет, в сущности, об изготовлении детали по трем ее проекциям.

9. Возможно ли?

На рис. 192 изображены также три отверстия, на этот раз более разнообразные по форме: квадратное, круглое и крестообразное. Можно ли придумать для затычки такую форму, чтобы она годилась для закрывания всех трех отверстий?

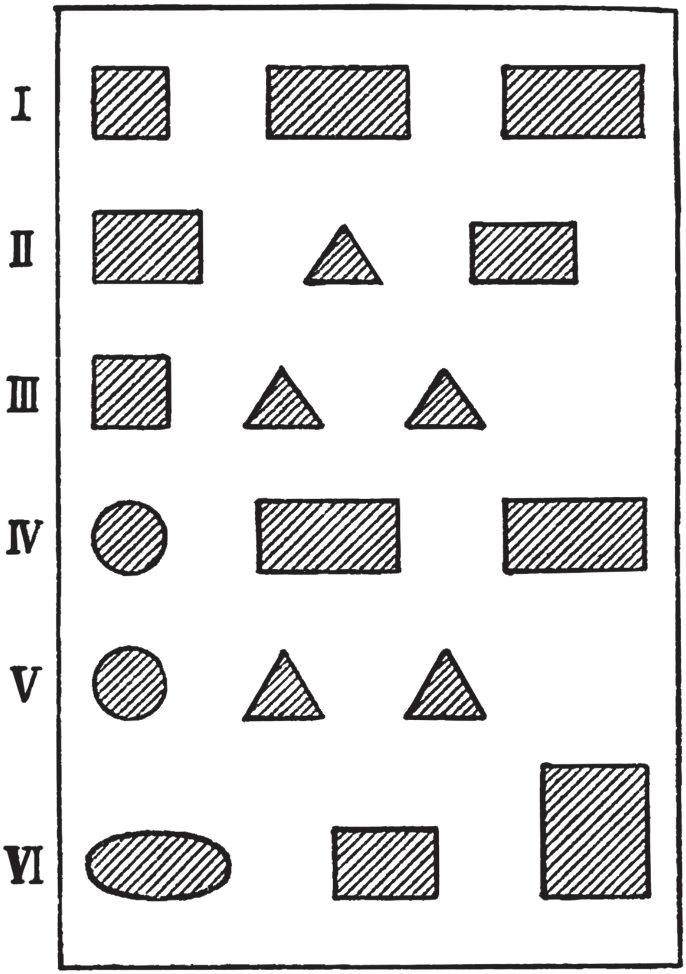


Рис. 190

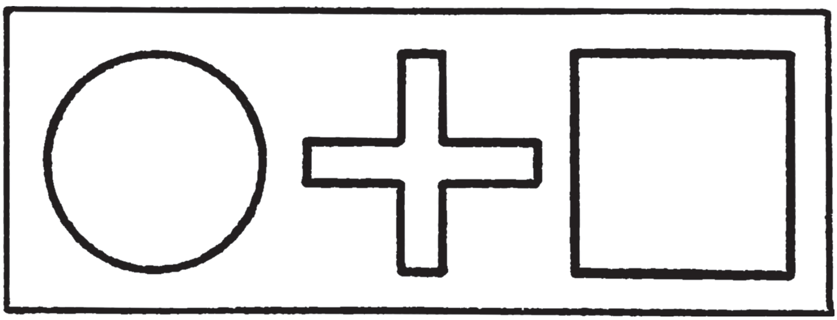


Рис. 192

10. Перед зеркалом

Должно ли зеркало достигать до пола для того, чтобы вы могли видеть себя в нем с головы до ног?

11. Из десяти спичек

Из десяти спичек составьте пять треугольников и два пятиугольника.

12. Какая площадь больше?

Составьте из спичек три фигуры, изображенные на рис. 193, и скажите: которая из них имеет наибольшую площадь?

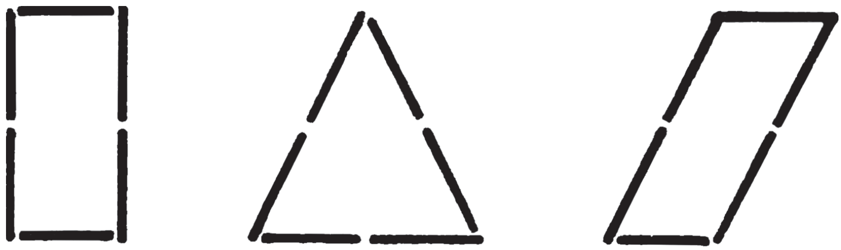


Рис. 193

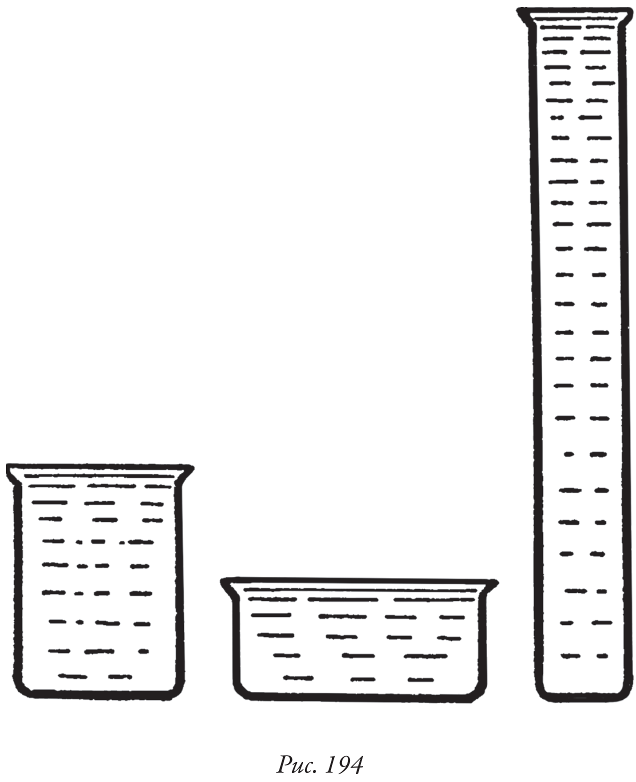


Рис. 194

13. Три сосуда

Три цилиндрических сосуда рисунка 194 — неодинаковых размеров. Средний вдвое ниже левого, зато в полтора раза шире его. Правый втрое выше левого, зато у́же его вдвое.

Который из этих сосудов самый вместительный?

14. Две кастрюли

Две медные кастрюли, одинаковые по форме, но различные по размерам, имеют стенки одной толщины.

Меньшая вмещает один литр и весит кило.

Бо́льшая вмещает восемь литров. Сколько она весит?

15. Чайник

Вы хотите купить в магазине чайник полушаровидной формы, предлагаемый продавцом; вам необходимо знать его вместимость. Как можете вы определить это, не наливая в чайник воды?

16. Четыре куба

Из одного и того же материала изготовлено четыре сплошных куба различной высоты, а именно в

6 см, 8 см, 10 см и 12 см.

Надо разместить их на весах так, чтобы чашки были в равновесии. Какие кубы или какой куб положите вы на одну чашку и какие (или какой) — на другую?

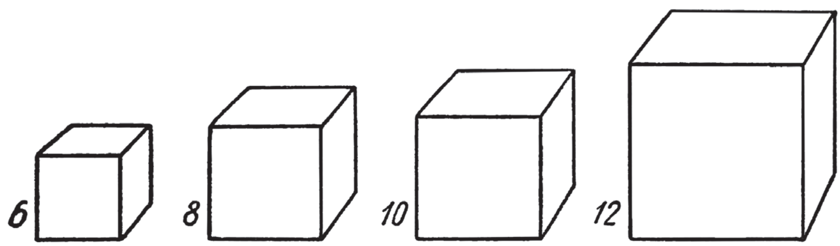


Рис. 195

17. Стальные шарики

Завод «Шарикоподшипник» им. Л. М. Кагановича в Москве изготовляет стальные шарики различных размеров: от 3 миллиметров в диаметре до 3 сантиметров (числа округлены). Если на чашку весов положить один крупный шарик (3 см), то сколько для равновесия понадобится на другую чашку положить самых мелких шариков? (Шарики сделаны из одного и того же материала.)

18. Сколько волос на голове?

Каким способом можно хотя бы приблизительно сосчитать число волос на голове человека? Исходите при этом из того, что сосчитать, сколько волос на одном квадратном сантиметре головы, не представляет большой трудности.

19. Что тяжелее?

Имеются два одинаковых кубических ящика (рис. 196). В левый положен большой железный шар, диаметром во всю высоту ящика. Правый наполнен маленькими железными шариками, уложенными так, как показано на рисунке.

Который ящик тяжелее?

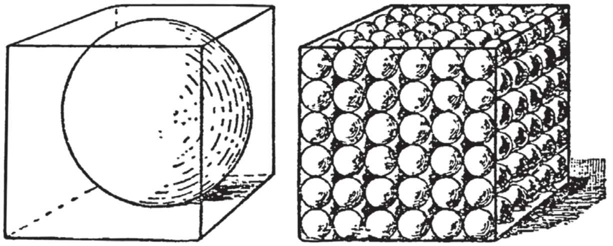


Рис. 196

20. Мраморная статуя

Сколько примерно должна весить сплошная мраморная статуя, изображающая человеческую фигуру в полтора раза выше нормального роста?

Один кубический сантиметр мрамора весит 2,7 г.

21. Задача о земном шаре

Если бы из всего вещества нашей планеты изготовить цилиндр диаметром в 1 километр, — какой примерно длины был бы этот цилиндр? Можно ли было бы его, например, протянуть между Землей и Луной? Или, быть может, его хватило бы, чтобы протянуть от Земли до Солнца?

(Задача эта — в несколько ином виде — предложена была мне физиком проф. А. В. Цингером[1].)

22. Четыре задачи о человечестве

Общая численность населения всего земного шара — два миллиарда — 2 000 000 000 — человек[2].

---

[1] *Цингер Александр Васильевич* (1870–1934) — российский физик и педагог, автор школьных учебников по физике, а также научно-популярной книги «Занимательная ботаника» (*примеч. ред.*).

[2] Напоминаем, что текст написан в 1935 году (*примеч. ред.*).

Число это так огромно, что подавляет воображение. Можно поэтому поставить несколько относящихся сюда вопросов, которые приводят к довольно неожиданным ответам.

Итак, попробуйте дать «на глаз» ответы на следующие четыре вопроса:

1. Если бы все люди земного шара, взявшись за руки, образовали цепь, то какой примерно длины была бы такая цепь? Можно ли было бы окружить ею Землю по экватору?

2. Что такое географическая миля, вероятно, всем известно: около 7½ км[1]. Сколько квадратных географических миль потребовалось бы, чтобы уместить все население земного шара, собранное сплошной толпой?

3. Сколько кубических ящиков высотою в 1 км понадобилось бы, чтобы вместить все человечество?

И, наконец:

4. Если бы все обитатели земного шара погрузились в воды Ладожского озера, как высоко поднялась бы вода у его берегов? Ладожское озеро — величайшее в Европе: его поверхность — 18 000 км^2.

[1] 7½ км (≈ 7468 м) — это *русская миля*; в наши дни *географическая миля* — это единица длины, равная протяженности 1 минуты дуги вдоль экватора Земли (≈ 1855,4 м) (*примеч. ред.*).

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Два квадрата (1)

Способ складывания двух квадратов показан на рис. 197. Оба получающиеся квадрата — одинаковой величины и могут быть наложены друг на друга в одной квадратной коробке.

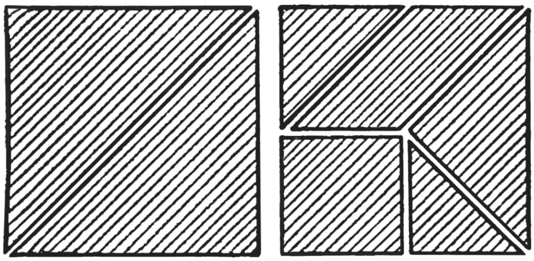


Рис. 197

Десять геометрических фигур (2)

Способы составления первых 9 из перечисленных фигур показаны на рисунках 197–205. Что касается 10-й фигуры — косоугольного треугольника, то все усилия составить его совершенно бесполезны: эта задача неразрешима. Объясним, почему. Рассмотрев углы наших 7 кусочков, видим, что они троякого рода: прямые (90°), в половину прямого (45°) и в 1½ прямых (135°). Значит, в нашем косоугольном треугольнике могут быть углы либо в ½ прямого, либо в 1½ прямого. Сумма же всех трех углов треугольника должна равняться двум прямым. Однако, как ни комбинировать углы в ½ прямого и в 1½ прямого, невозможно из 3 таких углов составить сумму в 2 прямых. Следовательно, всякие поиски способов составления из наших 7 кусочков косоугольного треугольника обречены на неудачу.

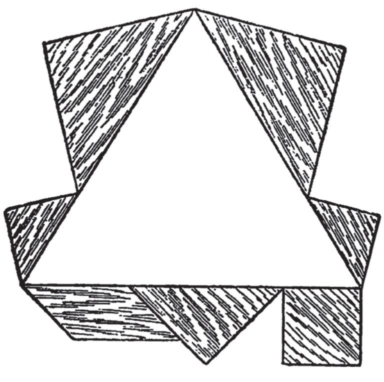


Рис. 206

Впрочем, с помощью некоторой уловки задачу о составлении косоугольного треугольника из 7 наших кусочков разрешить все же возможно. А именно — можно составить очертания «пустого» треугольника требуемой формы, как показано на рис. 206. Но, конечно, задача решается этим приемом не в том смысле, какой предполагается условием.

Воспользуемся составленными нами различными многоугольниками, чтобы проверить одно геометрическое свойство этих фигур.

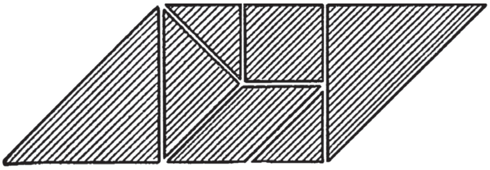


Рис. 198

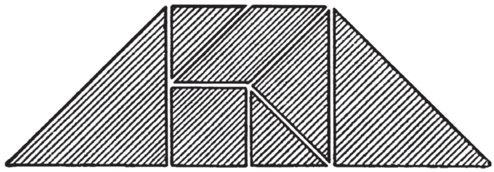


Рис. 199

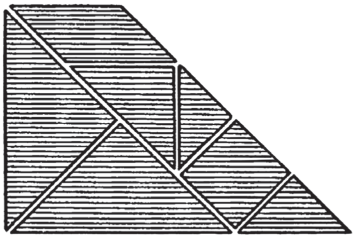


Рис. 200

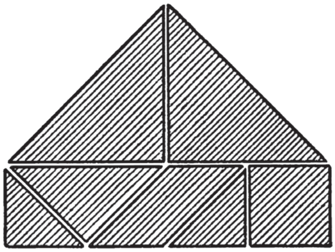


Рис. 201

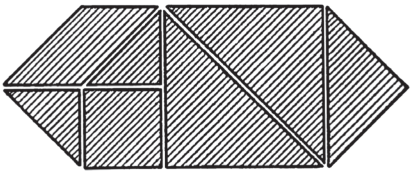


Рис. 202

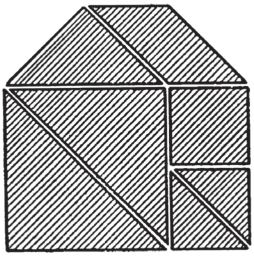


Рис. 203

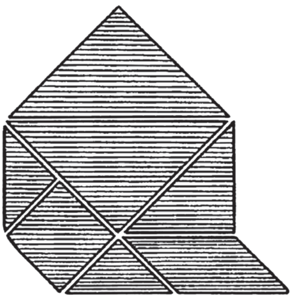


Рис. 204

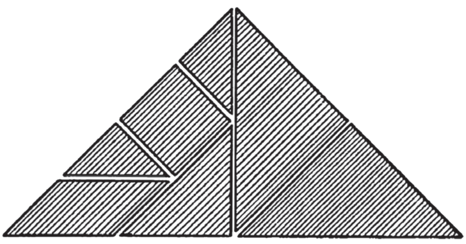


Рис. 205

В геометрии доказывается, что сумма внутренних углов всякого многоугольника равна двум прямым, умноженным на число сторон без двух. Это значит, что сумма углов

четырехугольника . . .	2 прямым × (4 – 2) =	4 прямым
пятиугольника	2 прямым × (5 – 2) =	6 »
шестиугольника	2 прямым × (6 – 2) =	8 »
семиугольника	2 прямым × (7 – 2) =	10 »

Так как внутренние углы составленных нами многоугольников нам известны, то мы легко можем подсчитать их сумму и убедиться, что геометрическое правило во всех этих случаях строго подтверждается. Особенно поучителен случай с семиугольником; на нем стоит остановиться подробнее.

Наш семиугольник — «невыпуклый»: в нем имеется один *входящий* угол. Во всех учебниках геометрии приведенная выше теорема о сумме внутренних углов многоугольника доказывается только для *выпуклого* многоугольника, то есть для такого, который не содержит входящих углов. Многие — едва ли не большинство — уверены поэтому, что к многоугольнику невыпуклому приведенное правило неприменимо. На примере нашего невыпуклого семиугольника мы можем убедиться, что уверенность в неприменимости теоремы к таким фигурам — неосновательна.

В самом деле: наш семиугольник заключает следующие внутренние углы:

прямой + 1½ прям. + 1½ прям. + 1½ прям. + 1½ прям. +

+ 2½ прям. + 1½ прям. = 10 прямым.

Конечно, это не есть строгое доказательство применимости теоремы ко всякому невыпуклому многоугольнику. Но пример показывает, что общее убеждение в обратном — ошибочно. (Геометрически строгое доказательство найдено Я. И. Перельманом и, независимо от него, проф. С. А. Богомоловым[1].)

Вопрос, которым мы сейчас занимались, практически весьма важен для землемерного дела. Обходя с угломерным инструментом участок по меже, землемер измеряет внутренние углы участка, причем нередко имеет дело с углами входящими. Прежде чем начертить измеренный таким образом многоугольник, землемер контролирует правильность своей работы тем, что проверяет сумму его углов. Но для этого он должен быть уверен, что теоретическое правило вычисления суммы внутренних углов многоугольника верно и для случая невыпуклой фигуры.

---

[1] *Богомолов Степан Александрович* (1877–1965) — русский и советский математик, специалист в области геометрии, геометрической кристаллографии и философии математики, автор нескольких книг и учебников по геометрии (*примеч. ред.*).

Геометрические силуэты (4)

Решение ясно из прилагаемых рисунков.

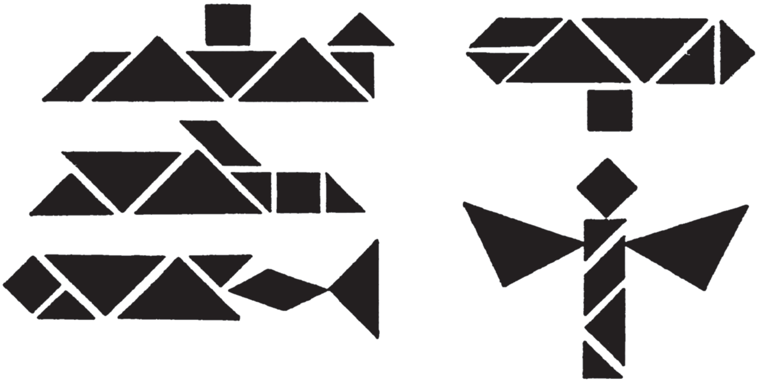


Рис. 207

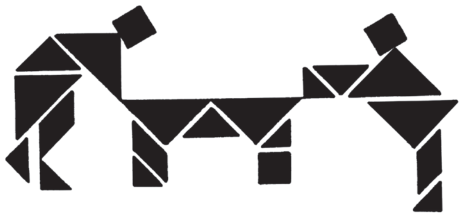


Рис. 208

Рис. 209

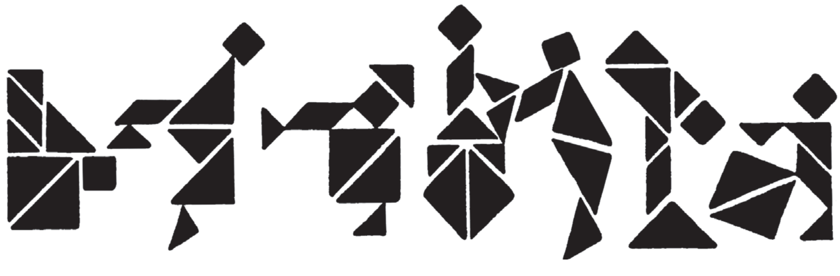


Рис. 210

Две пирамиды. Откуда взялась нога? (5, 6)

Разгадка головоломки «Две пирамиды» ясна из рис. 211.

Что касается головоломки «Откуда взялась нога?», то разгадка ее требует пояснения. На рис. 212 показано, как составлены обе фигуры.

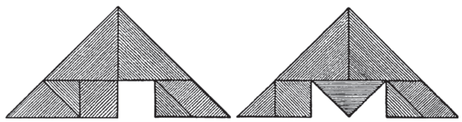


Рис. 211

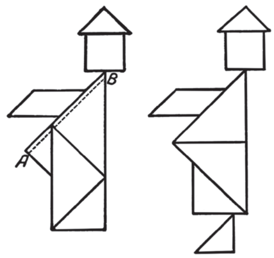


Рис. 212

Первая, безногая фигура чуть толще второй, — именно на узкую полоску, отрезаемую линией *AB*. Зато вторая фигура имеет ногу, и площадь этой «ноги» в точности равна площади упомянутой избыточной полоски.

Что тут нарисовано? (7)

Нарисованы — в необычном повороте — следующие вещи: ножницы, бритва, вилка, карманные часы, ложка. Рассматривая какой-нибудь предмет, мы, собственно говоря, видим его проекцию на плоскость, перпендикулярную к лучу зрения. В данном случае нам были показаны не те проекции, к которым мы привыкли, и этого достаточно, чтобы предмет сделался почти неузнаваемым.

Одна затычка к трем отверстиям (8)

Пригодные для требуемой цели затычки показаны на рис. 213.

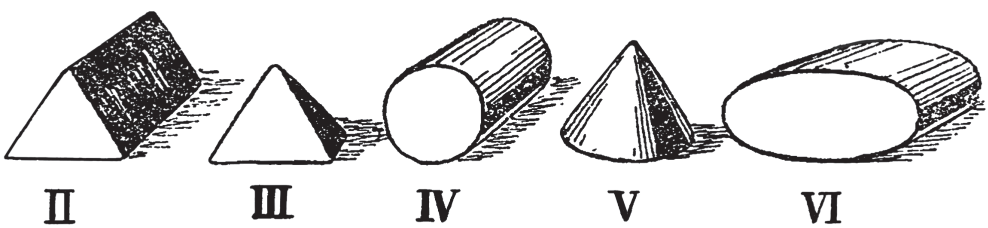


Рис. 213

Возможно ли? (9)

Задача кажется на первый взгляд неразрешимой. Однако требуемая затычка существует: вы видите ее на рис. 214.

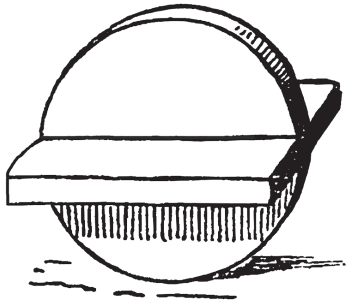


Рис. 214

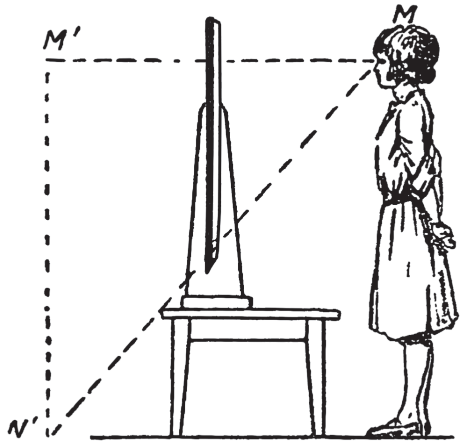


Рис. 215

Перед зеркалом (10)

Ошибочно думать, что для того, чтобы видеть себя в зеркале во весь рост, необходимо иметь зеркало до самого пола.

Нетрудно убедиться геометрическим построением, что нижняя половина зеркала вовсе не нужна: можно и без нее видеть свое отражение во весь рост.

Рассмотрим рис. 215. Фигура *M'N'* есть отражение фигуры *MN* в зеркале. Линии *MM'* и *MN'*, проведенные от глаза наблюдателя к концам отраженной фигуры, встречают зеркало в точках *a* и *b*; часть зеркала, лежащая ниже точки *b*, вовсе не нужна, чтобы отражение могло быть видимо. Отрезок *ab* проходит через середину боковой стороны *MM'* треугольника *MM'N'*, параллельно его основанию; следовательно, он равен половине *M'N'*, то есть почти половине роста человека.

Сказанное остается справедливым, как бы далеко фигура ни отстояла от зеркала (см. рис. 216).

Итак, чтобы видеть себя в зеркале во весь рост, вовсе не нужно иметь зеркало, доходящее до пола: достаточно, чтобы оно было вдвое короче нашего

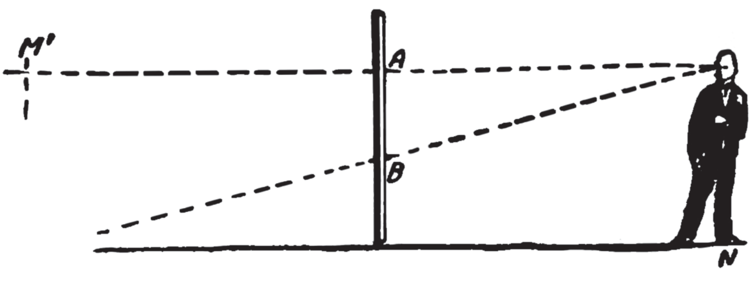


Рис. 216

роста; повесить это зеркало надо на вертикальной стене так, чтобы верхний край его был чуть выше уровня наших глаз.

Если же зеркало повешено наклонно, то, как легко убедиться геометрическим построением, оно может быть даже короче, чем половина человеческого роста, и вы все-таки увидите себя в нем с головы до ног.

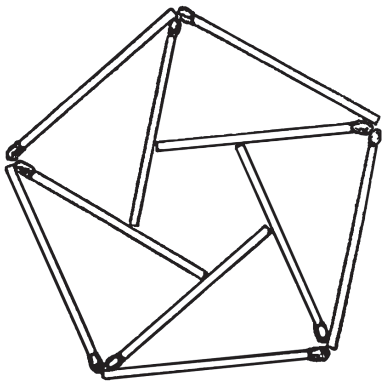


Рис. 217

Из десяти спичек (11)

Все семь требуемых задачей фигур совмещаются в одной, изображенной на рис. 217. Вы видите в ней два пятиугольника — большой наружный и меньший внутренний, а между ними располагаются 5 треугольников.

Какая площадь больше? (12)

К решению этой задачи надо подходить, припомнив кое-что из курса геометрии. Сравним сначала прямоугольную фигуру с треугольной. Площадь прямоугольника равна произведению основания на высоту; площадь треугольника — половине произведения основания на высоту. Основание нашего треугольника вдвое больше основания прямоугольника. Фигуры имели бы равные площади, если бы их высоты были одинаковы. Но высота треугольника, очевидно, меньше высоты прямоугольника (иначе вышло бы, что наклонный бок треугольника равен высоте того же треугольника). Следовательно, площадь спичечного треугольника меньше, чем площадь прямоугольника.

Теперь сравним площади треугольника и параллелограмма. Вспомним, что площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту. Примем кроме того во внимание, что высоты обеих фигур равны, а основание треугольника вдвое больше основания параллелограмма. Значит, вторая и третья фигуры имеют одинаковую площадь — меньшую, чем площадь первой фигуры.

Три сосуда (13)

Сравним сначала первые два сосуда. Крайний левый вдвое выше среднего, но площадь его дна меньше в 1½ × 1½, то есть в 2¼ раза. Следовательно, объем среднего сосуда больше объема левого.

Теперь произведем сравнение среднего и правого сосудов. Правый раз в семь выше, но площадь его дна меньше в 3 × 3, то есть в 9 раз. Значит, правый сосуд по объему меньше среднего.

Итак, самый вместительный из трех сосудов — средний; за ним следует левый, а наименее вместительный — правый.

Две кастрюли (14)

Вторая кастрюля по объему в 8 раз больше первой; следовательно, ее высота и диаметр больше в 2 раза, так как $2 \times 2 \times 2 = 8$. Но поверхности геометрически подобных тел относятся как квадраты их линейных размеров; поэтому поверхность второй кастрюли больше поверхности первой в 2×2, то есть в 4 раза. А так как толщина стенок их одинакова, то и веса их должны находиться в том же отношении. Отсюда вес второй кастрюли — 4 кг.

Чайник (15)

Задача решается просто, если под руками имеется мерная линейка или лента. Достаточно измерить диаметр дна чайника; остальное — дело несложного геометрического расчета.

Пусть, например, диаметр дна чайника 17,6 см. Требуется определить объем полушара, диаметр которого 17,6 см. Формула объема шара $\frac{1}{6}\pi D^3$. Подставив вместо π — 3,14, а вместо D — 17,6, получаем для объема полного шара

$$\frac{1}{6} \times 3{,}14 \times 17{,}6^3 \approx 2860 \text{ см}^3,$$

то есть 2,86 литра. Вместимость чайника (полушара) вдвое меньше, то есть 1,43 литра (около 5–6 стаканов).

Небольшого количества воды, находящегося в носике, можно не учитывать, тем более что оно возмещается недостатком ее под крышкой чайника.

Четыре куба (16)

На одну чашку надо положить три меньшие куба, а на другую — один наибольший. Нетрудно установить, что весы должны остаться в равновесии. Покажем для этого, что сумма объемов трех меньших кубов равна объему самого большего. Это вытекает из равенства:

$$6^3 + 8^3 + 10^3 = 12^3,$$

то есть

$$216 + 512 + 1000 = 1728.$$

Стальные шарики (17)

Объемы шаров относятся как кубы их диаметров. Так как все шарики на заводе делаются из одного материала, то маленьких шариков понадобится для равновесия $10 \times 10 \times 10 = 1000$ штук.

Сколько волос на голове? (18)

В учебниках анатомии вы найдете указание, что на одном квадратном сантиметре можно насчитать на голове европейца около 270 волос. Остается лишь узнать, как велика поверхность волосистой части головы. Здесь нам придет на помощь геометрия.

Будем рассматривать волосистую часть человеческой головы как полушар; это, конечно, неточно, — но для приблизительного подсчета мы можем сделать такое допущение. (Вычисляя объем бревна, мы принимаем его за усеченный конус, что тоже верно лишь приблизительно. Большой ошибки тут получиться не может, а мы ведь ищем лишь приближенный результат.)

Итак, примем волосистую часть нашей головы за полушар и вычислим поверхность этого полушара. Сначала определим его окружность — измерением с помощью веревочки. Она равна приблизительно 60 см. Зная длину окружности, вычислим радиус. Из формулы $2\pi R = 60$ определим:

$$R = \frac{60}{2\pi}.$$

Поверхность половины шара:

$$2\pi R^2 = 2\pi\left(\frac{60}{2\pi}\right)^2 = \frac{3600}{2\pi} = 580 \text{ (приближенно).}$$

Итак, волосистая часть головы занимает поверхность около 580 квадратных сантиметров. На одном сантиметре насчитываются 270 волос, — значит, на всей голове у нас число волос приблизительно равно: 270 × 580 = около 150 000.

Что тяжелее? (19)

Правый куб представим себе состоящим из маленьких кубиков, в каждом из которых помещается шарик. Легко видеть, что большой шар занимает такую же долю целого куба, какую составляет каждый малый шарик от малого кубика. Число всех малых шариков и кубиков нетрудно определить: 6 × 6 × 6 = 216. Двести шестнадцать шариков составляют по объему такую же долю от 216 кубиков, как и один шарик от одного кубика, — то есть такую же, как и большой шар от большего куба. Отсюда ясно, что в обоих ящиках содержится одинаковое количество металла, и следовательно, вес их должен быть один и тот же.

Мраморная статуя (20)

Средний удельный вес человеческого тела приблизительно такой же, как и воды, то есть равен 1 (известно, что вес человеческого тела мало отличается от веса равного объема воды). Значит, мраморная статуя в натуральную величину должна весить в 2,7 раза больше, чем тело человека. Принимая средний вес тела взрослого человека равным 70 кг, имеем для веса такой мраморной статуи 70 × 2,7 = 189 кг. Статуя, которая в 1½ раза выше нормального роста человека, имеет объем в 1½ × 1½ × 1½ ≈ 3,4 раза больше; следовательно, она весит 189 × 3,4 ≈ 643 кг, то есть свыше полутонны.

Задача о земном шаре (21)

Объем шара равен $\frac{1}{6}\pi D^3$ (где D — диаметр шара); объем цилиндра $\pi D_1^2 h$, где D_1 — диаметр цилиндра, h — его высота.

В нашем случае

$$\frac{1}{6}\pi D^3 = D_1^2 h$$

и, следовательно, высота цилиндра

$$h = \frac{D^3}{6D_1^2}.$$

Но D = 13 000 км (берем круглое число), D_1 = 1 км. Значит,

$$h = \frac{13\,000^3}{6} \approx 366\,000\,000\,000 \text{ км}.$$

Это не только больше расстояния от Земли до Солнца (150 млн км), но и втрое больше поперечника всей нашей солнечной системы!

Четыре задачи о человечестве (22)

Чтобы проверить оценки, данные вами «на глаз», произведите соответствующие подсчеты.

1. В цепи людей, взявшихся за руки, на одного человека приходится в среднем около метра длины (не забудем, что в число двух миллиардов человеческого населения Земли входят и новорожденные младенцы). Для общей длины цепи получаем поэтому примерно

2 000 000 000 м или 2 000 000 км.

Так как окружность земного шара равна 40 000 км, то цепь из всех людей могла бы опоясать нашу планету

2 000 000 : 40 000 = 50 раз!

2. На квадратном метре может поместиться человек 5. Толпа такой плотности из двух миллиардов человек покрыла бы площадь в

2 000 000 000 : 5 = 400 000 000 м^2 = 400 км^2.

В квадратной миле 7½ × 7½, то есть (округляя) 56 км^2. Значит, все человечество могло бы поместиться на площади всего в 400 : 56 = 7 квадратных миль (географических[1]).

3. Объем человеческого тела нетрудно оценить исходя из того, что средний его удельный вес почти равен 1, то есть дм^3 человеческого тела весит 1 кг.

[1] См. примечание на с. 215 (*примеч. ред.*).

Считая средний вес человеческого тела (при учете всех возрастов) равным 50 кг, имеем для среднего его объема 50 дм^3. Отсюда общий объем всех человеческих тел: 50 × 2 000 000 000 = 100 000 000 000 дм^3. Но в одном км^3 10 000 × 10 000 × 10 000 = 1 000 000 000 000 дм^3, то есть вдесятеро больше.

Следовательно, все человечество могло бы поместиться в десятой доле кубического ящика высотой в 1 километр. Объем грунта, вынутого на стройке первой очереди московского метро, вдвое с лишком превышает объем всего населения нашей планеты!

4. Объем воды, который был бы вытеснен телами всех обитателей земного шара, равен, как мы подсчитали, ста тысячам миллионов кубических дециметров. Чтобы узнать высоту поднятия воды, надо этот объем разделить на площадь озера, — на 18 000 км^2, или на 18 000 × 10 000 × 10 000 = = 1 800 000 000 000 дм^2.

$$100\,000\,000\,000 : 1\,800\,000\,000\,000 \approx 0{,}045 \text{ дм} \approx 4{,}5 \text{ мм}.$$

Значит, если бы все человечество потонуло в Ладожском озере, вода у его берегов поднялась бы менее чем на полсантиметра! [1]

[1] Напоминаем, что Я. П. оперирует цифрами, актуальными в 1935 г. (*примеч. ред.*).

НЕМНОГО ФИЗИКИ

1. Весы или гири?

Что важнее иметь для правильного взвешивания: верные весы или верные гири? Можно ли верными гирями правильно взвесить на неверных весах? А неверными гирями на верных весах?

2. Монеты вместо гирь

Как можно пользоваться советскими монетами взамен мелких гирь?

3. Вес паутинной нити

Тонкость паутинной нити вошла в поговорку. Толщина паутинки составляет $\frac{1}{200}$ долю миллиметра. Вещество паутинной нити весит примерно столько же, сколько и вода.

Зная все это, определите, сколько примерно должна была бы весить паутинная нить длиною от Земли до Луны. Могли бы вы такой клубок удержать в руках?

4. Модель Дворца Советов

Каков будет вес проектируемого в Москве Дворца Советов[1], пока еще точно не установлено. Предположим, что это высочайшее в мире сооружение сравняется по весу с самой тяжелой постройкой земного шара — с большой египетской пирамидой, то есть будет весить пять миллионов тонн.

Вообразите теперь, что для украшения парка хотят изготовить точную модель Дворца Советов, высотою не в 415 м (по ориентировочным, далеко не окончательным данным), а всего в 5 м, причем материал модели таков же, как и подлинного здания (железобетон).

Сколько примерно весила бы такая модель?

---

[1] Строительство Дворца Советов, будущего правительственного здания СССР, велось в 1937–1941 гг. и было заморожено в связи с началом Великой Отечественной войны, а по ее окончании вовсе отменено. Согласно проекту, высота здания должна была составить 420 м (*примеч. ред.*).

5. На платформе весов

Стоя на платформе уравновешенных десятичных весов, человек приседает. Куда в этот момент двинется платформа — вниз или вверх?

6. Груз на блоке

Я достаточно силен, чтобы поднять с пола груз в 100 кг. Для удобства я хочу тянуть его за веревку, перекинутую через неподвижный блок, который укреплен под потолком (рис. 218).

Какой величины груз смогу я тогда поднять?

7. На тонком льду

Когда приходится зимою переходить через такое место на озере или реке, где лед недостаточно толст, советуют ложиться и двигаться ползком. Правилен ли этот совет?

8. Давление бритвы

Сколько примерно атмосфер давления оказывает на волос бритва в тот момент, когда она начинает его перерезать? Одна «атмосфера» — это давление силы в 1 килограмм на площадь в 1 см^2.

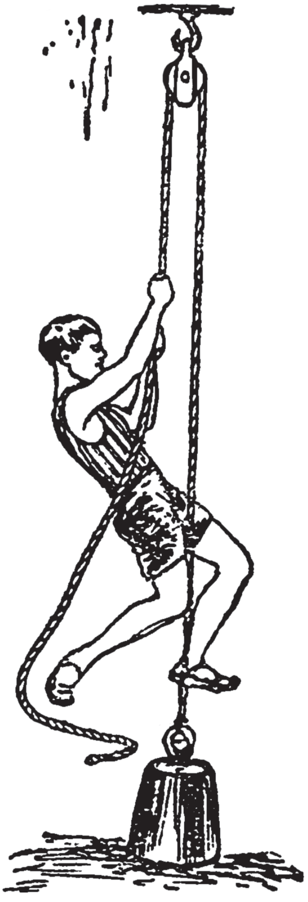


Рис. 218

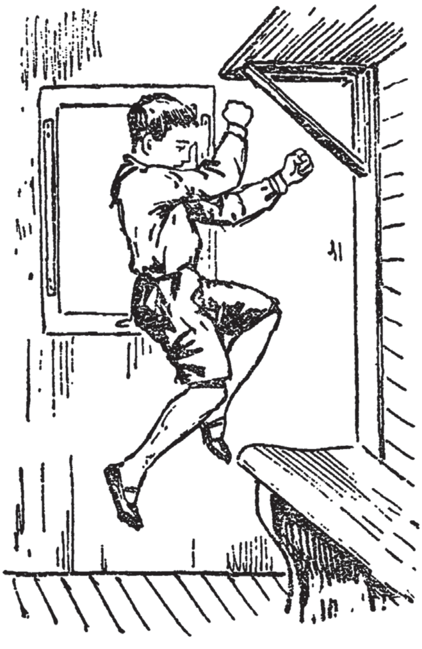


Рис. 219

9. В вагоне

Поезд идет со скоростью 36 километров в час. Находясь в вагоне этого поезда, вы подпрыгнули вверх и продержались в воздухе одну секунду. Опуститесь ли вы на то же место, откуда подпрыгнули, или нет? Если на другое место, то куда ближе — к передней или к задней стенке вагона (рис. 219)?

10. На пароходе

Двое играют в мяч на палубе идущего парохода (рис. 220). Один стоит ближе к корме, другой — ближе к носу. Кому легче добросить мяч до партнера — первому или второму?

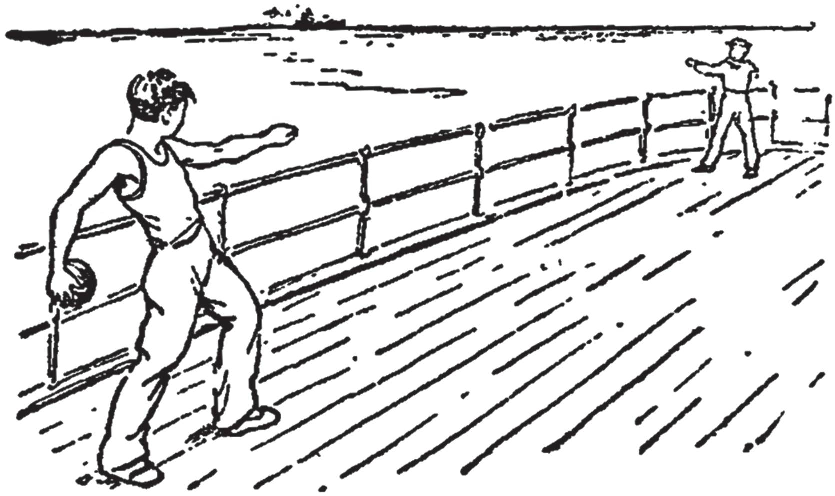


Рис. 220

11. На аэростате

Аэростат свободно и неподвижно держится в воздухе. Из гондолы его вылез человек и начал по тросу взбираться вверх.

Куда подвинется при этом аэростат: вверх или вниз?

12. Куда бросить?

Вам нужно из быстро мчащегося поезда выбросить бутылку так, чтобы опасность разбить ее при ударе о землю была наименьшая.

В какую сторону должны вы ее выбросить: вперед или назад?

13. Флаги

Аэростат уносится ветром в северном направлении. В какую сторону протягиваются при этом флаги его гондолы?

14. Новый способ путешествовать

Я получил недавно письмо, в котором корреспондент предлагает весьма дешевый способ путешествовать. Проект состоит в том, чтобы подняться вверх на воздушном шаре или самолете и продержаться так на одном месте определенное время.

«Пока шар или самолет отделен от земной поверхности, — рассуждает корреспондент, — планета наша, вертясь вокруг оси, подведет под путешественника другую местность, более западную. На широте Ленинграда можно таким способом перенестись в одну минуту на 15 километров к западу, а в час — на 900 км, почти не затрачивая горючего (на самолете)».

Годится ли этот проект?

15. Сокрушительный огурец

Другой корреспондент сообщил мне о следующем удивительном случае. Мальчику, быстро проносившемуся в автомобиле, его товарищ, стоявший на улице, бросил огурец. Овощ попал седоку в лицо и... начисто отшиб нос!

Чем объясняется такой сокрушительный удар?

16. Котел и горшок

Известно, как плачевно кончилась дружба котла с горшком, о которой рассказал Крылов:

Вот вздумалось котлу по свету прокатиться,
И друга он с собой зовет;
Горшок наш от котла никак не отстает
И вместе на одну телегу с ним садится.
Пустилися друзья по тряской мостовой,
Толкаются в телеге меж собой...

И в результате —

...цел домой котел с дороги воротился,
А от горшка одни остались черепки.

Чем объясните вы такой финал, если из механики известно, что действие всегда равно противодействию и что, следовательно, горшок получал от котла удары столь же сильные, как и те, которые котел терпел от горшка?

17. Плоты на Волге

Пароход проходит путь от Казани до Астрахани в 4 суток, а от Астрахани до Казани — в 6 суток. Во сколько суток проходят то же расстояние плоты?

18. Ходики

Что надо сделать с ходиками, когда они отстают, и что — когда они уходят?

19. Проект бравого солдата Швейка

Бравый солдат Швейк придумал следующий новый способ обстреливать неприятеля:

«— Снаряд летит так. — Швейк взял ружье в левую руку и описал правой параболу. — Вот как он летит. И вам при этом не является никакой мысли? Так ведь если бы вы, артиллеристы, положили пушку на бок, на одно колесо, то ваш снаряд полетел бы дугою слева направо и справа налево, смотря по тому, на котором колесе лежала бы пушка, и вы могли бы таким образом стрелять за угол. Вы могли бы обстреливать русских с фланга, и никто бы у них и не догадался, кто и откуда палит».

Исполним ли этот проект?

20. Две монеты

Перед вами два двугривенных, один под другим (рис. 221). Представьте себе, что верхняя монета катится по краю нижней и вновь возвратилась на прежнее место. Как вы думаете: сколько раз обернется она при этом вокруг своего центра?

Рис. 221

21. Волос и проволока

Что крепче: человеческий волос или такой же толщины алюминиевая проволока?

22. Пробка

В бутылку с водою попал кусочек пробки. Он свободно мог бы пройти через ее горлышко, но при наклонении и опрокидывании бутылки выливающаяся вода почему-то не выносит этого кусочка пробки; он покидает бутылку только с последней порцией воды.

Почему?

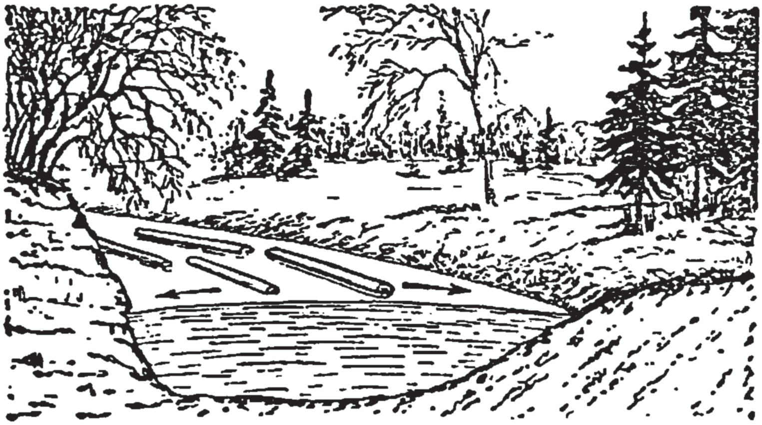


Рис. 222

23. В половодье

В весеннее половодье поверхность рек становится выпуклой — посредине выше, чем у берегов. Если по такой вздувшейся реке плывут россыпью дрова, то поленья соскальзывают к берегам, середина же реки остается свободной (рис. 222). Напротив, в межень, то есть при низком стоянии воды, поверхность реки делается вогнутой, посредине ниже, чем у берегов, и тогда плывущий лес собирается к середине реки. Чем объяснить это? Почему в половодье река становится выпуклой, а в межень вогнутой?

24. Авария на озере

Двое плыли в лодке по неглубокому озеру, причем вода приходилась в уровень с краями лодки (рис. 223). Внезапно лодка перевернулась, и оба пассажира стали на дно перевернутой лодки. Что дальше произошло, рассказ не сообщает. Приходится догадываться самим.

Как вы полагаете: осталась ли лодка близ поверхности воды или погрузилась на дно озера? Последний случай изображен на рис. 224.

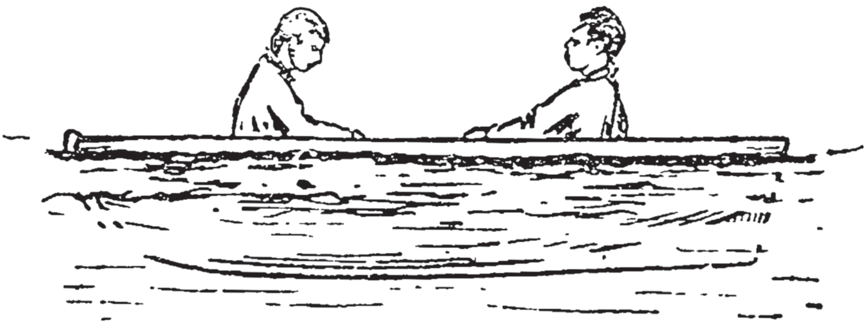


Рис. 223

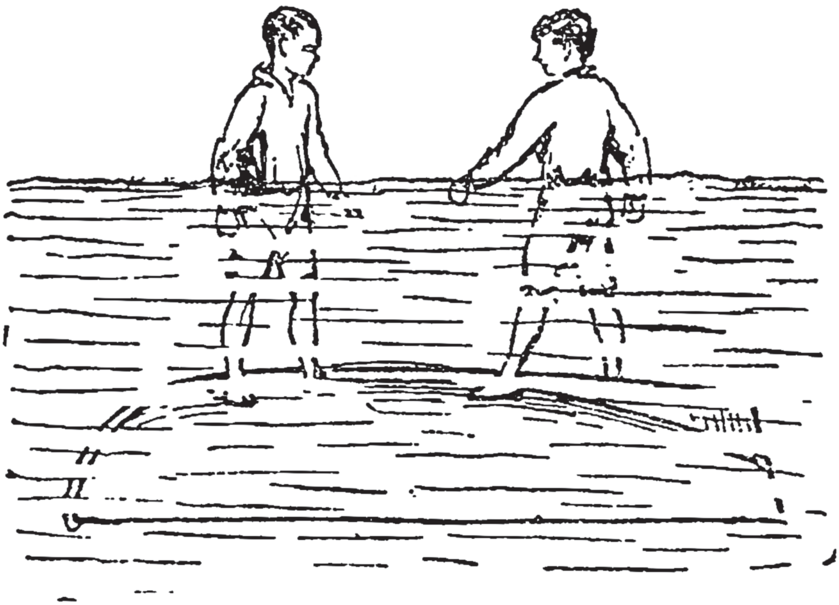


Рис. 224

25. Судьба детского воздушного шара

Выпущенные из рук детские воздушные шары куда-то улетают. Куда? Как высоко могут они улететь?

26. Как задуть свечу?

Казалось бы, простое дело — задуть свечу, но не всегда это удается. Попробуйте задуть свечу не прямо, а через воронку — и вы убедитесь, что это требует особой сноровки.

Вы держите воронку против пламени свечи и дуете в воронку, держа во рту тонкий ее конец. Пламя даже не шелохнется (рис. 225), хотя вытекающая из воронки струя воздуха должна, казалось бы, направиться прямо к свече.

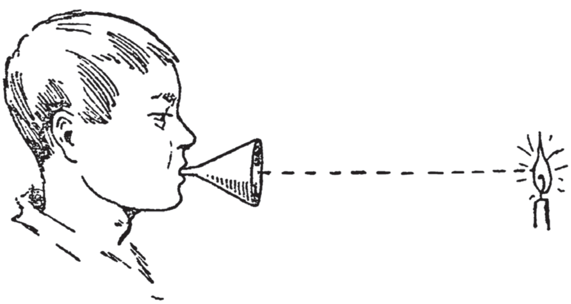


Рис. 225

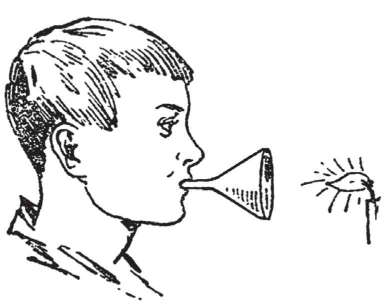


Рис. 226

Решив, что воронка помещена чересчур далеко от пламени, вы приближаете ее к свече и снова начинаете дуть. Результат получается совсем неожиданный: пламя наклоняется не от вас, а к вам, навстречу той струе воздуха, которая, по вашим расчетам, исходит из воронки (рис. 226).

Что же должны вы сделать, желая добиться цели?

27. Нагревание льдом и кипятком

Можно ли одним куском льда нагреть другой?

Можно ли одним куском льда *охладить* другой?

Можно ли одной порцией кипятка нагреть другую?

28. Охлаждение льдом

Чтобы охладить льдом бутылку лимонада, одни ставят бутылку поверх льда, другие, наоборот, помещают ее под лед. В каком случае лимонад охладится скорее?

29. Отчего вертится?

Из папиросной бумаги сделайте квадратик, перегните его из угла в угол по обеим диагоналям и подоприте в точке их пересечения острием иглы, воткнутой в пробку. Квадратик будет устойчиво держаться, потому что он, как сказал бы физик, подперт в центре тяжести.

Замечательная особенность этого крайне простого приборчика обнаружится тогда, когда вы приблизите к нему полусогнутую ладонь вашей руки: бумажный квадратик начнет медленно вращаться (рис. 227). Почему?

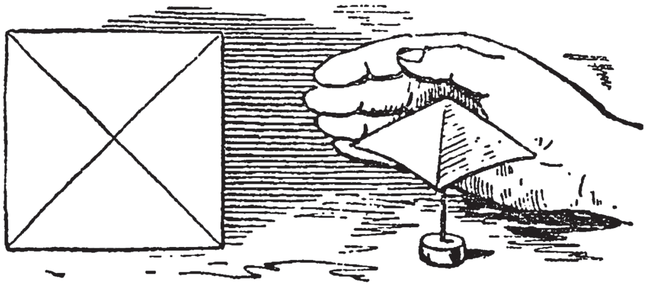


Рис. 227

30. Дырочка в крышке чайника

В крышке чайника обычно имеется дырочка, чтобы дать выход пару, — иначе, давя на воду, пар заставит ее подниматься в носике и выливаться. Можете ли вы сказать, что делается с этой дырочкой, когда крышка нагревается: увеличивается ли при этом отверстие или, напротив, уменьшается?

31. Стаканы для холодных напитков

Для холодных напитков часто изготавливают стаканы с очень толстым донышком. Ради чего это делается? И почему такие же стаканы не изготавливаются для горячих напитков?

32. Водопроводные трубы

Почему лопаются в мороз водопроводные трубы?

33. Пар и ураган

Какое давление сильнее: пара в цилиндре машины или урагана на открытом месте? Во сколько примерно раз одно больше другого?

34. Цвет водяного пара

Случалось ли вам видеть водяной пар? Можете ли вы сказать, какого он цвета?

35. Что быстрее?

Что быстрее распространяется в пустоте — свет или звук? Во сколько раз?

36. Музыкальные бутылки

Если вы обладаете музыкальным слухом, вам не трудно будет устроить из обыкновенных бутылок подобие музыкального «джазового» инструмента, на котором можно наигрывать несложные мелодии.

Рисунок показывает, что и как вам нужно сделать. К двум шестам, укрепленным горизонтально на стульях, подвешивают 16 бутылок с водой.

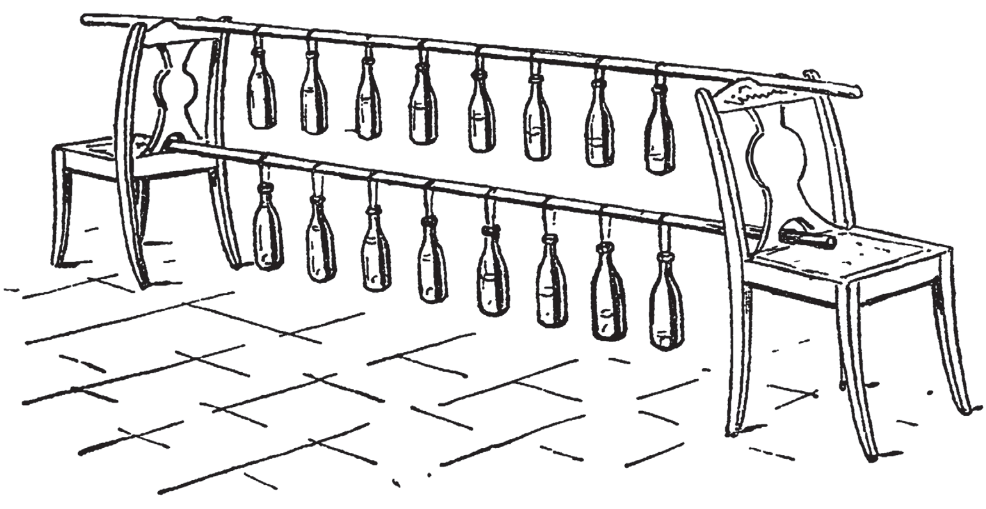


Рис. 228

В первой бутылке вода налита почти доверху; в каждой следующей — немного меньше воды, чем в предыдущей; в последней бутылке воды очень мало (рис. 228).

Ударяя по этим бутылкам сухой деревянной палочкой, вы будете извлекать из них тоны различной высоты. Чем меньше воды в бутылке, тем тон выше. Поэтому, прибавляя или отливая воду, вы сможете добиться того, чтобы тоны составили музыкальную гамму.

Располагая двумя октавами, можно исполнять на этом бутылочном инструменте кое-какие несложные мелодии.

37. Откуда видно прошлое?

Световой луч пронизывает пространство с необыкновенной быстротой: в течение одной секунды он успевает пробежать путь в 300 000 километров.

От Солнца до Земли он проносится в 8 минут. Но звезды так далеки от нас, что луч, покинувший звезду, странствует во Вселенной целые годы, десятки и даже сотни лет, прежде чем достигнет земного шара. И, наоборот, луч света, покинувший Землю, употребляет многие годы, прежде чем дойдет до отдаленных звезд. Если бы на планетах, кружащихся около звезд, жили люди, то что увидели бы они, когда до их вооруженных сильнейшими телескопами глаз дошел бы такой запоздалый световой вестник? Они увидали бы то, что произошло на Земле десятки и сотни лет назад. Они увидели бы наше прошлое!..

Поясним примером. Открытие Америки Колумбом произошло в 1492 году, то есть свыше 400 лет назад. Откуда можно было бы теперь видеть это событие? Со звезды, удаленной на такое расстояние, что луч света, покинувший

Рис. 229

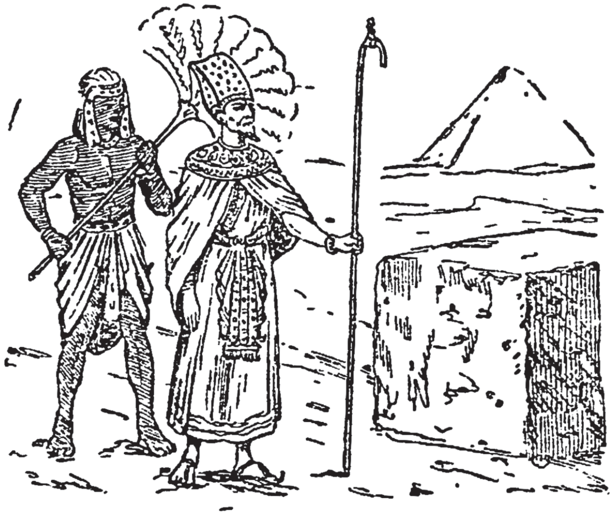


Рис. 230

Землю во времена Колумба, достигает этой звезды только в наши дни, употребив на путешествие свыше 400 лет. Такие удаленные звезды существуют во Вселенной. Имеются даже еще более далекие. Например, самая яркая звезда созвездия Лебедя (которое всегда видно на ночном небе, распростертое в форме креста) находится так далеко от нас, что на прохождение этого расстояния свет употребляет 600 лет! Если бы оттуда можно было взглянуть на Землю, видно было бы то, что происходило на земном шаре в XIV веке.

Рис. 231

Забравшись еще дальше в глубины Вселенной, можно было бы видеть гораздо более древние события, — например, египетских фараонов или даже первобытного человека, охотящегося на диких зверей...

38. Кто раньше?

Как вы думаете: кто раньше слышит голос певца — посетитель ли концерта, сидящий в зале в 20 метрах от сцены, или же радиолюбитель, который тот же концерт слушает с помощью телефонных наушников на расстоянии 200 километров от концертного зала?

39. Электрическая лампочка

В моей комнате висела 25-свечная лампочка в полуметре над столом. Желая сэкономить расходы на освещение, я заменил ее 16-свечной. Но чтобы лучше осветить стол, я удлинил шнур на 10 см.

Достаточна ли такая прибавка длины шнура, чтобы стол был освещен не хуже прежнего?

40. В бинокль

Вы стоите на взморье и следите в бинокль за лодкой, которая приближается прямо к берегу. Бинокль увеличивает в 3 раза. Во сколько раз увеличится для вас скорость приближения лодки?

41. Видеть сквозь ладонь

Возьмите в левую руку трубку, свернутую из бумаги, держите эту трубку против левого глаза и смотрите через нее на какой-нибудь далекий предмет. В то же время держите ладонь вашей правой руки против правого глаза так, чтобы она почти касалась трубки. Обе руки должны быть от глаза сантиметрах в 15–20. И тогда вы убедитесь, что правый глаз ваш отлично видит сквозь ладонь, словно в ладони вырезано круглое отверстие! (Рис. 232.)

В чем причина явления?

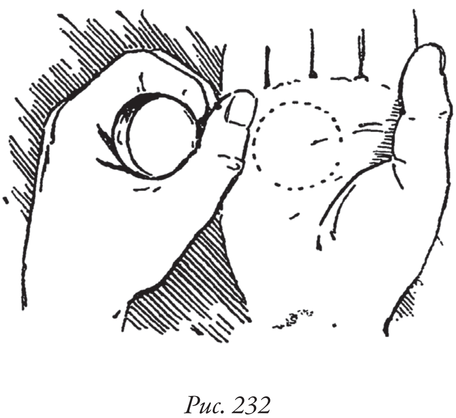


Рис. 232

42. Лучшее место в кино

Кто часто бывает в кино, тот заметил, вероятно, что иной раз картины кажутся вовсе не плоскими, а глубокими (стереоскопичными); фигуры людей отделяются от окружающей обстановки и рисуются настолько выпуклыми, что порою забываешь о полотне и видишь словно живых артистов.

Такая выпуклость картин зависит не от особенности ленты, а от выбора места в зале кинотеатра. Каждый фотографический снимок перестает быть плоским, когда смотришь на него с надлежащего расстояния. Расстояние это выбирается так: оно должно быть меньше расстояния фотоаппарата от натуры во столько же раз, во сколько раз изображение на снимке меньше натуры. Для кинокартины, показываемой на экране, применимо то же правило; но здесь изображение не меньше натуры, а напротив — больше ее. Поэтому и отойти от экрана надо дальше, чем аппарат кинооператора находился от снимаемых предметов.

Как же разыскать на практике самое выгодное для зрителя место в кинотеатре? Для этого надо выбрать место, во-первых, против середины экрана; во-вторых, на таком расстоянии от него, которое раза в два с половиной, в три больше ширины экрана. Если вы сядете чересчур близко или чересчур далеко, глаз ваш не будет в фокусе, и картина покажется вам плоской, безжизненной.

43. Цвета радуги

Видя радугу, сколько различаете вы в ней цветов?

44. Живой портрет

Помните загадочную особенность портрета, описанного Гоголем в повести «Портрет»?

«Необыкновеннее всего были глаза: казалось, в них употребил всю силу кисти и все тщание свое художник. Они просто глядели, глядели даже из самого портрета, как будто разрушая его гармонию своею странною живостью. Когда поднес он (Чертков) портрет к дверям — еще сильнее глядели глаза. Почти то же впечатление произвели они и в народе. Женщина, остановившаяся позади его, воскликнула: „Глядит, глядит!“ и попятилась назад».

В других местах повести читаем о том же портрете:

«В этом ныне бывшем перед ним портрете было что-то странное...

Это были живые, это были человеческие глаза! Казалось, как будто они были вырезаны из живого человека и вставлены сюда».

«...Глаза еще страшнее, еще значительнее вперились в него и, казалось, не хотели ни на что другое глядеть, как только на него».

Что скажете вы об этом свойстве портрета? Преувеличение ли здесь, столь присущее Гоголю (вспомним хотя бы утверждение, будто «редкая птица долетит до середины Днепра»), или же писателем подмечена подлинная особенность некоторых портретов? И если так, то чем объясняется эта особенность?

45. Компас

Существует ли на земном шаре такое место, где северный конец стрелки компаса показывает на юг?

46. Магнит и железо

Что притягивается сильнее: железо магнитом или магнит железом?

47. Магнитный замо́к

Раздобыв сильный магнит, вы можете устроить для выдвижного ящика своего стола замок, которого не открыть никаким ключом. У этого замка не будет даже наружного отверстия, куда можно было бы вставить ключ. Но вы, действуя магнитом, сможете открыть этот секретный замок.

Собственно говоря, самый замок вовсе не магнитный; магнитен только ключ. Устраивается замок так. В верхней доске стола против стенки выдвижного ящика высверливают небольшое углубление такой ширины, чтобы в него свободно входил карандаш. Другое углубление высверливают против первого в стенке выдвижного ящика. В углубление кладут короткий железный стерженек толщиной с карандаш. Стерженек должен быть по длине таков, чтобы он из нижнего углубления выступал, а в верхнем помещался целиком.

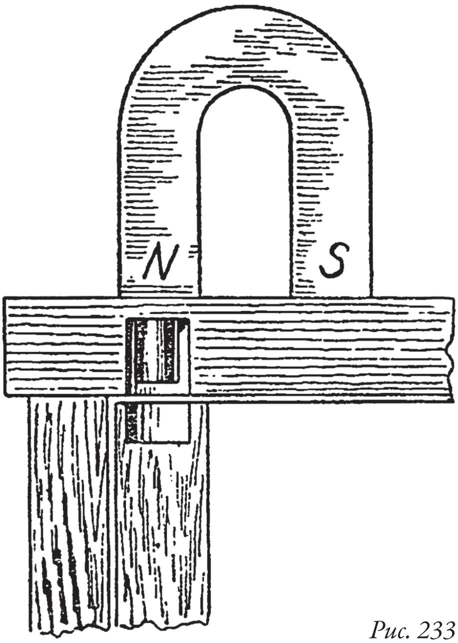


Рис. 233

Чтобы запереть ящик стола этим замком, надо приставить сильный магнит к столу снаружи против сделанного углубления и положить железный стерженек в это углубление: он не выпадает оттуда, потому что будет подтягиваться магнитом (магнитная сила свободно проникает сквозь дерево).

Задвиньте теперь ящик и уберите магнит: стерженек упадет в нижнее углубление, и выступающая часть его не будет позволять выдвинуть ящик. Не зная секрета, никто не догадается, как открыть этот оригинальный замок, не имеющий снаружи даже отверстия. Но вы во всякое время сможете открыть его, приставив магнит к доске стола и тем подтянув железный стерженек кверху.

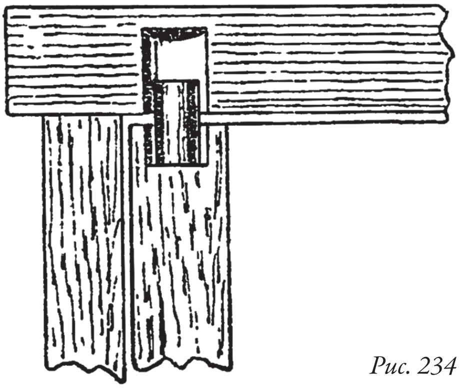


Рис. 234

Рис. 234 показывает разрез замка в закрытом виде, рис. 233 — в открытом.

Успех работы зависит от силы магнита и от того, достаточно ли тонка верхняя доска стола. Если магнит потерян, придется, чтобы открыть замок, перевернуть стол.

48. Газетное электричество

Для опытов с электричеством, получаемым при трении, особенно хороша зимняя обстановка. В сухом морозном воздухе, подогретом печкой, в хорошо натопленной комнате опыты эти удаются превосходно, — лучше, чем при всяких иных условиях. Приборов же для подобных опытов (по крайней мере для тех, которые сейчас будут описаны) не требуется никаких; можно обойтись предметами житейского обихода.

Не многие знают, что весьма просто добыть электричество из обыкновенного листа газеты. Возьмите газету, распластайте на изразцах натопленной печи и проведите по бумаге несколько раз платяной щеткой. Этого достаточно, чтобы газета наэлектризовалась: она словно прилипнет к печи и долго не будет соскальзывать, хотя вы больше ее не придерживаете. То, что вы видите, есть электрическое (физик сказал бы: «электростатическое») притяжение.

Вы можете и иным путем удостовериться, что газета наэлектризована. Отделите ее от печки и, держа на весу одной рукой, приблизьте расставленные пальцы другой руки, не прикасаясь к бумаге. Если пальцы ваши сухи, из них с треском вылетят длинные искры. Искры эти совершенно безобидны; вы не почувствуете укола. Чтобы ясно видеть искры, надо проделывать опыт в темноте.

Опыты с «газетным электричеством» — далеко не новинка. Однако многие, даже среди специалистов-физиков, о них не знают. Помню, с каким удивлением выслушал меня профессор О. Д. Хвольсон[1], — учитель всех учителей физики, — когда я рассказал ему об этих опытах. (Кто желает проделать целую серию занимательных опытов с «газетным электричеством», пусть прочтет последнюю главу моей книжки «Физика на каждом шагу»

---

[1] *Хвольсон Орест Данилович* (1852–1934) — российский и советский физик, педагог, изобретатель, автор пятитомного «Курса физики», а также научных работ по магнетизму, теплопроводности, диффузии света и др. Именно О. Д. Хвольсон вдохновил Я. П. на его многолетнюю писательскую деятельность: в 1913 г., ознакомившись с книгой «Занимательная физика», он написал Я. П. в письме: «Лесоводов-ученых у нас предостаточно, а вот людей, которые умели бы так писать о физике, как пишете Вы, нет вовсе. Мой Вам настоятельнейший совет: продолжайте, обязательно продолжайте писать подобные книги и впредь» (*примеч. ред.*).

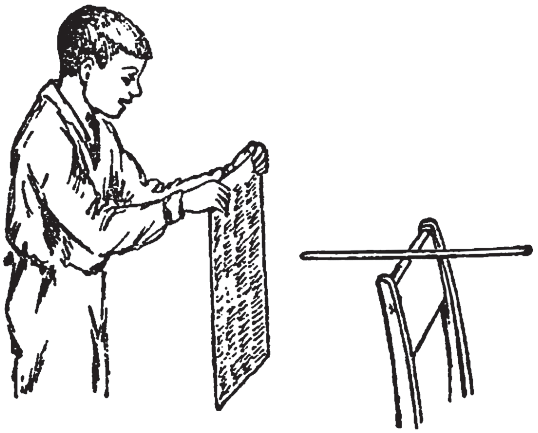


Рис. 235

или изданную прежде брошюру «Газетный лист».)

Опишу здесь только два опыта.

Поперек спинки стула положите палку так, чтобы она уравновесилась; можно взять половую щетку, кочергу, трость — что угодно. Затем снимите с печки натертую газету и, держа ее за верхние углы, приблизьте к одному концу палки сантиметров на 30. Палка под действием электрического притяжения сама повернется к газете! Обходя около стула с газетой, вы заставите палку описывать круги (рис. 235).

Для второго опыта нужны три стакана и чайный поднос.

Подсушив стаканы у печи, поставьте их на стол, а на них положите поднос. Вырежьте из газеты лист бумаги размером с поднос, натрите его щеткой на печке и быстро перенесите на поднос (лучше брать бумагу не прямо руками, а за шелковые ленты).

Когда лист бумаги положен на поднос, приблизьте палец сверху к газете: из нее с треском выскочит искра и слегка кольнет вас. Этим опыт не кончается. Проворно сняв газету, приблизьте сустав согнутого пальца к краю подноса: вас щелкнет искра посильнее первой (рис. 236). Бумагу же надо держать на весу, ни к чему ею не прикасаясь.

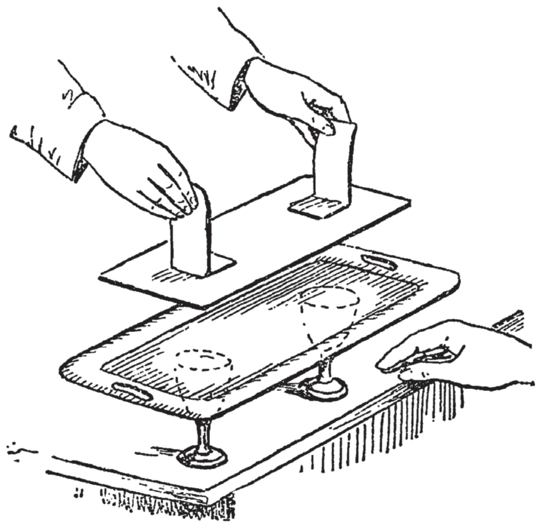


Рис. 236

Накрыв газетой поднос вторично, вы можете опять извлечь искру, а сняв снова с подноса — получить из него еще искру, и так много раз. Мне удавалось извлекать от однократно заряженного листа бумаги до 30 искр! Опыты удаются лучше, если их проделывать вдвоем: один кладет и снимает газету, другой извлекает искры.

Смысл всех опытов с «газетным электричеством» разъяснится для вас, когда вы познакомитесь систематически с отделом электричества в курсе физики. Но наблюдениями этими полезно запастись заранее.

49. **Наэлектризованный** гребень

Вам случалось, вероятно, замечать, что гребень издает легкий треск, когда им проводят по сухим волосам. Это — настоящие электрические разряды — слабые искорки, невидимые для глаза, но улавливаемые ухом.

Не всякие волосы и не всякий гребень годны для такого опыта. Хорошо удается опыт только тогда, когда волосы совершенно сухи, а гребень — эбонитовый или целлулоидный[1]. Электризуют гребень, быстро проводя им по сухим волосам. Можно также потереть его о шерстяную материю.

Как убедиться, что гребень действительно наэлектризовался? Нарежьте ножницами обрезков тонкой бумаги и приблизьте к ним натертый гребень: обрезки притянутся к нему. Это электрическое притяжение. Опыт можно обставить эффектнее: сделайте маленький бумажный кораблик, пустите его на воду в тарелке и управляйте его движениями с помощью наэлектризованного гребня.

Всего забавнее видеть, как гребень притягивает водяную струю. Для этого надо пустить из водопроводного крана тоненькую струю воды и приблизить к ней наэлектризованный гребень; тогда струя изогнется к гребню. При удаче вы можете так сильно отклонить ее, что вода польется за раковину (рис. 237).

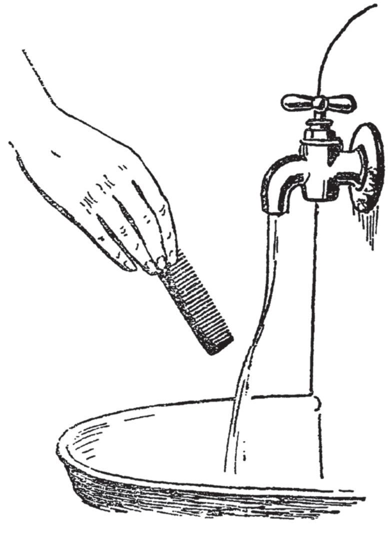


Рис. 237

50. Семь рекордов природы

Что больше всего?
Что меньше всего?
Что плотнее всего?
Что дальше всего?
Что быстрее всего?
Что горячее всего?
Что холоднее всего?

Предлагаемые вопросы — не шуточные загадки, на которых можно изощрять свое остроумие, а научные задачи, требующие серьезного обсуждения и ответа.

[1] Или пластмассовый (*примеч. ред.*).

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Весы или гири? (1)

Многие думают, что важнее иметь правильные весы, нежели правильный разновес. На деле же наоборот. Без правильных гирь не взвесить верно; если же гири правильны, то вы и на неверных весах сможете произвести верное взвешивание.

Для этого поступаете так. Кладете вещь, которую хотите взвесить, не сразу, а прежде помещаете на одну чашку какой-нибудь другой груз, потяжелее вашей вещи; на другую чашку ставите столько гирь, сколько надо для равновесия.

Когда сказанное сделано, вы кладете вашу вещь на чашку с гирями. От этого чашка, конечно, перетянет, и для равновесия придется часть стоящих на ней гирь снять. Снятые гири и покажут правильный вес вещи. Понятно почему: ведь вещь теперь тянет на чашке с такой же силой, с какою тянули перед тем гири; значит, их вес в точности одинаков.

Этот прекрасный способ верно взвешивать на неправильных весах придуман великим русским химиком Д. И. Менделеевым. Способ Менделеева годится и для пружинного безмена; нетрудно догадаться, как, имея правильный разновес, верно взвесить на неверном пружинном безмене.

Монеты вместо гирь (2)

Наши медные (бронзовые) монеты современного образца чеканятся так, что каждая из них весит столько граммов, сколько на ней обозначено копеек. Другими словами: копеечная монета весит 1 г; 2-копеечная — 2 г; 3-копеечная — 3 г; 5-копеечная — 5 г.

Зная это, можно (конечно, не в торговой практике) пользоваться монетами в качестве мелкого разновеса[1]. Нужно только избегать потертых и поврежденных монет.

Вес паутинной нити (3)

Без расчета трудно дать правильный ответ на этот вопрос. Расчет несложен. Диаметр паутинной нити = 0,0005 см; вычисляем ее сечение по правилам геометрии; площадь кружка сечения равна

$$\frac{3{,}14\times0{,}0005^2}{4} = \text{около } 0{,}000\,000\,2 \text{ см}^2.$$

[1] У современных российских монет номинал и масса друг с другом не связаны: например, масса копейки составляет 1,5 г, рублевой монеты — 3 г, двухрублевой — 5 г, пятирублевой — 6 г (с 2009 г.). Однако их также можно использовать вместо гирь, нужно только запомнить эти массы (*примеч. ред.*).

Один километр (100 000 см) такой нити занимает в объеме

$$0{,}000\,000\,02 \times 100\,000 = 0{,}02\ \text{см}^3.$$

Так как 1 кубический сантиметр вещества паутинной нити весит 1 г, то километр ее длины весит 0,02 грамма. От Земли до Луны круглым числом 400 000 километров. Следовательно, вес паутинной нити такой длины равен:

$$0{,}02\ \text{г} \times 400\,000 = 8000\ \text{г} = 8\ \text{кг}.$$

Такой груз, конечно, можно удержать в руках.

Модель Дворца Советов (4)

Ошибаются те, которые думают, что модель весила бы меньше натуры всего лишь в 415 : 5, то есть в 83 раза. Не надо упускать из виду, что модель не только в 83 раза *ниже* натуры, но во столько же раз *короче* и во столько же раз *у́же*. Вес ее меньше поэтому в 83 × 83 × 83, то есть в 571 787 раз.

Следовательно, модель должна весить 5 000 000 : 571 787 ≈ 9 тонн!

На платформе весов (5)

Платформа качнется *вверх*. Когда мы приседаем, мускулы, увлекающие наше туловище вниз, тянут ноги вверх; от этого давление тела на платформу уменьшается, и она должна податься вверх.

Груз на блоке (6)

С помощью блока можно при указанных условиях поднять меньше, чем непосредственно. Когда я тяну за веревку, перекинутую через неподвижный блок, я могу поднять груз, не превышающий веса моего тела. Так как я вешу меньше 100 кило, то поднять такой груз с помощью блока я не могу.

На тонком льду (7)

Совет правилен, и вот почему. Лежа на льду, человек опирается на гораздо бо́льшую площадь, чем стоя на ногах. Идя, человек попеременно опирается то на одну, то на другую ногу. Если вес человека 70 килограммов, или 70 000 граммов, а площадь опоры ноги — 140 см^2, то на каждый квадратный сантиметр приходится нагрузка в 70 000 : 140 = 500 г.

Теперь представьте себе, что тот же человек ложится на лед.

Площадь опоры возрастает при этом во много раз. Допустим, что она становится равной 2000 см^2. Какова тогда будет нагрузка на 1 см^2? Разделив 70 000 на 2000, получаем 35 граммов. Между тем, прежде она достигала 500 граммов. Весьма может статься, что нагрузка в 500 г на 1 см^2 проломит лед, в то время как усилие в 35 г для этого недостаточно.

Отсюда ясна целесообразность совета: по тонкому льду двигаться ползком.

Давление бритвы (8)

Лезвие бритвы имеет в толщину не более 0,0001 см; диаметр волоса — 0,01 см. Поэтому площадь, на которую распространяется давление бритвы, равна $0{,}0001 \times 0{,}01 = 0{,}000\,001$ см^2.

Если бы сила, напирающая на бритву, равнялась только 1 грамму, то давление на 1 см^2 составляло бы $1 : 0{,}000\,001 = 1\,000\,000$ г $= 1000$ кг, то есть 1000 атмосфер. Так как рука парикмахера напирает на бритву с силою в несколько раз большей, нежели 1 г, то давление бритвы на волос в момент перерезания достигает нескольких тысяч атмосфер!

В вагоне (9)

Человек опустится на пол в то самое место, с которого он подпрыгнул. Не надо думать, что, пока он витал в воздухе, пол под ним вместе с вагоном, уносясь вперед, обгонял подпрыгнувшего. Вагон, конечно, мчался вперед, но подпрыгнувший человек тоже переносился вперед по инерции, и притом с одинаковой скоростью: он все время находился как раз над тем местом, с которого подпрыгнул.

На пароходе (10)

Если пароход идет с равномерной скоростью и по прямой линии, то обоим играющим одинаково легко добросить мяч до партнера, — совершенно так же, как и на пароходе неподвижном. Не следует думать, что человек, стоящий ближе к носу, удаляется от брошенного мяча, а стоящий ближе к корме движется навстречу мячу. Мяч по инерции имеет скорость движения парохода; скорость парохода сообщается в одинаковой мере и играющим, и летящему мячу. Поэтому движение парохода (равномерное и прямолинейное) ни одному из играющих не дает преимущества перед другим.

На аэростате (11)

Аэростат должен податься *вниз*, так как, взбираясь по тросу вверх, человек отталкивает его вместе с шаром в обратную сторону. Здесь происходит то же, что и при ходьбе человека по дну лодки: лодка подвигается при этом назад.

Куда бросить? (12)

Ошибочно думать, что бутылка скорее уцелеет, если будет брошена *вперед* по движению поезда. Надо, наоборот, бросить ее *против* движения вагона. Тогда скорость, сообщаемая бутылке при бросании, уменьшает ту скорость, которою обладает бутылка вследствие инерции, и оттого удар о землю ослабляется.

Другое дело — для человека, вынужденного почему-либо покинуть вагон во время движения. Человеку следует прыгать *вперед*, — но не для того, чтобы уменьшить силу удара о землю, а для того, чтобы бегом вперед или выставлением рук уменьшить последствия удара.

Флаги (13)

Аэростат, уносимый воздушным течением, находится по отношению к окружающему воздуху в покое; поэтому флаги не станут протягиваться ветром ни в какую сторону, а будут свисать вниз, как в безветрие.

Новый способ путешествовать (14)

Проект несбыточен. Отделившись от земной поверхности, самолет (или стратостат) сохраняет по инерции окружную скорость Земли; он продолжает двигаться вместе с вращением земного шара и потому опустится в том самом месте, откуда поднялся.

По той же причине и цирковой наездник, подпрыгнув вверх с седла скачущей лошади, опускается не позади седла, а на самое седло. (Ср. также задачу 9-ю.)

Сокрушительный огурец (15)

К скорости огурца, брошенного рукой, прибавляется скорость мчащегося навстречу автомобиля. Огурец может быть брошен рукой со скоростью около 10 м/с; автомобиль мог мчаться со скоростью 30 м/с (108 км/ч). При таких условиях огурец встретит лицо седока со скоростью 10 + 30 = 40 м/с, то есть скорость брошенного огурца учетверится. Отсюда становится понятной и его сокрушающая сила.

То же самое произошло бы, если бы огурец был брошен с мчащегося автомобиля в человека, стоящего на земле.

Котел и горшок (16)

Котел и горшок, согласно закону действия и противодействия, наносили друг другу удары строго одинаковой силы. Но котел был чугунный, горшок — глиняный; поэтому одинаковые удары должны переноситься ими не с одинаковой стойкостью. Это картинно отмечено и баснописцем:

> Где горки, рытвины, ухабы —
> Котлу безделица; горшки натурой слабы:
> От каждого толчка горшку большой наклад.

Этою «слабостью натуры» и объясняется печальный финал дружбы горшка с котлом. Равенству взаимодействий нисколько не противоречит различие последствий этих действий, зависящее от неодинаковой прочности обоих тел.

Плоты на Волге (17)

В одни сутки пароход проходил вниз по Волге ¼ всего пути, а вверх по течению ⅙ того же пути. Разница $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$ пути есть *двойная* суточная скорость течения (двойная потому, что в первом случае скорость течения прибавляется к собственной скорости парохода, во втором — отнимается). Значит, течение проходит в одни сутки $\frac{1}{24}$ долю всего расстояния от Казани до Астрахани. Отсюда узнаем, что плоты, уносимые течением, прошли бы это расстояние в 24 дня.

Ходики (18)

Короткий маятник качается быстрее, нежели длинный, — в этом нетрудно убедиться, проделав опыты с маятниками различной длины. Поэтому, когда ходики отстают, надо несколько поднять чечевицу маятника, то есть укоротить его. Напротив, когда часы уходят, надо маятник удлинить, опустив его чечевицу.

Проект бравого солдата Швейка (19)

Брошенный вверх снаряд искривляет свой путь потому, что земное притяжение тянет снаряд к Земле. Поэтому никакого искривления пути в *горизонтальной* плоскости, как полагал Швейк, произойти не может. Будет наблюдаться лишь незначительное отклонение, обусловленное движением *вращающегося* снаряда в сопротивляющейся среде.

Две монеты (20)

Кто этого опыта не проделывал, тот склонен ожидать, что монета обернется по окружности другой такой же монеты только *один* раз. Легко, однако, удостовериться на опыте, что это не так: монета обернется *два* раза: один раз вследствие того, что она *катается* по окружности неподвижной монеты, и еще один раз — вследствие своего обхода вокруг этой монеты.

Волос и проволока (21)

Как ни странно, но человеческий волос прочнее (на разрыв), нежели проволока такой же толщины из ряда металлов: свинца, цинка, алюминия, платины, меди.

Сопротивление этих материалов разрывающему усилию определяется числами:

для свинца	......	2 кг на мм^2
» цинка	....	15 » » »
» алюминия	...	25 » » »
» платины	.....	30 » » »

При указанных здесь нагрузках проволока из этих материалов разрывается. Между тем человеческий волос разрывается только от силы 50 кг на мм^2. Значит, волос на разрыв прочнее, чем перечисленные материалы.

Пробка (22)

Пробка выносится из бутылки только с последней порцией воды потому, что, будучи легче воды, она всегда находится на ее поверхности.

В половодье (23)

Причина явлений в том, что посредине реки вода всегда течет быстрее, чем у берегов: трение о берега замедляет течение воды. В половодье вода прибывает с верховья, и притом прибывает вдоль середины реки быстрее, нежели близ берегов, так как скорость течения у середины больше. Понятно, что раз вдоль середины набегает больше воды, река здесь должна вздуться. Другое дело в межень, когда вода убывает: из-за более быстрого течения в середине реки вода *оттекает* оттуда в большем количестве, чем у берегов — и река становится на поверхности вогнутой.

На реке Миссисипи (Сев. Америка) вода во время половодья стоит посредине реки на целый метр выше, чем у берегов.

Авария на озере (24)

Так как лодка первоначально сидела в воде в уровень с краями, то — согласно закону Архимеда — ее вес вместе с людьми равнялся весу воды, взятой в объеме всей лодки. Между тем, погруженная на дно, лодка вытесняла бы больше воды (по весу), чем весит она сама с стоящими на ней людьми: часть веса людей теряется вследствие погружения их в воду. Поэтому лодка в нарисованном положении не может оставаться на дне, — она должна всплыть.

Судьба детского воздушного шара (25)

Воздушный шар, вырвавшись из рук, уносится не к крайним границам атмосферы, а лишь до своего «потолка», до той высоты, где вследствие большой разреженности воздуха вес шара равен весу вытесняемого им воздуха. Но он не всегда достигает потолка. Так как шар, поднимаясь, раздувается (из-за уменьшения наружного давления), то еще до достижения «потолка» он может лопнуть, распираемый изнутри.

Как задуть свечу? (26)

Нужно поместить воронку так, чтобы пламя находилось не на линии оси воронки, а на продолжении ее раструба, как показано на рисунке 238. Дуя тогда в воронку, вы без труда загасите свечу.

Объясняются эти загадочные явления тем, что воздушная струя, вытекая из узкой части воронки, не идет далее по ее оси, а растекается вдоль стенок раструба, образуя здесь своеобразный воздушный вихрь. Вдоль же оси воронки воздух разрежается, — и оттого близ середины воронки устанавливается обратное течение воздуха. Теперь понятно, почему пламя, помещенное против середины воронки, наклоняется к ней навстречу, а находясь против края, — отклоняется вперед и гаснет.

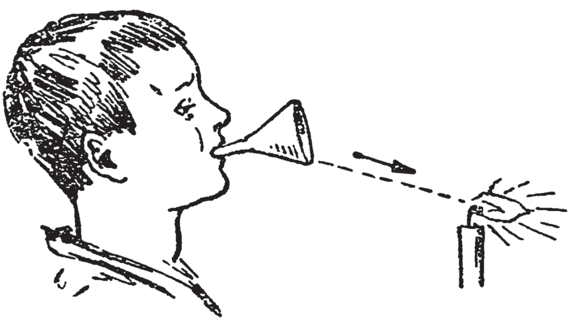


Рис. 238

Любопытно, что рассказ об этом опыте навел известного советского изобретателя в области электротехники Синицына на мысль об устройстве прославившей его электронной трубки[1] весьма сильного действия, которая сообщается отверстием с наружным воздухом, несмотря на то, что в трубке — безвоздушное пространство[2]. Писатель Третьяков рассказывает об этом так:

«Однажды ехал Синицын с женой в Малаховку. В вагоне неотступно думал о своей трубке. И вдруг как закричит:

— Нашел! Нашел!

До дому прямо добежал. Схватил грязную воронку с бидона, зажег огарок, поставил его перед раструбом воронки, дунул в воронку — и пламя, вместо того чтобы погаснуть или хоть откачнуться, потянулось в воронку.

Это в пути Синицын вспомнил читанную им у Перельмана[3] заметку «Попробуйте задуть свечу через воронку» — и т. д. (Третьяков — «Электронных дел мастер Синицын»[4]).

Так незамысловатый опыт навел на крупное изобретение, имеющее мировое значение.

Нагревание льдом и кипятком (27)

Если лед низкой температуры, например, –20°C, привести в соприкосновение со льдом более высокой температуры, например, –5°C, то первый кусок льда нагреется (станет менее холодным), а второй — охладится.

Поэтому охлаждать или нагревать лед льдом вполне возможно.

Нагреть же кипящей водою другую порцию кипящей воды (при одинаковом давлении) нельзя, так как при определенном давлении температура кипятка всегда одинакова.

---

[1] *Семен Трофимович Синицын*, сотрудник Московского электротехнического института связи, сконструировал свой прибор в 1932 г. (*примеч. ред.*).

[2] Трубка С. Т. Синицына, благодаря необычайной мощности создаваемого ею электронного потока, дала возможность обнаружить новые физические явления.

[3] Опыт описан мною в книге «Физика на каждом шагу».

[4] Эта статья С. Третьякова была опубликована в журнале «Техника — молодежи» (№ 2, 1934 г.) (*примеч. ред.*).

Охлаждение льдом (28)

Многие, не раздумывая, ставят кувшин на лед, как горшок со щами на огонь. Так охлаждать не годится. Нагревать надо, действительно, снизу, — но охлаждать, наоборот, сверху.

Попробуем разобраться, почему выгоднее охлаждать сверху, чем снизу. Холодный напиток плотнее неостуженного. Когда вы кладете лед на кувшин с квасом, верхние слои напитка (прилегающие ко льду), охладившись и сделавшись оттого тяжелее, опускаются вниз; на их место подтекают другие, еще неостуженные порции кваса, охлаждаются льдом и в свою очередь опускаются. В короткий срок весь квас в кувшине побывает в соседстве со льдом и охладится.

Другое дело, если вы ставите напиток не *под* лед, а *поверх* льда. Тогда прежде всего охлаждается самый нижний слой напитка; он делается плотнее и остается на дне, не уступая места остальным, еще теплым слоям. Никакого перемешивания жидкости в этом случае не происходит, и оттого она охлаждается очень медленно.

Не одни только напитки выгодно охлаждать сверху: мясо, рыбу, овощи надо для охлаждения тоже класть под лед, а не поверх его. Ведь они охлаждаются не столько самим льдом, сколько остуженным воздухом; холодный же воздух течет вниз, а не вверх. И если вам понадобится льдом охладить, например, воздух в комнате больного, помещайте лед не на пол, а куда-нибудь повыше, поближе к потолку.

Отчего вертится? (29)

Опыт этот известен давно, и когда-то думали, что квадратик вертит таинственная сила, исходящая из руки. На деле ничего таинственного здесь нет: воздух, нагреваемый ладонью вашей руки, вытесняется вверх и кружит легкий квадратик, — как восходящий ток воздуха от керосиновой лампы вертит бумажную змейку.

Дырочка в крышке чайника (30)

Дырочка *увеличится*. Отверстия и полости при нагревании предметов расширяются в той же мере, как и материал, их окружающий. Поэтому, между прочим, вместимость сосудов при нагревании увеличивается.

Стаканы для холодных напитков (31)

Стаканы для холодных напитков, — например, для лимонада, — делаются с толстым дном лишь ради большей устойчивости. Если же налить в них горячий чай, они лопаются от неравномерного расширения толстого дна.

Водопроводные трубы (32)

Лед легче воды; это показывает, что вода, замерзая, увеличивается в объеме. Вследствие того, что при замерзании вода, наполняющая водопроводные трубы, расширяется и напирает с большою силою на стенки труб, они получают трещины и разрывы.

Пар и ураган (33)

Самый сильный ураган, вырывающий толстые деревья и опрокидывающий тяжелые стены, давит во много раз слабее, нежели пар в цилиндре машины. Давление урагана не превышает 300 кг на м^2, то есть 0,03 кг на см^2. Это составляет 0,03 атмосферы. Между тем давление в цилиндре достигает десятков атмосфер, то есть бывает в сотни раз сильнее, чем давление урагана.

Цвет водяного пара (34)

Водяной пар, в точном смысле этого слова, совершенно прозрачен и бесцветен. Его нельзя видеть, как невозможно видеть воздух. Тот белый туман, который в житейском обиходе называют паром, есть скопление мельчайших водяных капелек; это распыленная вода, а не пар.

Что быстрее? (35)

В *пустоте* звук не распространяется вовсе, так что говорить о скорости его в пустоте не приходится. Скорость же *света* в пустоте — 300 000 километров в секунду.

Кто раньше? (38)

Раньше услышит голос певца радиолюбитель: хотя он в 10 000 раз дальше от источника звука, чем посетитель концерта, но радиоволны, бегущие со скоростью света, распространяются в 1 000 000 раз быстрее, нежели звук в воздухе.

Электрическая лампочка (39)

Первоначально лампочка была в 50 см от стола, потом оказалась в 40 см, то есть ближе в $\frac{5}{4}$ раза. От этого освещение сделалось сильнее в $\left(\frac{5}{4}\right)^2$, то есть $\frac{25}{16}$ раза. А так как сила источника света составляет $\frac{16}{25}$ прежней силы, то освещение осталось неизменным. Следовательно, прибавка длины шнура как раз достаточна для сохранения прежней степени освещения

В бинокль (40)

Чтобы разобраться в задаче, допустим, что лодка, замеченная в расстоянии 600 метров, движется к наблюдателю со скоростью пяти метров в секунду. В бинокль, увеличивающий втрое, лодка в расстоянии 600 метров кажется такой величины, словно она в 200 метрах. Через минуту она приблизится на $5 \times 60 = 300$ метров и будет в 300 метрах от наблюдателя; в бинокль ее видимые размеры будут такие же, как если бы лодка находилась в 100 метрах.

Значит, для наблюдающего в бинокль лодка прошла 200 – 100 = 100 метров, между тем как в действительности она прошла 300 метров. Отсюда ясно, что скорость приближения лодки в бинокль не только не увеличилась втрое, а напротив, втрое *уменьшилась*.

Читатель может убедиться, что тот же вывод получается и для других данных — другого первоначального расстояния, другой скорости лодки и другого промежутка времени.

Итак, скорость приближения лодки *уменьшается* в бинокль во столько раз, во сколько раз бинокль увеличивает предметы.

Видеть сквозь ладонь (41)

Причина неожиданного явления такова. Ваш левый глаз приготовился рассмотреть сквозь трубку далекий предмет, и соответственно этому его хрусталик приспособился к рассматриванию далекой вещи (глаз, как говорят, установился). Глаза устроены и работают так, что устанавливаются всегда согласно — как один, так и другой. В описанном опыте правый глаз тоже устанавливается на далекое зрение, и поэтому близкая ладонь видна ему неясно. Короче сказать, левый глаз ясно видит далекий предмет, правый — смутно видит ладонь. А в итоге вам кажется, что вы видите далекий предмет сквозь заслоняющую его ладонь вашей руки.

Цвета радуги (43)

Всеобщая уверенность в том, что мы различаем в радуге «семь цветов спектра», основана на невнимательном наблюдении. Обычно мы видим в ней только три цвета — красный, зеленый и фиолетовый; иногда удается еще различить желтый, и изредка — широкую белую полосу. Значит, в лучшем случае можно видеть в радуге только четыре спектральных цвета, да еще белый.

Живой портрет (44)

Иллюзия, описанная Гоголем, не выдумана: портреты, глаза которых словно следят за наблюдателем, безусловно существуют. Этот обман зрения не составляет особенности одних только портретов; та же иллюзия свойственна и картинам с другими сюжетами. Вероятно, читателям случалось видеть пушку, нарисованную так, что она направлена прямо на зрителя и поворачивается в его сторону, когда он отодвигается от картины вбок. Не удается уклониться и от нарисованного экипажа, который изображен едущим прямо на зрителя.

Все явления этого рода имеют общую, весьма простую причину. Пусть лицо на портрете изображено обращенным к вам с устремленными на вас глазами (то есть с зрачками посредине глаз); если вы, отойдя в сторону, вновь взглянете на него, то увидите, конечно, что положение лица по отношению к вам не изменилось. Портрет — картина плоская, и перемещение точки зрения не меняет его вида, как было бы в случае телесного[1] предмета. Отсюда вы невольно заключаете, что портрет повернул лицо в вашу сторону: ведь живое лицо, рассматриваемое сбоку, может сохранить прежний вид, только повернувшись в вашу сторону. И если портрет хорошо выполнен, эффект получается поражающий.

Как видим, в этом свойстве портретов ничего удивительного нет. Удивительнее было бы, если бы такой особенности не наблюдалось, то есть если бы, уклонившись от портрета в сторону, вы увидели бы лицо сбоку! А ведь этого-то в сущности и ожидает тот, кто считает кажущийся поворот лица на портрете чем-то сверхъестественным...

Такие портреты часто употребляются в целях рекламы, пропаганды и пр.

Компас (45)

Северный магнитный полюс Земли, к которому направляется конец стрелки компаса, не совпадает с северным географическим полюсом. Поэтому компас, помещенный между северным магнитным и северным географическим полюсами, должен показать северным концом своей стрелки не на север, а на юг.

Магнит и железо (46)

Магнит и железо притягивают друг друга с одинаковой силою (по закону действия и противодействия). Сдвигается при этом с места то тело, которое подвижнее. Поэтому, когда мы приближаем легкий кусок железа к более тяжелому магниту, нам кажется, что железо притягивается магнитом; при обратном соотношении весов мы наблюдаем, как магнит притягивается железом.

Семь рекордов природы (50)

Самое большое

Самое большое — это, строго говоря, весь мир в целом, совокупность всех звездных скоплений. Но если под словом «тело» не разуметь *собрания* тел (мы ведь не называем телом стадо коров, стаю птиц, тучу саранчи, отряд бойцов), то самое большое тело природы надо искать среди величайших звезд. Наибольшие размеры имеет гигантская звезда Антарес (в созвездии Скорпиона): ее диаметр в 330 раз больше диаметра нашего Солнца[2]. По объему звезда эта превышает Солнце в 36 000 000 раз! Если бы наше Солнце имело

[1] Т. е. объемного (*примеч. ред.*).

[2] В наши дни наибольшим космическим объектом считается красный сверхгигант VY Canis Majoris (VY Большого Пса): размер этой звезды более чем в 1540 раз превышает размер Солнца. Вполне вероятно, что во Вселенной существуют объекты и покрупнее (*примеч. ред.*).

такие размеры, то не только ближайшие планеты, — Меркурий и Венера, но даже земной шар и Марс очутились бы *вместе со своими орбитами* в огненных недрах этого исполина.

Самое маленькое

Самое маленькое тело природы не молекула, не атом, даже не электрон, а — согласно теории Бора — *протон*, то есть ядро водородного атома. Диаметр протона оценивается примерно в одну миллион-миллионную долю миллиметра[1]. Если бы все, что нас окружает на Земле, увеличилось по линейным размерам в миллион раз, то муха могла бы закрыть собою столичный город (не увеличенный), люди были бы высотой в 1700 километров, верхушка Эйфелевой башни очутилась бы неподалеку от лунной орбиты, — но протоны по прежнему были бы невидимы даже в сильнейший микроскоп. Атом водорода при таком увеличении раздулся бы до размеров не более точки шрифта этой книги. Понадобилось бы увеличение еще примерно в 100 000 раз, чтобы возможно было различить протоны невооруженным глазом. (Подобные увеличения оптических приборов совершенно неосуществимы.)

Такова наименьшая вещь, какую мы знаем сейчас в природе.

Самое плотное

Самое плотное вещество в природе — не платина, не иридий, не осмий или какой-либо другой металл земного шара, а та материя, из которой составлена звезда, называемая звездой ван Маанена (в созвездии Рыб)[2]. Тонна такого вещества могла бы поместиться внутри шарика с вишню величиной. Вещество это плотнее самого плотного земного металла в 20 000 раз, а воды — почти в 500 000!

Самое далекое

Самый удаленный из всех объектов, какие улавливаются современными астрономическими инструментами, — это одно из звездных скоплений, находящееся на расстоянии 500 000 000 световых лет. Световой луч, покинувший эти звезды, пронизал Вселенную полмиллиона тысячелетий, прежде чем достиг до астрономического инструмента обсерватории[3].

---

[1] Точные геометрические характеристики элементарных частиц не выявлены до сих пор. Установлено лишь, что размеры адронов составляют около 10^{-15} м, а размеры фундаментальных (бесструктурных) частиц — около 10^{-18} м (*примеч. ред.*).

[2] *Звезда ван Маанена* — белый карлик; во Вселенной существуют и более плотные объекты. Так, плотность нейтронных звезд составляет около 10^{17}–10^{18} кг/м^3. А теоретическую верхнюю границу представляет так называемая планковская плотность — $5{,}1 \times 10^{96}$ кг/м^3 (*примеч. ред.*).

[3] В наши дни наиболее удаленным от Земли объектом (из числа обнаруженных) значится галактика UDFj-39546284 — расстояние до нее составляет около 13,42 млрд световых лет (*примеч. ред.*).

Самое быстрое

Существуют спиральные туманности, удаляющиеся от нас со скоростью более 20 000 километров в секунду. Но не они побивают рекорд быстроты в природе. Самое быстрое — это световой луч, а также и радиоволны. То и другое распространяется в безвоздушном пространстве со скоростью 300 000 километров в секунду.

Как быстро передаются благодаря этому сигналы радио, видно из следующего газетного сообщения:

«В небольшом селении возле Рима возник пожар. Телефон и телеграф перестали действовать. Один из местных радиолюбителей стал по своему коротковолновому передатчику посылать в эфир сигналы бедствия. Радиолюбитель в Копенгагене (Дания) в это время вел двусторонний разговор с радиолюбителем в Риме. Приняв сигналы бедствия, он тут же передал их в Рим. Через 8 минут после подача первого сигнала о бедствии римская пожарная команда выехала к месту пожара».

Самое горячее

Всего жарче в недрах Солнца и звезд: температура здесь доходит до 50 миллионов градусов! Чтобы дать представление о таком чудовищном жаре, приведем замечание знаменитого астронома Джинса: булавочная головка (1 мм^3) вещества, обладающего такой температурой, испускала бы столько теплоты, что могла бы уничтожить все живое на 1500 километров в окружности[1].

Самое холодное

Самое холодное место на земном шаре находится не на «полюсе холода»[2], а в голландском городе Лейдене, в знаменитой холодильной лаборатории Лейденского университета. Здесь недавно достигнута температура, отличающаяся от абсолютного нуля (полного отсутствия теплоты) всего на одну двухсотую долю градуса.

Более холодного места не может быть и во всей Вселенной, так как термометр, помещенный в мировом пространстве, в тени какой-нибудь планеты, не показал бы абсолютного нуля: совокупное излучение всех звезд подняло бы его температуру градусов на 10 выше абсолютного нуля.

---

[1] В 2010 г. в Большом адронном коллайдере при столкновении ионов свинца была получена температура около 10 трлн К (*примеч. ред.*).

[2] «Полюсом холода», то есть местом на земном шаре, где температура опускается всего ниже, недавно еще считался пункт Восточной Сибири, неподалеку от города Верхоянска. В настоящее время полюсом холода считается область близ местечка Оймекон в Якутии. Наиболее низкая наблюдавшаяся здесь температура доходила до –69°C.

ЗАДАЧИ ИЗ ЖУРНАЛОВ РАЗНЫХ ЛЕТ

№ 8
Вышелъ 24 декабря 1909 г.

ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ ЖУРНАЛЪ НАУКИ, ИСКУССТВА и ЛИТЕРАТУРЫ.
Подписной годъ считается съ 1 ноября по 1 ноября.

1910 г.
изд. XXI годъ.

ВИѲЛЕЕМСКАЯ ЗВѢЗДА.

Очеркъ Я. НЕДЫМОВА.

„Гдѣ родившійся Царь Іудейскій? Ибо мы видѣли звѣзду Его на востокѣ и пришли поклониться Ему“!—съ этими словами, какъ повѣствуетъ евангелистъ Матѳей, --девятнадцать вѣковъ тому назадъ явились къ колыбели божественнаго Младенца нѣсколько восточныхъ странниковъ-волхвовъ. „Звѣзда, которую они видѣли на востокѣ, — говорится далѣе. — шла передъ ними; наконецъ, пришла и остановилась надъ мѣстомъ, гдѣ былъ Младенецъ“.

Что же это было за небесное знаменіе, возвѣстившее восточнымъ волхвамъ рожденіе Спасителя и приведшее ихъ въ Виѳлеемъ, къ Его колыбели? Какое астрономическое явленіе лежитъ въ основѣ этого разсказа? Была ли то, дѣйствительно, новая неподвижная звѣзда, внезапно засіявшая на небѣ? Или яркая комета, выплывшая изъ темныхъ глу-

Виѳлеемская звѣзда. Съ картины Жмурко.

Во 2 номере журнала «Природа и люди» за 1906 г. появилась новая рубрика. Короткий анонс гласил:

Задачи на премии

От редакции. По примеру иностранных журналов, мы решили ввести у себя этот отдел, стремясь дать своим подписчикам материал не только для развлечения, но и для серьезной умственной работы.

На первый раз мы предлагаем решить следующие три задачи...

Читателям-победителям каждого тура предлагались весьма солидные по тем временам призы — собрания сочинений отечественных и зарубежных авторов, фонограф, фотоаппарат, микроскоп, волшебный фонарь, прибор для гимнастических упражнений, астрономическая труба, счеты-арифмометр и даже домашний кинематограф (с лентами!).

Так началась многолетняя работа Я. И. Перельмана не только как автора научных очерков, заметок, бесед, но и постоянного ведущего отделов головоломок, игр, задач, поддерживающего живую связь с подписчиками.

1. Три игрока

Три игрока условились сыграть три партии так, чтобы проигравший партию добыл каждому из остальных двух игроков еще столько денег, сколько есть у каждого. Сыграли три партии и оказалось, что проиграли последовательно каждый, после чего у каждого стало по 24 руб. Сколько рублей было у каждого перед началом игры?

2. Разрезать квадрат

Разрезать кусок бумаги, представляющий собою квадрат, на 20 равных треугольников.

3. Расположить цифры

Расположить[1] в квадрате из 9 клеток (3 × 3) цифры от 1 до 9 так, чтобы сумма цифр каждого ряда, считая горизонтально, вертикально и по диагоналям, была одна.

[1] Надо не просто добиться результата, а найти *постоянный прием* для решения этой задачи.

4. Памятная книжка фабриканта

При проверке памятной книжки умершего фабриканта найдена следующая запись:

За продажу ... кусков сукна по 49 руб. 36 коп. каждый кусок получено ... 7 руб. 28 коп.

Эта запись оказалась залитою в некоторых местах чернилами так, что нельзя было разобрать ни числа проданных кусков, ни первых трех цифр полученной суммы. Спрашивается, можно ли по сохранившимся данным узнать число проданных кусков и всю вырученную сумму?

5. Разрезать прямоугольник

Кусок бумаги имеет форму прямоугольника, одна сторона которого равна 4, а другая 9 единицам длины. Требуется разрезать этот прямоугольник на две равные части так, чтобы, сложив их известным образом, получился квадрат.

6. Буквы в квадрате

В квадрате, состоящим из 16 клеток, расставить четыре буквы так, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и в каждой диагонали встречалась только одна буква. Как велико число решений этой задачи при одинаковых и разных буквах?

7. Три равных квадрата

Разрезать квадрат на семь таких частей, чтобы, сложив их надлежащим образом, получить три равных квадрата.

8. Задача с картами

Взято по четыре старших карты каждой масти (т. е. туз, король, дама и валет каждой масти). Требуется эти шестнадцать карт расположить в виде четырехугольника так, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и по каждой диагонали находились в каком-либо порядке туз, король, дама, валет, и притом разных мастей. Указать число решений.

9. Винный погреб

Хозяин устроил в своем погребе ящик в форме квадрата с 9 клетками. Среднюю клетку он оставил свободной — для пустых бутылок, а в остальных расположил 60 бутылок вина так, что в каждой угловой клетке их было по 6, а в остальных по 9. Таким образом, на каждой стороне квадрата было по 21 бутылке. Слуга, подметив, что хозяин проверяет число бутылок только таким образом, что наблюдает, чтобы на каждой стороне квадрата было по 21 бутылке, унес сначала 4, а остальные расставил так, что вновь получилось по 21 на каждой стороне. Хозяин пересчитал бутылки своим обычным способом и подумал, что бутылок остается то же число и что слуга только переставил их. Слуга воспользовался оплошностью хозяина и снова унес 4 бутылки, расставив остальные так, что на каждой стороне квадрата выходило опять по 21 бутылке. Так он повторял, пока возможно. Спрашивается, сколько раз он брал бутылки и сколько всего бутылок он унес?

10. Разрезать шестиугольник

Разрезать правильный шестиугольник на 5 таких частей, чтобы, соответственно сложенные, они образовали квадрат.

11. Расположить числа

Расположить 25 чисел, начиная от 1 до 25, в виде квадрата с 25 клетками так, чтобы в каждом вертикальном, в каждом горизонтальном ряду и в обеих диагоналях получалась одинаковая сумма.

12. Сколько было яиц?

Бедная женщина несла для продажи корзину яиц. Встретившийся прохожий по неосторожности так толкнул ее, что корзина упала на землю и все яйца разбились.

Прохожий захотел уплатить женщине стоимость разбитых яиц и спросил, сколько их всего было.

«Я не помню этого, — сказала женщина, — знаю только хорошо, что когда я перекладывала яйца по два, то оставалось одно яйцо, точно так же всегда оставалось по одному яйцу, когда я перекладывала их по 3, по 4, по 5 и по 6. Когда же я перекладывала их по 7, то не оставалось ни одного яйца».

Спрашивается, сколько было яиц?

13. Перед путешествием

Некто, собираясь в Центральную Африку, сделал различные покупки, которые все разложил на столе в порядке, изображенном у нас на рисунке. Мы предлагаем нашим подписчикам на свободных кружках нарисованного квадрата так разложить все означенные у нас на рисунке монеты, чтобы сумма

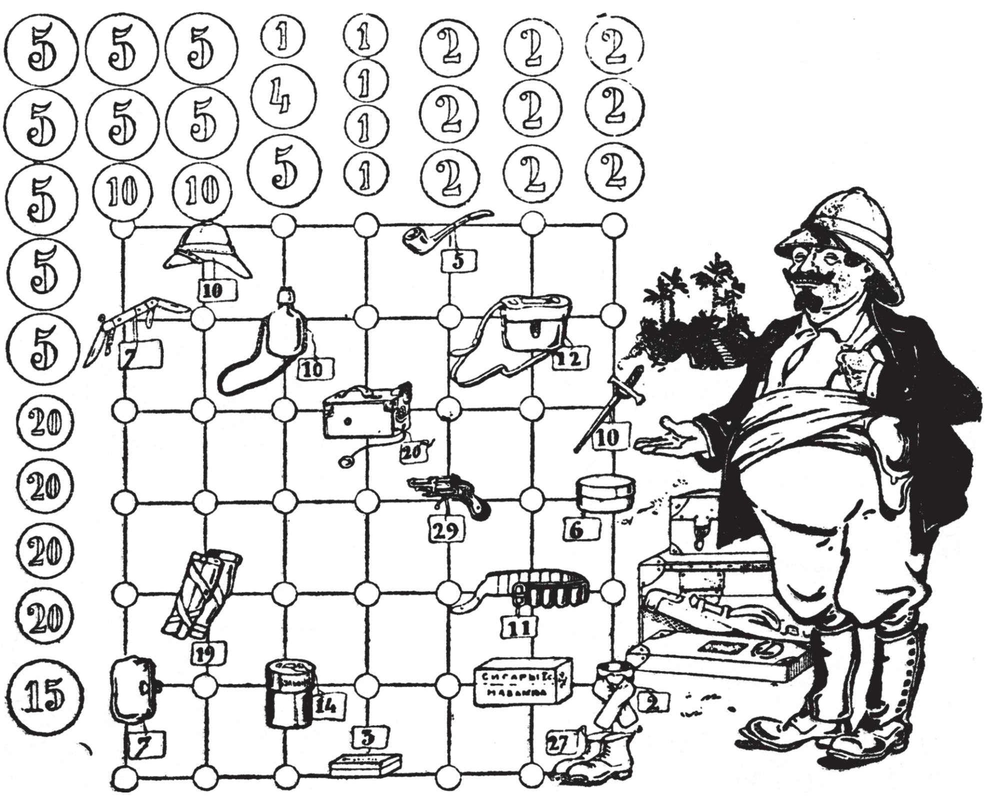


Рис. 239

их на линии (горизонтальной или вертикальной) равнялась сумме денег, истраченных на покупку вещей, находящихся на той же линии.

Для решения этой задачи нужно нарезать столько бумажек, сколько на нашем рисунке изображено кружков, и проставить на них те числа, которые обозначены на кружках, а затем эти бумажки разложить так на свободных точках нарисованного квадрата, чтобы сумма чисел, значащихся на них по линии горизонтальной или вертикальной, равнялась бы общей стоимости вещей, лежащих на той же линии, т. е., например, на первой горизонтальной — 15, на третьей вертикальной — 24, на шестой горизонтальной — 23 и т. д. Решения задачи просим присылать в таком виде:

1 горизонтальная: ... + ... + ... + ... = 15,
2 » ... + ... + ... + ... = 29 и т. д.;
1 вертикальная: ... + ... + ... + ... = 14,
2 » ... + ... + ... + ... = 29 и т. д.

14. Магические таблицы

Возьмите 6 чистых карточек или листиков и, пометив их буквами, напишите на них, как показано ниже, числа:

A

1, 17, 3, 29, 37, 31, 23, 51, 41, 19, 27, 55, 39, 63,
13, 47, 21, 43, 59, 35, 9, 15, 7, 57, 61, 45, 5, 11,
33, 49, 25, 53

B

2, 31, 11, 50, 38, 18, 42, 43, 59, 54, 15, 35, 19, 26,
51, 58, 39, 27, 55, 62, 23, 34, 7, 6, 47, 22, 14, 10,
63, 30, 3, 46

C

4, 22, 13, 28, 12, 21, 54, 38, 20, 7, 44, 31, 30, 6,
45, 37, 39, 29, 5, 15, 36, 61, 52, 55, 14, 63, 46, 53,
60, 47, 62, 23

D

8, 57, 63, 43, 30, 31, 61, 13, 12, 11, 45, 56, 60, 29,
25, 59, 62, 42, 47, 26, 15, 41, 58, 40, 46, 24, 9, 28,
14, 27, 10, 44

E

16, 20, 48, 25, 56, 63, 24, 53, 51, 30, 23, 61, 52, 50,
62, 59, 19, 57, 22, 29, 54, 31, 18, 28, 26, 60, 17, 49,
27, 58, 55, 21

F

32, 46, 42, 59, 63, 47, 44, 50, 51, 34, 55, 38, 57, 41,
36, 43, 53, 62, 60, 49, 35, 56, 33, 52, 45, 58, 61, 40,
39, 54, 48, 37

Таким образом у вас получится 6 «магических таблиц», обладающих некоторой особенностью, основанной на законе чисел.

Вы даете кому-либо эти 6 таблиц и просите отобрать из них те, на которых имеется число, равное числу его лет (если он не старше 63 лет).

Затем берете на мгновение отобранные им таблицы — и тотчас говорите число его лет.

Против каждого числа на таблицах вы можете проставить имя (мужское или женское или оба рядом), и тогда будете определять так же быстро загаданное имя.

Предлагаем читателям разрешить: во-первых, как по отобранным таблицам можно узнать число лет, и, во-вторых, закон, лежащий в основе составления этих таблиц.

15. Маршрут путешественника

На рис. 240 кружки обозначают города, а соединяющие их линии — дороги. Путешественник вышел из города *Б*, посетил по одному разу города *В* и *Г*, затем побывал по разу во всех остальных городах и, наконец, прибыл в город *Ж*.

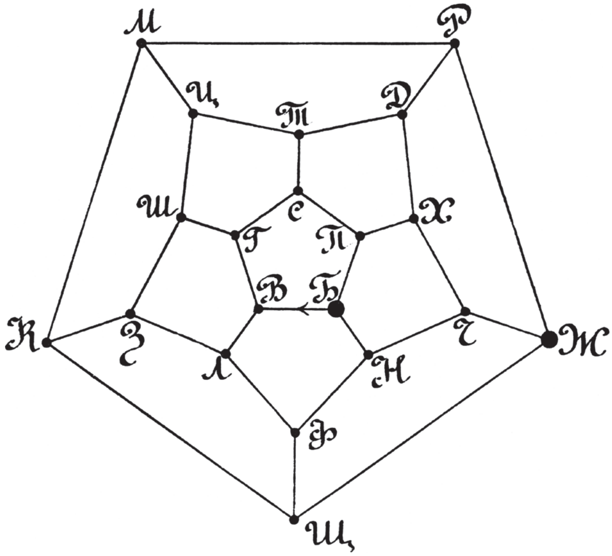


Рис. 240

Требуется определить его маршрут.

16. Загадочная автобиография

В бумагах одного чудака-математика найдена была его автобиография. Приводим ее начало:

«Я окончил курс в университете 44-х лет от роду. Спустя год, 100-летним молодым человеком, я женился на 34-летней девушке. Незначительная разница в годах — всего 11 лет — не мешала нам жить общими интересами. Через несколько лет у меня была уже маленькая семья — 10 детей. Жалованья я получал тогда в месяц всего 200 руб., $\frac{1}{10}$ долю которого высылал сестре; приходилось, следовательно, жить на 130 руб.»... и т. д.

Предлагается объяснить, чем обусловлено столь явное противоречие в числах.

17. Рассечь подкову

Двумя ударами топора рассечь подкову на шесть частей, не изменяя расположения частей после удара.

18. Задача о двух кораблях

В понедельник в час дня с берегов Камчатки отправился к берегам Аляски пароход, делающий по 25 верст[1] в час. В 7 часов вечера того же дня вслед за ним отчалил парусник, шедший со средней скоростью, на ⅕ меньшей скорости парохода. На полпути на пароходе испортилась машина; простояв два часа без движения, пароход пошел дальше уже вдвое медленнее. В какой день и час парусник догнал пароход, если весь путь до Аляски и обратно неповрежденный пароход мог бы пройти в 32 часа?

19. Задача о муже и жене

Когда мужу будет вдвое больше лет, нежели жене теперь, то жене будет столько, сколько будет мужу, когда жена достигнет его возраста. Если же их нынешние лета перемножить, то получится 588. Сколько лет теперь мужу и жене?

20. Задача о Земле и апельсине

Отец задал сыну следующую задачу:

> «Вообрази себе, что земной шар обтянут по экватору проволокой, и скажи, насколько будет отстоять от Земли эта проволока, если ее удлинить на одну сажень[2]».

Мальчик для решения этого вопроса взял апельсин и обтянул его проволокой; затем, удлинив эту проволоку на одну сажень, он изогнул ее в виде окружности, поместил в центре апельсин и измерил расстояние между апельсином и проволокой. Это расстояние и было, по его мнению, искомым.

Правильно ли поступил мальчик, и если неправильно, то в чем заключалась его ошибка?

21. Задача о пяти тройках

Сколькими и какими способами можно написать число 31 при помощи пяти троек?

22. Задача на доказательство теоремы

Доказать, что если от числа отнять сумму его цифр и остаток разделить на три, то сумма цифр частного всегда будет кратна трем.

---

[1] Здесь и далее 1 верста = 1066,8 м.

В задачах, предложенных читателям в 1910–1920-е гг., Я. П. использует русскую систему мер (мили, сажени и др.), поскольку переход на привычную нам метрическую систему начался в России только в 1899 г., а окончательно она была закреплена в качестве официальной только 21 июля 1925 г. При желании читатель может сам перевести приводимые здесь цифры в более удобный ныне вид, пользуясь нашими комментариями (*примеч. ред.*).

[2] Здесь и далее 1 сажень = 3 аршина = 7 футов ≈ 213,36 см (*примеч. ред.*).

23. Задача о велосипедистах

Два велосипедиста, двигаясь по окружности велодрома, встречаются вдвое чаще при езде в разные стороны, нежели при езде в одну сторону. Во время остановок более быстрый ездок видит путь, пробегаемый в секунду его товарищем, под углом в полградуса. Через сколько секунд велосипедисты встретились бы, если бы одновременно выехали друг другу навстречу не по окружности велодрома, а по диаметру его с противоположных концов?

24. Задача о магической звезде

Вписанные в кружках данной звезды цифры требуется расположить таким образом, чтобы при сложении их в каждом ряду по всем прямым линиям получалась одинаковая сумма:

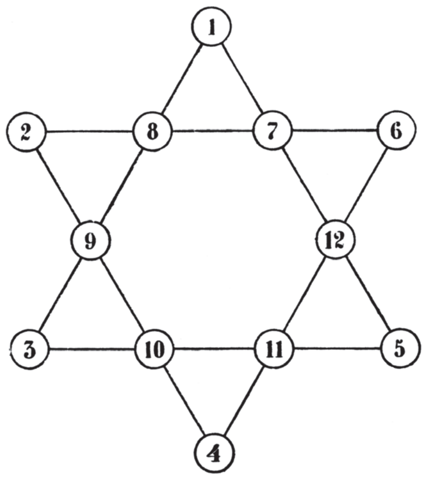


Рис. 241

25. Восход солнца

Некто наблюдал восход солнца ровно в 7 часов. Зная, что свет пробегает в секунду 280 000 верст и принимая расстояние от Солнца до Земли в 140 000 000 верст, определить, в котором часу наблюдатель заметил бы тот же восход солнца, если бы свет распространялся мгновенно.

26. Опустить перпендикуляр

Дана прямая *MN*, проходящая через центр окружности (рис. 242). Требуется из точки *A* опустить перпендикуляр на прямую, не прибегая при этом к помощи циркуля, а пользуясь лишь одной линейкой.

Решение должно быть строго геометрическое. Перегибать чертеж нельзя.

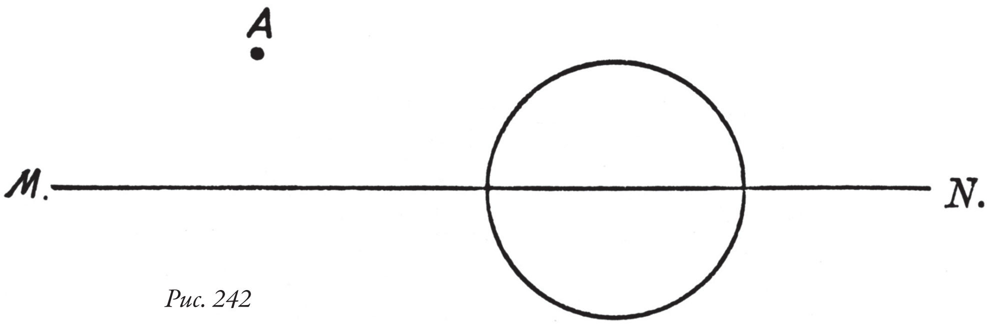


Рис. 242

27. Несообразности у Гоголя

Указать несообразности в нижеприведенном отрывке из статьи Н. В. Гоголя «Об архитектуре нынешнего времени». Указания должны быть подкреплены убедительными доводами.

«Башни огромные, колоссальные необходимы в городе... У нас обыкновенно ограничиваются высотой, дающей возможность обглядеть один только город, между тем как для столиц необходимо видеть, по крайней мере, на полтораста верст во все стороны, и для этого, может быть, один только или два этажа лишних — и все изменяется. Объем кругозора по мере возвышения распространяется с необыкновенной прогрессией».

28. Наибольшее выражение

Какое наибольшее выражение можно написать, пользуясь только тремя цифрами и знаками действий?

29. Комета у Пушкина

В каком месте романа А. С. Пушкина «Евгений Онегин» упоминается о комете?

30. Загадочное животное

Животное, изображенное на прилагаемом рисунке 243, не существует на свете. Это фантазия художника, — но фантазия не сплошная: каждая отдельная часть животного в точности скопирована с натуры, и художник погрешил лишь в том, что соединил в одно целое части, принадлежащие совершенно различным животным. Не сообщит ли нам читатель: у каких именно животных взяты отдельные части этого фантастического зверя?

31. Когда я родился?

Мой отец родился и умер в XIX столетии. Сумма цифр года его рождения равна сумме цифр года его смерти. Когда отцу было 75 лет, число моих лет было вдвое больше суммы цифр года моего рождения. К котором году я родился?

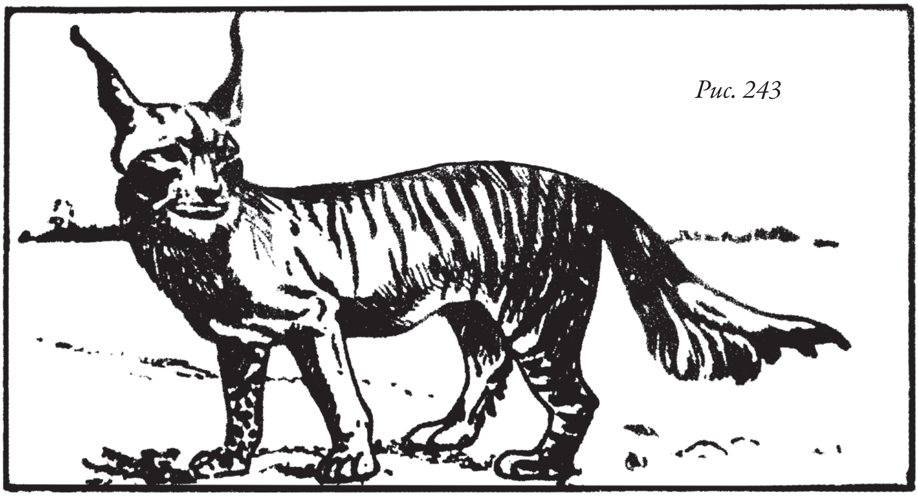


Рис. 243

32. Что такое «тарабарская грамота»?

В настоящее время мы называем «тарабарской грамотой» и «тарабарщиной» всякую рукопись, написанную неизвестными знаками. Но в прежнее время слова эти имели иной, вполне определенный смысл, а именно — один из видов тайнописи, употреблявшийся в Древней Руси.

В чем состояла эта система тайнописи?

33. Судьба иголок и перьев[1]

Подсчитано, что все фабрики мира вместе выпускают ежедневно около 150 миллионов иголок. А так как общее число иголок у людей почти не увеличивается, то, значит, ежедневно куда-то исчезает около 150 миллионов иголок, уступая место новым. То же самое можно сказать и о перьях: их ежедневно изготавливается до 40 миллионов штук и, следовательно, почти столько же ежедневно исчезает. Спрашивается, куда же они деваются?

(Полтораста миллионов иголок и сорок миллионов перьев — не пустяк; в течение десятилетий такой ежедневный стальной дождь должен был бы образовать целые горы стали. А между тем мы этих гор не видим.)

34. Для дам

Укажите место в сочинениях А. С. Пушкина, где он заставляет своих персонажей беседовать о нем самом.

Эту задачу мы посвящаем нашим читательницам, так как искомый отрывок заключает в себе нечто весьма лестное для представительниц прекрасного пола.

---

[1] Я. П. имеет в виду пишущие узлы перьевых ручек; в начале XX в. вопрос звучал весьма актуально (*примеч. ред.*).

35. Караван в пустыне

В предлагаемом ниже рассказе допущено несколько исторических и других неточностей. Не укажут ли их нам читатели?

«В начале июня (считая по нашему) 546 года по Р. Х., в ту пору, когда отдохнувшая после зимней засухи и кипучей весенней деятельности природа достигает зрелого развития, когда синие воды Священного Нила вздуваются мощными волнами и, широко заливая прибрежные пески, несутся к морю — по правому берегу реки, мерно покачивая навьюченными горбами и звеня колокольчиками, тянулась небольшая вереница верблюдов.

Караван шел уже вторую неделю со стороны Ливийского плоскогорья. Немногочисленные, но тяжелые тюки и мужественные почерневшие лица проводников и конвойных, вооруженных с ног до головы, говорили о том, что караван везет дорогие товары.

Так было и на самом деле. Старый, седобородый шейх Осман Сеид Эбн-Ари вез в Александрию драгоценную слоновую кость и амбру, которую случайно посылают морские боги рыбакам и мореходам в далекой, неведомой стране, лежащей за крайними отрогами Ливийских гор.

В течение пути старому шейху не раз приходилось выдерживать нападение кочевников пустыни, но теперь, слава Аллаху, до конца пути осталось лишь два-три перехода. В лиловой дали уже маячат громады пирамид.

— Привал! — скомандовал шейх, заставив своего одногорбого бегуна стать на колени и сползая с седла на руки рабов. Здешние ночи настолько же холодны, насколько дни знойны. Старый Абдулла, прошедший пустыню поперек до Великого озера, говорил мне, что, случается, холод заставляет ночью отвердевать воду и ломаться, как стекло.

— Аллах велик! — ответил старший сын шейха. — И чудес у него много, хотя бы это...

Он показал на огромное каменное изваяние, вздымавшее голову над песками. Тысячелетия, пронесшиеся над изваянием, разрушили ему нос, выщербили щеки, — но огромные, узко прорезанные глаза по-прежнему с загадочной улыбкой смотрели в пустыню.

— Клянусь Магометом! — воскликнул шейх, — ничто в мире не способно возвести человеческими руками такое чудовище! Правда ли, нет ли, но люди, жившие больше меня и больше видевшие на свете, уверяли, будто в древние времена над пустыней вздымалось все тело изваянья. Теперь же оно далеко под землей. Года четыре тому назад я морем ездил в Константинополь, и старый турок Ахмет показал мне даже статуэтку, в малом виде передающую это изваянье. Народы, воздвигнувшие это, назвали памятник Сфинксом. Под этим именем оно слывет и теперь.

— Как бы оно ни было воздвигнуто, — возразил старший сын шейха, — правоверному нечего его бояться, если чиста совесть. Эта голова отлично укроет нас от ветра пустыни. Луна сегодня краснее обыкновенного, и можно бояться самума...

Невольники быстро развьючили животных и раскинули палатку как раз под одним из гигантских ушей изваянья.

Развели костер из вязанки сухих пальмовых листьев.

— Слава Аллаху! — сказал начальника каравана, закусывая сушеными финиками. — Сорок шестой раз я совершаю этот переход и только раз потерял я товары — и то не по вине кочующих разбойников, а по собственной оплошности. Великая колесница звезд указывала путь нашим дедам и прадедам. Бесчисленное количество поколений ходило этим путем, и нечистый дух дернул меня тогда поддаться льстивым уверениям грека, взявшегося доставить мои товары морским путем через Красное море. Аллах наказал меня за то, что я пренебрег дорогой, указанной самим Богом, и предпочел оплатить деньгами чужой труд. По правде говоря, твоя мать, Ибрагим, была тогда одной из красивейших женщин Египта, а я был женат всего полгода. Я поддался ее настойчивым просьбам не покидать ее с сыном одну, а себя не подвергать опасности в пути. И что же? Не успел корабль грека с моими товарами выйти из пролива в Средиземное море, как жестокая буря уничтожила судно. Из всего экипажа уцелел лишь мой старый Нухим; едва не попав в плен к кочующим арабам, весь в ранах, еле живой от голода, он явился ко мне доложить о несчастье... Помнишь, Нухим?

— Помню, господин! — поклонился седой проводник, вооруженный ятаганом. — Аллах посылает испытания и на благочестивых людей.

— Верно, — заметил шейх, задумчиво глядя на огонь. — Верно... И единственное утешение, что там, в будущей жизни, нам воздадут по заслугам... Пора на покой.

Старый шейх скрылся в палатке. Прилегли вокруг костра невольники, закутавшись в бурнусы. Даже часовой, прислонившись к изваянью, задремал под легкое потрескивание костра. Жалобно плакали гиены, изредка хохот шакалов разливался в пустыне. И только широко открытые глаза сфинкса по-прежнему слали кому-то вдаль загадочную улыбку, словно колосс сторожил и кучку людей, нашедших убежище под его сенью, и саму пустыню».

ЗАДАЧИ С НОЖНИЦАМИ И БУМАГОЙ

36. Греческий крест

Нашим старым читателям известна уже индусская задача о симметричном кресте. Его требовалось разрезать на части так, чтобы, сложив их, получить квадрат.

Решений эта задача имеет два: одно требует разреза креста на пять частей (рис. 244, налево), другое — на четыре части, причем последнее может быть выполнено двумя взмахами ножниц (рис. 244, направо). Предложим теперь такое видоизменение задачи: разрезать крест одним взмахом ножниц на 4 части одинаковых очертаний, но таких, чтобы их можно было сложить в квадрат.

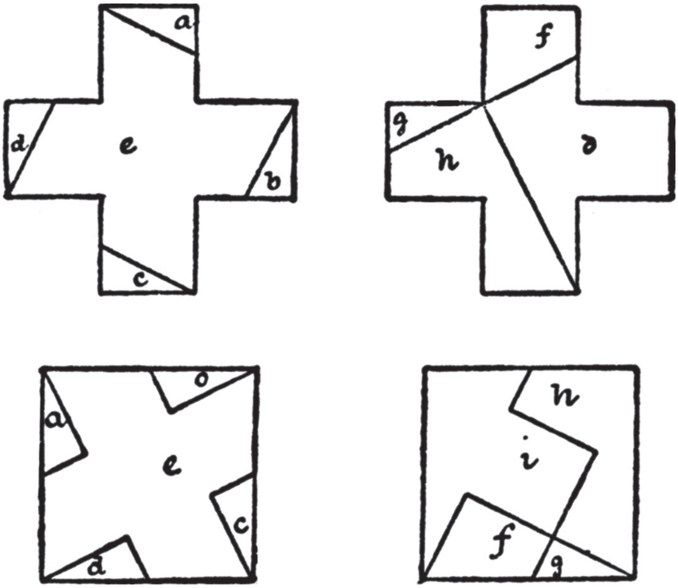


Рис. 244

37. «Звезда свободы»

Следующую задачу легенда связывает с именем знаменитого Джорджа Вашингтона. Ему будто бы некая дама[1] предложила сложить кусок бумаги так, чтобы можно было одним взмахом ножниц получить из нее пятиугольную «звезду свободы» (флаг Соединенных Штатов Северной Америки содержит в себе, по числу штатов, 37 пятиугольных звезд)[2]. История умалчивает о том, устоял ли в данном случае на должной высоте знаменитый трибун. А посему читатель «Природа и люди», который сумеет разрешить эту далеко не дамскую задачу, имеет 50 шансов из ста перещеголять мозги одного из величайших деятелей заокеанской республики.

38. Картонная цепь

На рис. 245 изображена картонная цепь, вырезанная из одного куска картона. Звенья ее можно резать и дальше, придавая им любую форму. Немного терпения — и читатели наверное сумеют разгадать наш маленький секрет.

---

[1] Я. П. имеет в виду *Бетси Росс* (1752–1836) — филадельфийскую швею, сшившую, согласно легенде, первый американский флаг (*примеч. ред.*).

[2] Задача была предложена в декабре 1909 г. (*примеч. ред.*).

39. Задача о трех лепешках

Допустим, что три круга рис. 246 изображают три лепешки, которые отец решил разделить поровну между четырьмя сыновьями. Вообразим себе, что названный отец — янки, и потому желает возиться над разрезанием лепешек возможно меньше времени[1]. Говоря короче — допустим, что требуется найти наименьшее число частей, на которые нужно разделить три лепешки так, чтобы из них можно было составить четыре равные по площади части. Лепешки в стране янки делаются удивительно аккуратно. Поэтому мы можем считать, что поверхность наших лепешек есть идеальнейшая плоскость, и что толщина всех лепешек во всех их точках совершенно одинакова.

Для облегчения задачи заметим, что частей требуется всего пять, из которых один мальчик получит две, а остальные три — по одной.

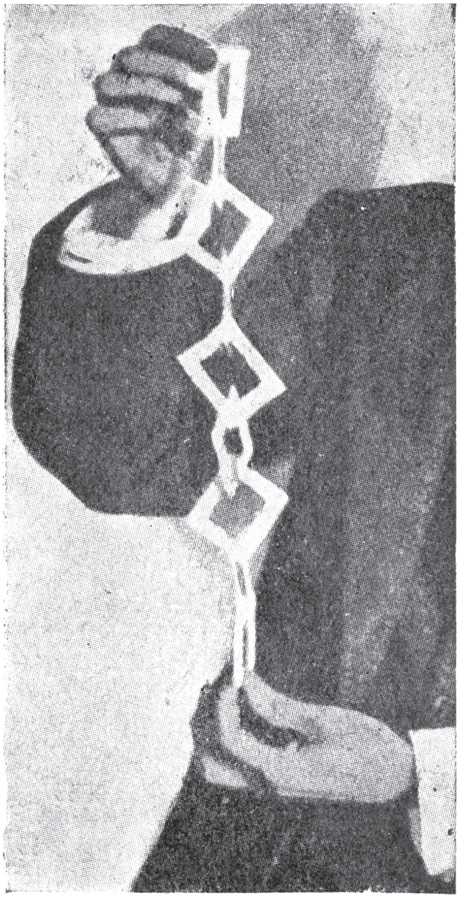


Рис. 245

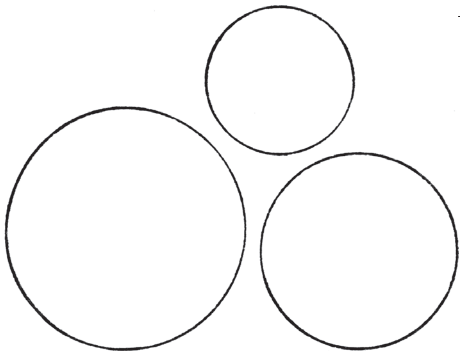


Рис. 246

[1] *Янки* — прозвище американцев, уроженцев и жителей северо-восточных штатов США; по одному из стереотипов, янки чрезмерно прагматичны (по выражению Бенджамина Франклина: «время — деньги») (*примеч. ред.*).

Рис. 247

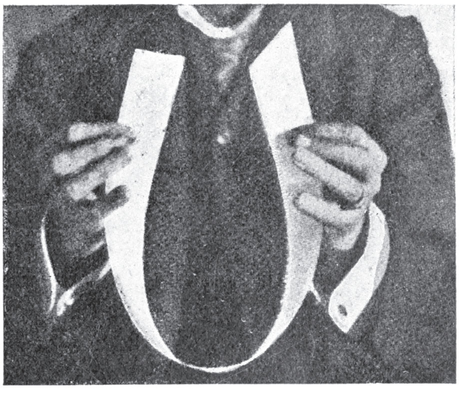


Рис. 248

40. Сквозь визитную карточку

Рис. 247 демонстрирует невероятный факт — увесистый мужчина лет под 50 протискивается сквозь визитную карточку! Само собой разумеется, что карточка вытянута в зубчатую полоску картона, но так, что внешнее очертание карточки остается нетронутым ножницами. Ни клею, ни вообще каких-либо креплений не требуется, как и во всех задачах на разрезание бумаги. Бумага, ножницы — вот все, что надо для решения.

41. Разрезать ленту

Рис. 248 изображает кусок ленты, один конец которой срезан под прямым углом, а другой — наискось. Как разрезать этот кусок ленты одним взмахом ножниц на наименьшее количество частей одинаковой величины и формы? Толщина и длина куска ленты не играют роли.

42. Фантастическая птица

Птицу, изображенную на рис. 249, надо разрезать на четыре части, которые составили бы точный круг. Заметим, что при этой операции не должно быть утеряно ни кусочка изображения птицы.

43. Коробочка

Далее предлагаем читателям сложить из листа бумаги коробочку, без помощи клея и прочих креплений. В повседневной жизни нередко бывают случаи, когда нужна коробка, а под рукой не имеется ни готовой коробки, ни инструмента или материала, чтобы приготовить ее.

Та же коробка может служить для интересного научного развлечения: если наполнить ее через сделанное отверстие табачным дымом и затем ударять по лежащей против дыры стенке, получим табачные кольца, которыми удивляют публику курильщики (рис. 250).

Рис. 249

Рис. 250

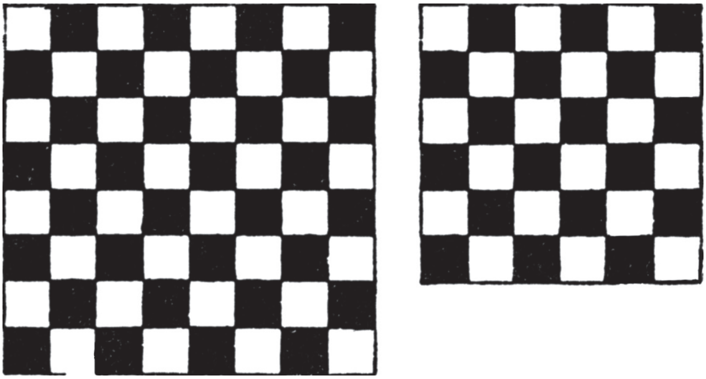


Рис. 251

44. Разрезать клеенку

Изображенные на рис. 251 два квадрата клеенки требуется разрезать на 4 части и составить из последних квадрат размером — шириной и длиной — по 10 клеток. Клетки полагаются совершенно одинаковыми на обоих квадратах.

45. Странный чертеж

В заключение предлагаем читателям ответить, что означает странный чертеж, изображенный на рис. 252.

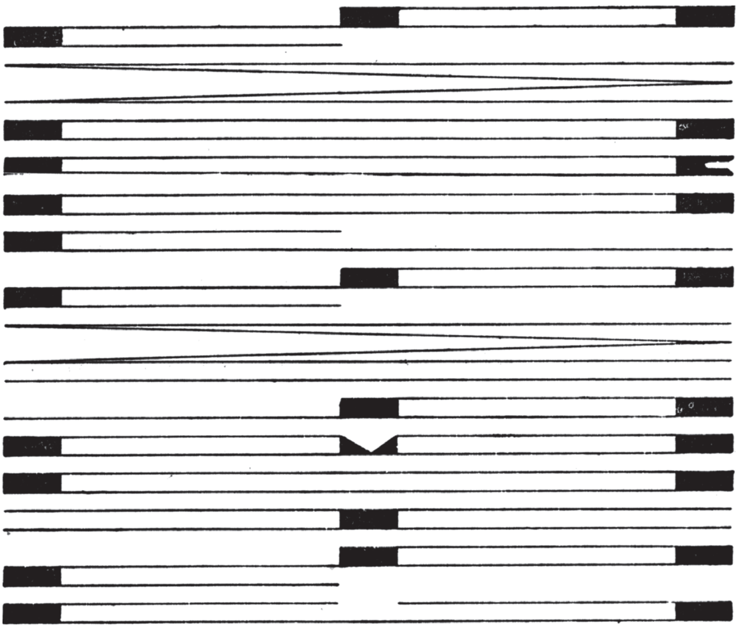


Рис. 252

В МАСТЕРСКОЙ ПРИРОДЫ

ПОПУЛЯРНЫЙ ЖУРНАЛ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ

19 № 6 27

Первый советский научно-популярный журнал «В мастерской природы» был создан в 1919 г. по личной инициативе Я. И. Перельмана. Цели нового печтаного органа были определены следующим образом:

...Воспитывать дух любознательности, возбудить интерес к активному изучению природы, руководить научной самодеятельностью читателей в области естествознания, наполнять их досуг полезными занятиями и образовательными увлечениями.

Разумеется, журнал такой направленности не мог остаться без отдела занимательных вопросов, головоломок, задач.

ЗАГАДКИ ЗИМЫ

46. Поверхность пьедестала

В декабре текущего года[1] в Петрограде после ряда морозных дней погода сразу смягчилась: заметно потеплело, и стены зданий покрылись белым налетом мохнатой изморози. Тогда многим бросился в глаза очень красивый и оригинальный вид одного из петроградских памятников: поверхность гранитного пьедестала памятника покрылась чисто белым ковром изморози, и на этом ярком фоне резко выделился обычно почти незаметный черный узор бронзового украшения, вделанного в гранит.

Какова же причина того, что гранит покрылся сплошной пеленой изморози, между тем как бронзовый узор изморозью не покрылся? Не объяснят ли читатели эту загадочную игру зимней природы?

47. Луна зимой и летом

Заметили ли вы в лунные зимние ночи, как высоко поднимается на небе полная луна и какой она при этом кажется маленькой по сравнению с величиной ее диска летом?

Почему же зимою полная луна такая маленькая и высокая, между тем как летом диск ее велик и поднимается невысоко?

[1] Задача была предложена в 1919 г. (*примеч. ред.*).

48. Снег на крышах

В те зимние дни, когда температура близка к нулю — при морозе в один или два градуса — с крыш нередко уже каплет, между тем как снег на земле еще не тает. И любопытно при этом, что каплет не со всех крыш, а только с некоторых. Если бы такое странное явление наблюдалось только в солнечные дни, его можно было бы объяснить тем, что лучи солнца, падая на скаты крыш под менее острым углом, чем на почву, греют сильнее (в силу известного физического закона) — и оттого снег на крышах тает, хотя температура воздуха ниже нуля. Но подтаивание снега на крышах наблюдается часто и в пасмурные дни, так что приведенное объяснение здесь неприменимо.

Какова же истинная причина этого явления?

49. Снег на улицах и за городом

Во время оттепелей снег, лежащий на улицах, тает заметно быстрее, чем на полях и в лесах, хотя за городом в это время нисколько не холоднее, чем в городе. Весною часто улицы в городах уже очистились ото льда, а «в полях еще белеет снег».

Отчего это происходит? Почему при одной и той же температуре воздуха снег на полях тает гораздо медленнее, чем на улицах городов?

50. Как лучше шить шубы?

В Сибири шьют полушубки шерстью наружу, у нас — шерстью внутрь. Что правильнее в смысле сбережения тепла? Как лучше шить шубы: мехом наружу или мехом внутрь?

51. Секрет угадывания дня рождения

Допустим, что вы родились 18 мая 1903 года, — следовательно, вам теперь 15 полных лет[1]. Но я не знаю ни даты вашего рождения, ни вашего возраста. Тем не менее я берусь отгадать их, заставив лишь вас проделать несколько несложных вычислений.

1 Задача была предложена в 1919 г. (*примеч. ред.*).

А именно: порядковый номер месяца (май, 5-й месяц) я прошу вас умножить на 100, прибавить к произведению число месяца (18), сумму удвоить, к результату прибавить 8, полученное число умножить на 5, к произведению прибавить 4, помножить результат на 10, прибавить 4 и к полученному числу прибавить ваш возраст (15).

Когда вы все это проделаете, вы сообщаете мне окончательный результат вычислений. Я вычитаю из него 444, а разность разбиваю на грани, справа налево, по 2 цифры в каждой грани: получаю сразу как день и месяц вашего рождения, так и ваш возраст.

Действительно. Проделаем указанные вычисления:

$$
\begin{aligned}
5 \times 100 &= 500\\
500 + 18 &= 518\\
518 \times 2 &= 1036\\
1036 + 8 &= 1044\\
1044 \times 5 &= 5220\\
5220 + 4 &= 5224\\
5224 \times 10 &= 52\,240\\
52\,240 + 4 &= 52\,244\\
52\,244 + 15 &= 52\,259
\end{aligned}
$$

Произведя вычитание 52 259 – 444, получаем число 51 815.

Теперь разобьем это число на грани, справа налево, по две цифры в каждой. Имеем:

$$5 — 18 — 15,$$

т. е. 5-го месяца (мая), числа 18; возраст 15 лет.

Предлагаем читателям объяснить, на чем основан этот любопытный числовой фокус.

52. Арифметика за завтраком

Всем ясно, что изображать числа можно не только с помощью цифр, но и с помощью любых иных знаков или даже предметов — карандашей, перьев, линеек, резинок и т. п.: надо только условиться приписывать каждому предмету значение какой-нибудь определенной цифры.

Можно даже ради курьеза с помощью таких цифр-предметов изображать действия над числами — складывать, вычитать, умножать, делить. Вот, например, ряд действий над числами, обозначенными предметами сервировки стола (см. рис.). Вилка, ложка, нож, кувшин, чайник, тарелка: все это — знаки определенных цифр.

Попробуйте, глядя на эту группу ножей, вилок, посуды и т. п., угадать: какие именно числа здесь обозначены?

С первого взгляда такая задача кажется очень трудной: приходится разгадывать настоящие иероглифы, как сделал некогда Шампольон в Египте.

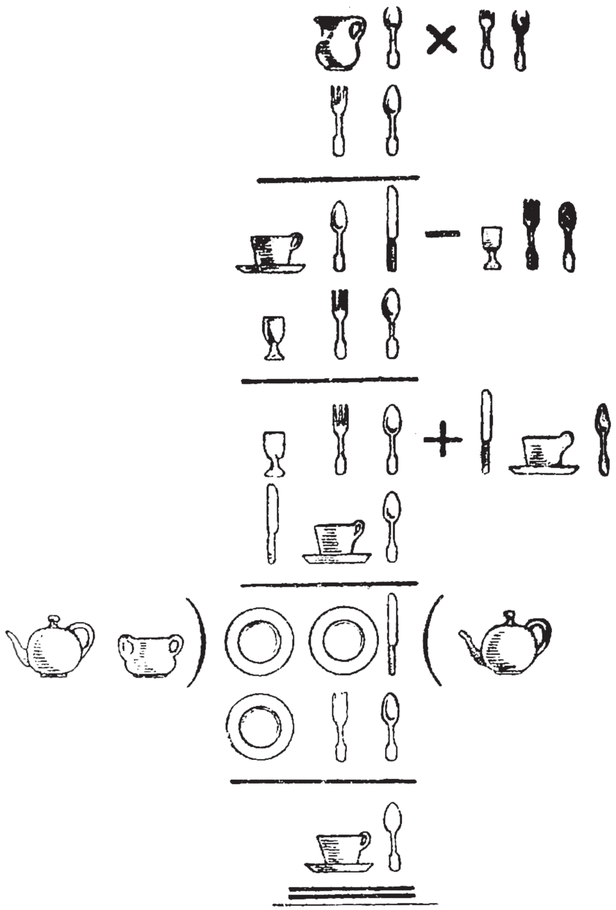


Рис. 253

Но ваше положение гораздо легче: вы ведь знаете, что числа здесь, хотя обозначены вилками, ножами, ложками и т. п., написаны по десятичной системе счисления, т. е. вам известно, что тарелка, стоящая на втором месте (считая слева), есть цифра десятков, что предмет направо от нее есть цифра единиц, а по левую сторону — цифра сотен. Кроме того, вы знаете, что расположение всех этих предметов имеет определенный смысл, вытекающий из сущности арифметических действий, производимых над обозначаемыми ими числами. Все это может значительно облегчить вам решение задачи.

53. Кольцо великанов

Гулливер рассказывает, что во время его пребывания в стране великанов королева бробдиньягов подарила ему кольцо, «милостиво сняв его со своего мизинца и накинув ему через голову на шею, как ожерелье».

Зная, что в стране великанов, по свидетельству Гулливера, все предметы были по длине в 12 раз больше, чем у нас, — вычислите, действительно ли могла голова Гулливера пройти через это кольцо. Заодно вычислите также, сколько примерно должно было оно весить.

54. Оси экипажа

Замечено, что передняя ось в большинстве экипажей стирается больше и загорается чаще, нежели задняя. Почему это?

55. Задача о бассейнах

Этот старинный тип задач, насчитывающий за собою двадцативековую давность, известен всем; почти ни один задачник арифметики и алгебры не обходится без нескольких упражнений такого, например, рода:

«В бассейн проведены две трубы. Через одну первую пустой бассейн может наполниться в 5 часов, через одну вторую полный бассейн может опорожниться в 10 часов. Во сколько часов наполнится пустой бассейн, если открыть обе трубы сразу?»

Составители задачников предлагают, как известно, решать такие задачи следующим образом: в 1 час первая труба наливает $\frac{1}{5}$ бассейна, вторая выливает $\frac{1}{10}$ бассейна; значит, при одновременном действии обеих труб в бассейн будет поступать ежечасно

$$\frac{1}{5}-\frac{1}{10}=\frac{1}{10}.$$

Следовательно, весь бассейн наполнится в 10 часов.

Так задачи эти решались еще Героном Александрийским две тысячи лет назад, так решаются и в современных школах. Между тем, *подобное решение совершенно неправильно*! Наша задача должна решаться иначе, и даже вовсе неразрешима средствами элементарной математики.

Не объяснят ли читатели, какое обстоятельство упущено из виду составителями подобных задач и почему обычное решение их неверно?

56. Задача о шести спичках

Как следует расположить шесть спичек, чтобы они замыкали наибольшую площадь?

57. Задача о гулливеровых яблоках

Во время пребывания в стране великанов, где наш дюйм[1] заменен футом[2], Гулливер попал под град яблок, падающих с дерева, и одно из яблок сшибло его с ног. Сколько примерно весило одно яблоко страны великанов?

---

[1] Здесь и далее 1 дюйм = 25,39954 мм ≈ 25,4 мм (*примеч. ред.*).

[2] Здесь и далее 1 фут = 0,3048 м (*примеч. ред.*).

58. Задача о салфетке

Чтобы проверить, имеет ли салфетка в точности форму квадрата, белошвейка убеждается, что при перегибании ее по диагоналям края обеих половин совпадают. Достаточна ли такая проверка?

59. Задача о мировом флоте

Торговые суда всего мира, вместе взятые, обладают водоизмещением 57 миллионов тонн (по данным 1922 г.). Насколько повысился уровень океанов вследствие того, что по нему плавают все эти суда?

60. Задача об Эйфелевой башне

Эйфелева башня весит 8000 тонн и имеет, как известно, в высоту 300 метров[1]. Сколько должна весить точная модель ее из того же материала высотою в рост человека (175 сантиметров)?

61. Четырьмя пятерками

Нужно выразить число 16 с помощью 4 пятерок, соединив их знаками действий. Как это сделать?

62. Скорость встречного поезда

В зимний вечер с хорошим 15° морозом в купе скорого поезда Ленинград—Москва ехали два пассажира. Один был математик, другой — музыкант. Когда поезд развил особенно значительную скорость, математик, понаблюдав с часами в руках в окно за проносящимися мимо километровыми столбами, сказал:

— Мы едем со скоростью 75,6 километров в час.

Едва он произнес эти слова, раздался свисток встречного поезда, резко изменившего свой тон, едва паровоз миновал вагон, в котором сидели наши пассажиры.

— Интересно, — заметил музыкант, — до встречи свисток издавал тон *si* второй октавы, а после встречи изменил его на *sol* той же октавы...

Математик задумался на минуту и затем сказал:

— Теперь я могу узнать скорость встречного поезда.

— Как же это? — удивился музыкант...

Предлагаем читателям удовлетворить любопытство музыканта.

63. Семеро друзей

У одного гражданина было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер; второй — каждый второй вечер, третий — каждый третий вечер, четвертый —

[1] В наши дни (вследствие установки новой антенны) высота Эйфелевой башни составляет 324 м; масса ее металлической конструкции — 7300 т, а полная масса — 10 100 т (*примеч. ред.*).

каждый четвертый и т. д. до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер.

Часто ли случалось, что все семеро друзей собирались у хозяина в один и тот же вечер?

64. Продолжение предыдущей

В те вечера, когда семеро друзей собирались вместе, хозяин угощал их вином, и все чокались друг с другом попарно.

Сколько раз звучали при этом бокалы, сталкиваясь между собою?

65. Что громче?

Откуда доносится более громкий плач: справа или слева?

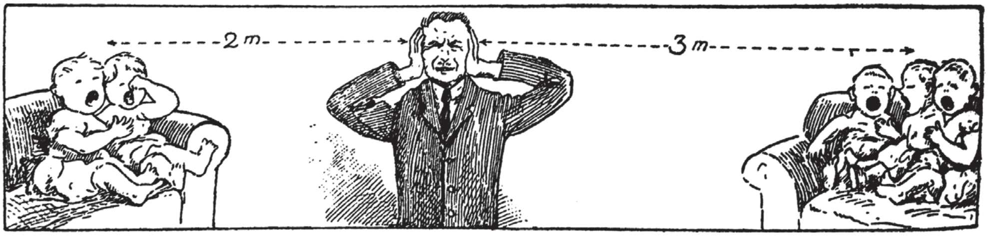


Рис. 254

66. Что тяжелее?

Перед вами два кубических ящика одинаковых размеров. Оба заполнены свинцовыми шарами. Но в первом только один шар, касающийся всех шести стенок ящика; во втором — 216 шариков, расположенных так, как изображено на нашем рисунке.

Содержимое какого ящика весит больше? Другими словами: что тяжелее — один большой шар или 216 маленьких?

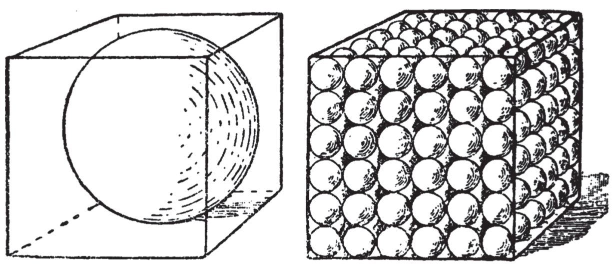


Рис. 255

Можно поставить вопрос и в иной форме, а именно — спросить, какой из этих ящиков с шарами может вместить больше воды?

67. Вес бутылки

Бутылка, наполненная керосином, весит 1000 граммов. Та же бутылка, наполненная кислотой, весит 1600 граммов. Кислота вдвое тяжелее керосина. Сколько весит бутылка?

68. Брусок мыла

На одной чашке весов положен брусок мыла; на другой — ¾ такого же бруска и еще ¾ килограмма. Весы в равновесии.

Сколько весит целый брусок мыла?

(Решить эту задачу устно.)

69. Дыни

Продаются две дыни. Одна, окружностью 72 сантиметра, стоит 40 рублей. Другая, окружностью 60 сантиметров, стоит 25 рублей.

Какую дыню выгоднее купить?

70. Сколько граней?

Вот простой вопрос, на который, однако, не все дают правильный ответ.

Сколько граней у шестигранного карандаша?

71. Девушка у зеркала

Можно ли увидеть себя во весь рост в зеркале *MN* (рис. 256)?

Рис. 256. Девушка у зеркала

72. С аэроплана

Мировой рекорд высоты полета на аэроплане — 12 километров[1]. Считая радиус Земли равным 6400 километров и предполагая, что условия видимости идеальные, определить, каких размеров дугу *BC* будет в состоянии обозреть авиатор (рис. 257)?

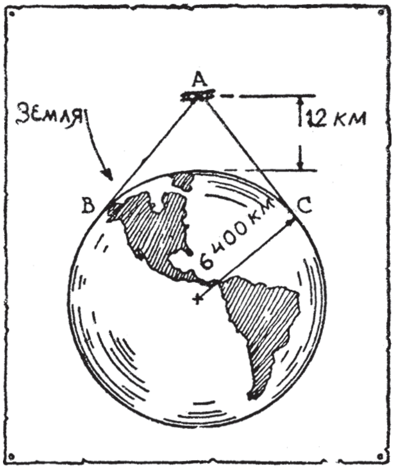


Рис. 257. С аэроплана

73. Горизонт

Какую фигуру имела бы линия горизонта, если бы Земля наша была не шарообразная, а плоская, бесконечно простирающаяся во все стороны?

74. Что вы знаете по астрономии?

1. Как движется солнце по небу: справа налево или слева направо?
2. Как вращается земной шар: с востока на запад или с запада на восток?
3. На сколько километров центр Земли ближе к полюсу, чем к экватору?
4. Что означает на земном глобусе тот круг, который проведен под углом в 23½° к экватору?
5. Когда Земля ближе к Солнцу: в январе или в июле?
6. Что продолжительнее: лето или зима? Весна или осень?
7. Какое астрономическое значение имеет дата 1 января?
8. Когда бывает самое позднее утро в году?
9. Куда Солнце посылает летом в сутки больше тепла — на квадратный метр у экватора или на квадратный метр у полюса?
10. В 1920 г. в феврале было 5 воскресений. В котором году это вновь повторится?

[1] Задача была предложена в 1927 г. (*примеч. ред.*).

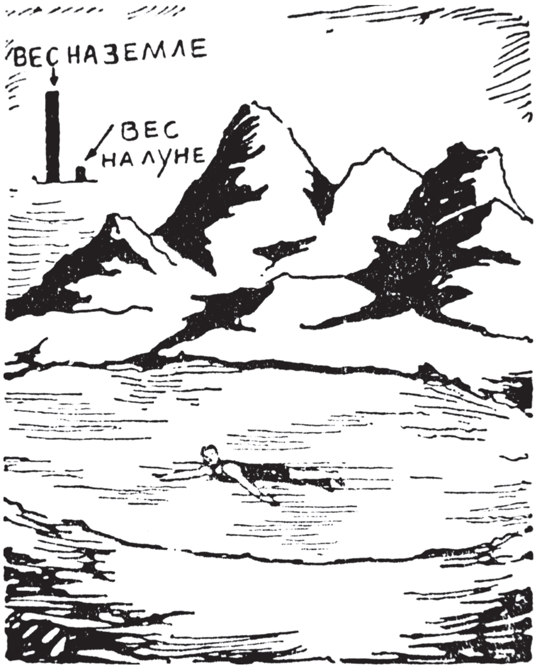


Рис. 258. Пловец на Луне

75. Пловец на Луне

На Луне человек весил бы ⅙ часть того, что весит на Земле. Если бы на Луне была вода, сказалось бы такое уменьшение веса тела в том смысле, что человеку было бы легче плавать?

76. Обезьяна на веревке

Вот поучительная старая задача, разрешение которой заставит вас крепко призадуматься. (Изобретателем этой задачи является английский математик Льюис Кэррол — автор популярных не в одной лишь Англии сказок «Алиса в стране чудес» и «Алиса в зазеркалье».) Через блок перекинута веревка, как показано на рисунке. По одну сторону блока повешен груз, по другую уцепилась за веревку обезьяна такого же веса, как и груз. Вопрос задачи: что сделается с грузом, если обезьяна станет взбираться по веревке вверх? Поднимется ли при этом груз, опустится или останется неподвижным?

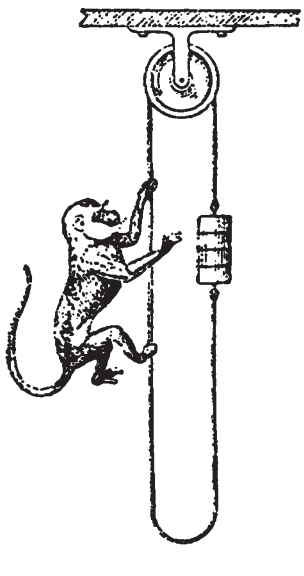


Рис. 259. Обезьяна на веревке

ГДЕ ОШИБКА?

Люди, привыкшие слепо верить каждому напечатанному слову, вероятно, с изумлением услышат, что нет почти ни одной книги, которая не заключала бы в себе ошибок. Я говорю не о типографских опечатках, а о подлинных ошибках — обмолвках или описках — самих авторов. Ошибки вкрадываются в сочинения даже весьма осторожных и добросовестных авторов.

Несколько поучительных образчиков подобных ошибок приведено ниже. Предлагаем читателям указать, в чем их ошибочность.

77. Вес воздуха

Во «Введении в изучение химии» знаменитого германского ученого Вильгельма Оствальда (русский перевод Н. А. Шилова, с. 10) читаем:

«Воздух при обыкновенных условиях нашей атмосферы приблизительно в 1200 раз менее плотен, чем вода, т. е. один грамм воздуха занимает 1200 кубических сантиметров или 1⅕ литра».

78. Воздух и пробка

У Нимфюра находим такое замечание в его известной книге «Воздухоплавание» (цитируем по переводу В. Ф. Найденова, с. 17):

«Плотность воздуха в 3000 с лишним раз меньше плотности пробки».

79. Плотность дроби

Из «Пособия для практических работ по физике» Н. С. Дрентельна[1] (изд. 1908 г., с. 53):

«Представим себе шар, вписанный в куб. Если куб заполнить шарами меньших размеров, то общий объем их останется тот же, как и одного вписанного шара, потому что

$$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{1}{n}\right)^3 \times n^3 = \frac{4}{3}\pi .$$

Следовательно, сумма объемов промежутков будет одна и та же, несмотря на размельчение, если только части остаются шаровидными. Так как объем шара, вписанного в куб, составляет $\frac{\pi}{6}$ или около 0,52 объема куба, то плотность свинцовой дроби, мелкой и крупной, — если бы дробинки были шарами — должна бы быть 11,37 × 0,52 = 5,9».

[1] См. комментарий на с. 383 (*примеч. ред.*).

80. Всемирное притяжение

Известный педагог К. Д. Ушинский в свои знаменитые хрестоматии («Родное слово» и «Детский мир», выдержавшие каждая более 100 изданий) включил и рассказы из естествознания. О всемирном притяжении читаем там следующее:

«Ньютон скоро заметил, что не одна Земля притягивает к себе все тела, но что всякое тело притягивает к себе другое. Если на спокойную поверхность воды, налитой на тарелку, бросить несколько маленьких легких тел, т. е. таких, которые притягиваются Землей не очень сильно, то все они мало-помалу сблизятся друг с другом».

81. «Нос»

В статье профессора И. Д. Ермакова о повести Гоголя «Нос» высказано следующее соображение:

«Нос пропал 25-го утром и ровно через две недели, снова в пятницу 7-го апреля, он появился на прежнем месте. Разница в две недели соответствует разнице между старым и новым стилем в 13 дней, — все событие произошло в одну ночь».

82. Скорость дождевых капель

В «Физике» профессора Н. В. Кашина, нашего выдающегося методиста этого предмета, имеются (первая ступень, год первый) следующие задачи:

«(94). С какой высоты упало тело, если в конце движения оно имело скорость $v = 45$ м/с?

(95) Какую скорость имеют дождевые капли у поверхности земли, если дождь идет из облака, находящегося на высоте $H = 900$ м?»

83. Горение в воздухе

В известном сочинении Фридриха Даннемана «Естественные науки, их развитие и связь» (не переведено), в т. I, с. 155, напечатано:

«Можно заставить — пишет Филон — воду подниматься вверх (в опрокинутый над водой сосуд). Это случится, если заключающийся в сосуде воздух будет выгнан движением огня. Вода поднимается до высоты, соответствующей количеству удаленного воздуха.

Что при этом — добавляет Даннеман — исчезает всегда одна и та же доля воздуха, ускользнуло от наблюдений древнего физика. Все же мы имеем уже здесь тот же опыт, который в XVIII столетии проделали Шееле и другие для доказательства того, что воздух состоит из двух различных газов».

84. Закон Архимеда в газах

В «Сборнике примеров и задач элементарной физики», составленном известным английским математиком Тодгентером, находим в числе прочих такие задачи (цитирую по русскому изданию 1887 г.):

«(407). Пробка взвешена на весах с помощью медных гирек; показать, что действительный вес пробки несколько более наблюдаемого.

(408). Кусок золота, помещенный в одной чашке точных весов, уравновешивают с куском пробки, помещенным в другой чашке. После этого пробку снимают, и чтобы уравновесить золото, на противоположную чашку весов кладут некоторое количество олова. Если теперь снимем золото и на его место положим тот же кусок пробки, будет ли и теперь существовать равновесие?»

(Ответов на эти задачи не дано.)

85. Задача о Земле во Вселенной

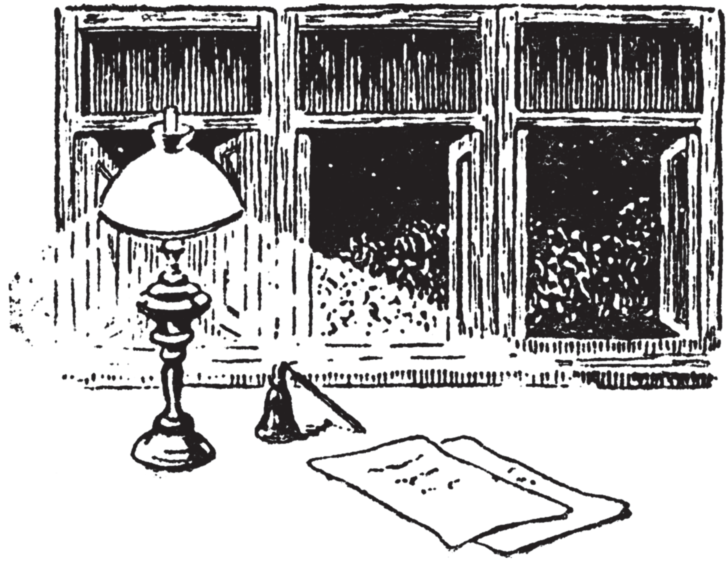
В недавно вышедшем «Собрании задач по физике» А. Бачинского имеется интересная задача (№ 153) такого содержания:

«Астрономы считают, что наша Солнечная система летит со скоростью около 17 километров в секунду по направлению к созвездию Лиры. Какие явления можно было бы заметить на Земле, если бы это движение было не равномерным, а ускоренным или замедленным?»

Ответ дается в сборнике такой:

«В случае движения ускоренного все тела казались бы более тяжелыми на стороне земного шара, обращенной к созвездию Лиры, и более легкими — на противоположной».

Верен ли ответ?




ТЕХНИКА-
МОЛОДЕЖИ
Орган ЦК ВЛКСМ
NO25
9
1936
Детиздат ЦК ВЛКСМ

К 1930-м гг. Я. И. Перельман стал уже настолько популярен, что публикуемые им материалы можно было не подписывать — читатели и так понимали, кто ведет для них рубрики под заглавием «Вопросы занимательной физики», «Вопросы занимательной математики» и т. п. Тем более — какой другой автор мог бы так интересоваться мнением подписчиков и чутко реагировать на их насущные запросы?

Просим читателей присылать в редакцию отзывы о помещаемом материале и указывать, насколько труден этот материал и какие вопросы необходимо еще затронуть в отделе «занимательных наук»...

Многие из этих задач и вопросов впоследствии вошли (в несколько измененном виде) в книги Якова Исидоровича «Знаете ли вы физику?», «Наука на досуге» и др.

86. Чудовищные давления

Можете ли вы одним пальцем произвести давление в 1 тысячу атмосфер? Может ли насекомое произвести давление в 100 тысяч атмосфер?

87. Дуновение и тяга

Что сильнее: напор воздуха, выдуваемого ртом, или тяга в заводской 40-метровой трубе?

88. Пар и ураган

Что больше: давление, производимое ураганом, или рабочее давление пара в цилиндре паровой машины?

89. На дне реки

Когда вода на дне глубокой реки теплее: летом или зимою?

90. Смертельный ток

Для человека электрический ток силою в 0,1 А считается безусловно смертельным. Но известно, что в осветительной сети проходит ток, в несколько раз сильнее 0,1 А. Вместе с тем он не убивает человека. Почему?

91. Самый тугоплавкий металл

Назовите самый тугоплавкий металл.

92. Нагревание стали

В пламени пожара сталь, как известно, не горит и не плавится. Почему же при пожаре обрушиваются стальные конструкции?

93. Движение паровоза

Почему паровоз прежде, чем потащить поезд вперед, осаживает состав немного назад?

94. Самый тяжелый и самый легкий металлы

Какой металл самый тяжелый и какой самый легкий?

95. Борьба с засухой

Одним из способов сохранения влаги в земле является частое разрыхление поверхностного слоя почвы на глубину около 2 см. Можете ли вы объяснить, почему такое разрыхление способствует удержанию в почве влаги?

96. Гондола стратостата

Гондола советского стратостата, т. е. высотного аэростата, имеет форму шара с поперечником в 240 см. Толщина стальных стенок этого шара составляет всего только 0,8 мм. Шар предназначается для подъема на такую высоту, где давление атмосферы в десять раз меньше нормального. Между тем внутри гондолы должен находиться воздух под обычным давлением. Следовательно, на большой высоте давление внутреннего воздуха будет распирать изнутри стенки гондолы с силою, равной 0,9 ат, т. е. 0,9 кг на каждый 1 см^2. Так как поверхность шарообразной гондолы содержит более сотни тысяч квадратных сантиметров, то не будут ли тонкие стенки разрушены этим огромным внутренним давлением?

97. Сила теплового расширения

Можно ли воспрепятствовать тепловому расширению металлического бруса или ртутного столба?

98. Наименьшее тепловое расширение

Какое вещество менее всего расширяется при нагревании?

99. Цвет водяного пара

Какого цвета водяной пар?

100. Скорость нагревания

Что требует больше времени: нагревание воды от 10° до 20° или — на том же очаге — от 90° до 100°?

101. Воздух в электролампочке

Сколько приблизительно молекул воздуха в пустотной электролампочке?

102. Аэростат

С аэростата, держащегося в воздухе неподвижно, свободно свешивается лестница. По ней снизу вверх стал взбираться человек. Куда при этом подвинется аэростат — вверх или вниз?

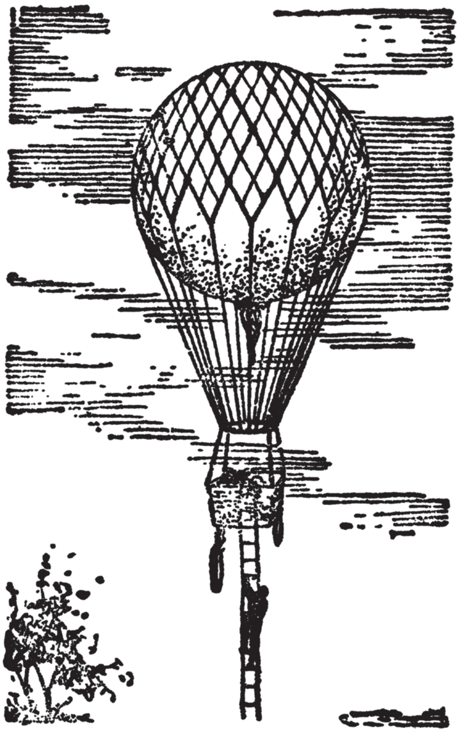


Рис. 260

103. Трение и смазка

Смазка, как известно, уменьшает трение. Можете ли вы сказать, во сколько примерно раз?

104. Бросок из вагона

Вы желаете из движущегося железнодорожного вагона выбросить стеклянную бутылку. В какую сторону нужно ее бросить, чтобы по возможности уменьшить опасность разбить ее при ударе о землю?

105. Модель моста

Умеете ли вы рассчитывать вес моста по весу его уменьшенной модели? Пусть, например, перед вами точная модель железнодорожного моста, сделанная из того же материала, что и сам мост. Модель весит 300 г и имеет длину, равную 1 м. Известно, что подлинный мост имеет длину, равную 1 км. Сколько весит подлинный мост?

106. Флаги аэростата

Аэростат относится ветром в северном направлении. В какую сторону протягиваются при этом флаги на его гондоле?

107. Провисание веревки

С какой силой надо натягивать веревку, чтобы она не провисала?

108. Нить накала

Когда мы рассматриваем нить накала электролампочки не под током, то она кажется настолько тонкой, что ее едва удается разглядеть. Между тем,

Рис. 261

когда лампочка зажигается, мы видим ту же нить утолщенной раз в десять. Почему?

109. Вода и свинец

Что больше сжимается под давлением — вода или свинец?

110. Нагревание паром

Можно ли довести воду до кипения, подогревая ее паром, температура которого равна 100°С?

111. Что дает больше тепла?

Что дает при сгорании больше тепла: килограмм березовых дров или килограмм столь же сухих осиновых?

112. Давление атмосферы

Атмосфера давит на все предметы близ земной поверхности с силою в 1 кг на 1 см^2. Так как поверхность человеческого тела равна 2 м^2, т. е. 20 000 см^2, то отсюда делают заключение, что общее давление атмосферы на наше тело составляет 20 000 кг, или 20 т. В книгах случается даже видеть рисунки, наглядно поясняющие этот вывод.

Считаете ли вы подобное утверждение правильным?

113. Почему снег белый

Почему снег белого цвета?

114. Подъем воды насосом

На какую высоту может поднять воду колодезный всасывающий насос?

115. Воздушный и водяной океаны

Чего на земном шаре больше (по весу) — воды или воздуха? Во сколько раз?

116. Ввод веревки в гондолу стратостата

Внутрь кабины советского стратостата был введен конец клапанной веревки, идущей извне, от шара. Необходимо было это устроить так, чтобы воздух из гондолы не мог пройти наружу через зазор между веревкой и краями отверстия — иначе воздухоплаватели погибли бы.

Как это следовало устроить?

117. Почему вода долбит камень

Говорят: «Вода долбит камень». Как вы это объясните? Ведь чтобы на поверхности камня оставить хотя бы малейший след, надо действовать телом, более твердым, чем камень. Но вода, конечно, не тверже камня. Как же может она долбить каменную породу?

118. Дым, пыль и туман

Какая разница между туманом, дымом и пылью?

119. Красный сигнал

Почему в железнодорожной практике для сигнала остановки выбран красный цвет?

120. Литр спирта в океане

Если в океан вылить литр спирта, то молекулы спирта распределятся через некоторое время равномерно по всей водной массе океана. Сколько приблизительно понадобится зачерпнуть в океане литров воды, чтобы выловить одну молекулу спирта?

121. Десятимиллионная доля грамма

Можно ли видеть невооруженным глазом одну 10-миллионную долю грамма вещества?

122. Увязший автомобиль

Чтобы вытащить увязший в выбоине автомобиль, прибегают к следующему приему. Привязывают автомобиль длинной прочной веревкой к дереву или к пню близ дороги так, чтобы веревка была натянута возможно туже. Затем тянут за веревку под прямым углом к ее направлению. Благодаря этому усилию автомобиль сдвигается с места. На чем основан описанный прием?

123. Мощность горящей папиросы

Поставим сначала такой вопрос: какова мощность горячей спички?

Это не вопрос-шутка, а вполне реальная задача из области физики. При горении развивается тепло, освобождается энергия. Сколько же джоулей энергии развивает горящая спичка в секунду? Другими словами, какова мощность горящей спички в ваттах? Ничего шуточного в постановке вопроса, как видите, нет.

Не надо думать, что энергия спички до смешного ничтожна.

Легко убедиться, что она далеко не так мала. Вот расчет: спичка весит около 0,1 г (это можно определить прямым взвешиванием, а при отсутствии чувствительных весов измерением ее объема, принимая удельный вес[1] спичечной соломки за 0,5 г). Теплотворную способность древесины примем равной 3000 малых калорий[2] на грамм. Легко определить по часам, что спичка сгорает секунд в 20. Значит, из 300 малых калорий (300 × 0,1), развивающихся при сгорании целой спички в одну секунду, появляется 300 : 20, т. е. 15 малых калорий. Каждая малая калория равна 4,2 джоуля; следовательно, мощность горящей спички равна:

$$4{,}2 \times 15 = 63 \text{ ватта.}$$

Значит, горящая спичка по мощности превосходит 50-ваттную электрическую лампочку.

Если вы правильно поняли произведенный сейчас расчет, попробуйте самостоятельно ответить на вопрос: какова мощность горящей папиросы?

Вот данные, необходимые для расчета: вес табака 0,6 г; теплотворная его способность 3000 малых калорий на грамм; время, в течение которого выкуривается папироса, 5 минут.

124. Провисание проволок

В какое время года телеграфные и телефонные провода провисают сильнее?

125. Движение яиц

Натуралисты утверждают, что с куриными яйцами за 1–2 дня до вылупления можно произвести такой опыт: если издать звук, похожий на тревожный крик курицы-матери, то яйца начинают катиться в сторону. Как это

---

[1] Я. П. использует здесь техническую систему единиц (МКГСС) — систему единиц измерения, в которой основными единицами являются метр, килограмм-сила и секунда. В наши дни МКГСС все еще продолжает использоваться на ряде промышленных предприятий (*примеч. ред.*).

[2] *Калория* — внесистемная единица количества теплоты; в нашей стране продолжает применяться в промышленной области. В Международной системе единиц СИ 1 калория точно равна 4,1868 Дж. Я. П. использует здесь и далее термины «малая калория», или «м. калория» (она соответствует современной калории) и «большая калория», или «б. калория» (она соответствует современной килокалории, 1000 калорий) (*примеч. ред.*).

объяснить с точки зрения механики, т. е. каким образом цыпленок, находясь внутри яйца, может заставить его катиться?

126. Луна и облака

Народное поверье утверждает, что под лучами луны легкие облачка тают. В летнее время это поверье часто оправдывается. Как объяснить подобное действие лунного света?

127. Стрельба по воде

Открытый ящик с парафинированными стенками длиной в 20 см и шириной 10 см налит водой до высоты 10 см. В ящик стреляют из ружья, и он разносится в щепки, а вода превращается в облако мелкой пыли.

Рис. 262

Чем объяснить подобное действие выстрела?

128. Вставая со стула

Вставая со стула, человек либо подается туловищем вперед, либо подвигает ноги под стул; без таких движений подняться со стула нельзя.

Почему?

129. Дым

Почему дым из трубы поднимается вверх?

130. Капли дождя

Почему капли дождя круглые?

131. Как ледокол ломает лед

Как ледокол ломает лед?

132. Сырое и вареное яйцо

Как, не разбивая скорлупы, отличить вареное яйцо от сырого?

133. На краю стола

Шар положен на край стола, плоскость которого перпендикулярна к отвесу. Останется ли шар в покое при отсутствии трения?

Рис. 263

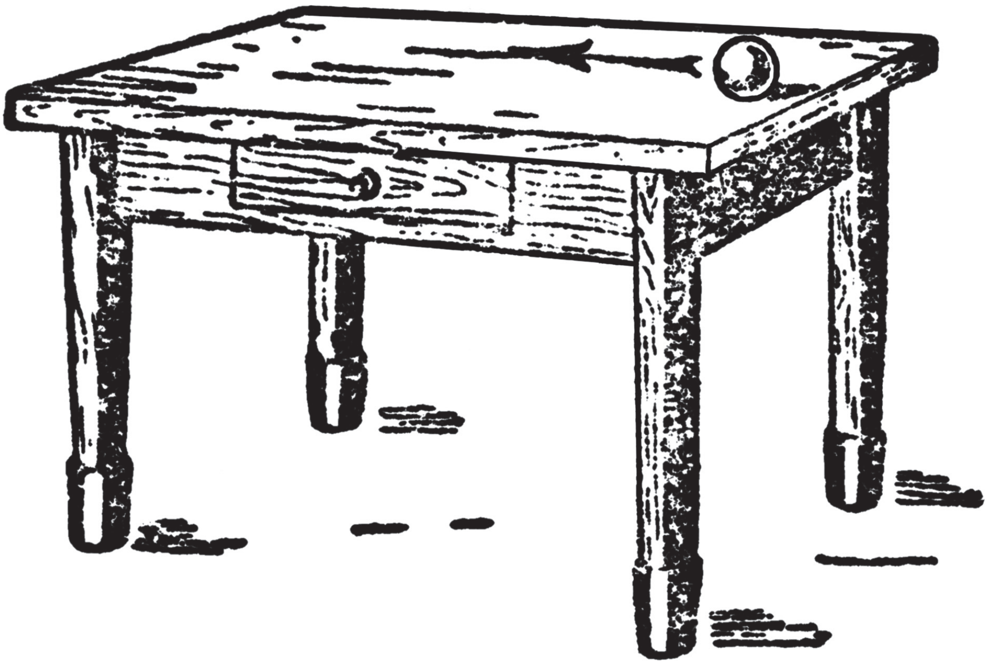


Рис. 264

134. Стаканы для лимонада

Почему для лимонада часто употребляют стаканы с толстым дном? Почему их делают такими и почему они не годятся для чая?

135. Магнитный сплав

Существует ли металл, намагничивающийся сильнее, чем железо?

136. Задача Джека Лондона

Следующее место романа Джека Лондона «Маленькая хозяйка большого дома» дает материал для геометрического расчета.

«Посередине поля возвышался стальной шест, врытый глубоко в землю. С верхушки шеста, к краю поля тянулся трос, прикрепленный к трактору. Механики нажали рычаг, и мотор заработал.

Машина сама двинулась вперед, описывая окружность вокруг места, служившего ее центром.

— Чтобы окончательно усовершенствовать машину, — сказал Грэхем, — вам остается превратить окружность, которую она описывает, в квадрат.

— Да, на квадратном поле пропадает при такой системе очень много земли.

Грэхем произвел некоторые вычисления, затем заметил:

— Теряется примерно 3 акра из каждых 10.

— Не меньше».

Математическая проверка показывает, что расчет автора неверен, теряется меньше 0,3. Выполните правильный расчет.

137. Ящик

Крышка прямоугольного ящика заключает 120 квадратных сантиметров. Передняя его стенка содержит 96 квадратных сантиметров, а боковая — 80 квадратных сантиметров.

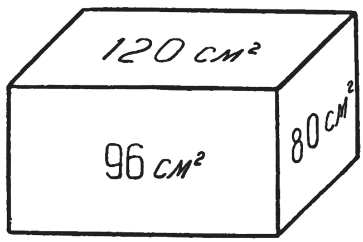


Рис. 265

Можно ли, пользуясь этими данными, установить размеры ящика в длину, в высоту и в ширину?

138. Бег и ходьба

Чем отличается бег от ходьбы?

139. Две свечи

В квартире внезапно погас электрический свет: перегорел предохранитель. Я зажег 2 свечи, предусмотрительно заготовленные на письменном столе, и занимался при их свете, пока повреждение сети не было исправлено.

На другой день понадобилось установить, сколько времени квартира оставалась без тока. Я не заметил, в котором часу прекратилось освещение и в котором оно возобновилось. Не знал я также и первоначальной длины свеч. Я помнил только, что свечи были одинаковой длины, но разной толщины: толстая из тех, которые сгорают целиком в 5 часов, тонкая — в 4 часа. Обе свечи были зажжены мною впервые. Остатков свечи я не нашел — домашние их выбросили.

— Огарки были малы, не стоило хранить, — объяснили мне.

— Не вспомните ли хотя бы, какой они были длины?

— Разной. Один в 4 раза длиннее другого.

Больше мне ничего не удалось узнать. Приходилось ограничиться перечисленными сведениями и по ним установить продолжительность горения свеч.

140

Когда восемь молодых людей, оказавшиеся в одном вагоне, познакомились между собой и разговорились, решено было скоротать время математическими фокусами и головоломками.

— Я могу предложить арифметический фокус, в котором примут участие все здесь присутствующие, — заявил Григорьев.

— Что же это: отгадывание задуманного числа? — спросил Васильев.

— Да, один из вас задумает, а остальные помогут мне отгадать.

— Отгадывание тогда интересно, когда отгадчик ничего не спрашивает, — заметила Гончарова.

— Обещаю не задавать ни одного вопроса.

— И все-таки отгадаете?

— И все-таки отгадаю,

— Но ведь это невозможно! — усомнилась Лабутина. — Как сможете вы тогда узнать задуманное число?

— Я и не буду его знать, — последовал неожиданный ответ.

— Это любопытно: отгадчик не знает того, что он отгадал!

Все заинтересовались.

— Пусть кто-нибудь задумает любое двузначное число, — начал Григорьев.

— Нуль разрешается брать?

— Можно брать и нуль.

— Хорошо, задумала! — воскликнула Гончарова.

— Запишите это число на листке блокнота и передайте блокнот вашему соседу, Афанасьеву. А вы, товарищ Афанасьев, припишите к задуманному числу справа такое же число. Сделано?

— Готово. Составилось четырехзначное число.

— Прекрасно! Передайте его Лабутиной; она должна к этому числу приписать справа задуманное число еще раз.

— Сделано. Получилось шестизначное число.

— Правильно! — сказал Григорьев. — Вручите блокнот вашему соседу, и пусть он разделит это шестизначное число на 7.

— Легко сказать, а если не разделится? — возразил сосед.

— Не беспокойтесь, поделится без остатка.

— Вам, стало быть, известно, какое у нас число?

— Нет, не известно, да и не будет известно. Кончили деление?

— Остатка в самом деле не получилось. Передать блокнот дальше?

— Передайте, и пусть сосед ваш, Васильев, разделит полученное вами число на 13.

— Тоже не легче! А как поступить с остатком?

— Если правильно разделите, остатка не будет.

— Нельзя быть уверенным... Впрочем, поделилось без остатка. Передаю дальше.

— Хорошо. А вы, Кондратьев, разделите результат на 3.

— Сейчас... Сумма цифр кратна трем. Все в порядке, разделится без остатка.

— Иначе и быть не может. Кончили? Теперь попрошу Петрова разделить результат на 37.

— Ну и делитель выбрали! Уверен, что без остатка не обойдется.

— А я уверен в обратном. Не ошибитесь только в выкладках. Сделано?

— Остатка нет, вы правы.

— Больше делить не нужно. Кто задумал число? Вы, Гончарова? Посмотрите, какое число получилось у Петрова после деления: это и будет то самое число, которое вы задумали. Правильно?

— Отгадали! — удивленно воскликнула девушка.

Все были изумлены. Потребовали повторения. Фокус был проделан вторично, потом в третий раз, в четвертый. Менялись загадчики, но отгадывание удавалось с неизменным успехом. Особенно интриговало всех то, что какое бы ни задумывалось число, вся серия делений проходила каждый раз без остатков. Выбирали нарочно числа потруднее: 41, 73, 89 — и все же деление удавалось без остатков, а задуманное число отгадывалось безошибочно.

В чем секрет фокуса?

141. Как Торричелли опроверг то, что «природа боится пустоты»

Этот опыт обычно описывается во всех учебниках физики, и очень часто описывается так:

«Торричелли взял стеклянную трубку длиной несколько больше 80 см, запаянную с одного конца, наполнил ее доверху ртутью и, закрыв плотно отверстие пальцем, опрокинул ее и погрузил в сосуд со ртутью, и т. д.».

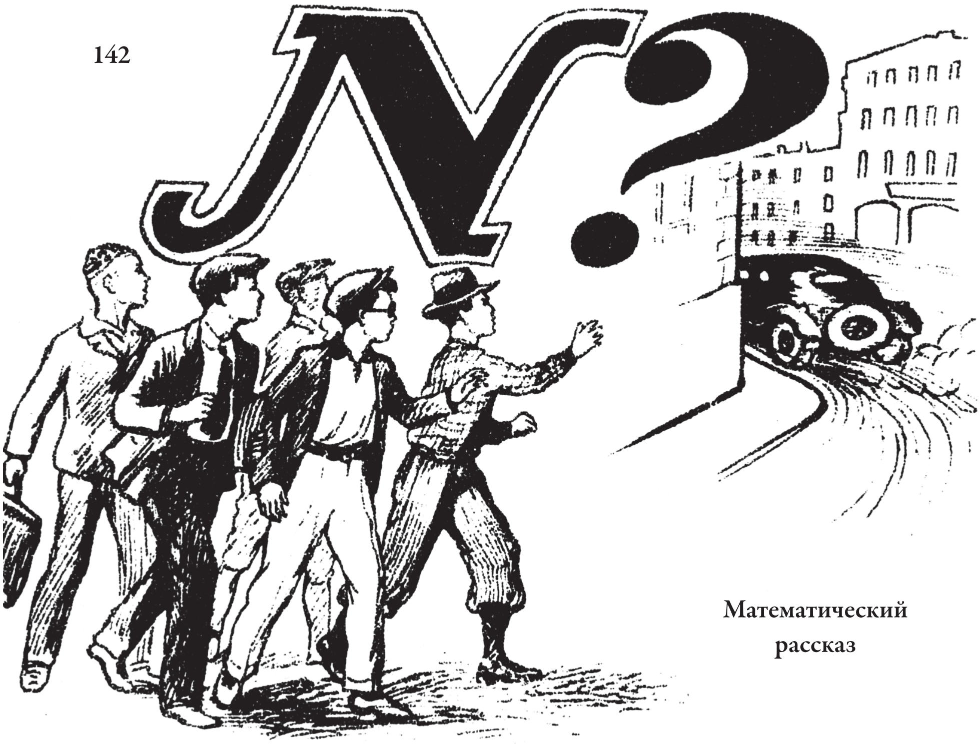
В действительности дело обстояло совсем не так. Во времена Торричелли производство опытов требовало больших затрат. Для опыта Торричелли нужна была непременно стеклянная трубка. В то время нельзя было ее купить в магазине. Можно было только заказать ее специально на стекольном заводе.

Торричелли, ожидая очень важных результатов от своего опыта, где ртуть должна была бы измерить атмосферное давление (таким образом получилась бы «пустота»), пишет об этом в письме к своему другу Вивиани, который жил около больших стекольных заводов и имел достаточные средства. Вивиани и был первым физиком, который произвел опыт Торричелли, и все произошло так, как ожидал сам Торричелли. Торричелли нужно было показать, что в трубке вверху действительно получилась пустота. Для этого впоследствии, когда ему удалось достать стеклянную трубку и ртуть, он произвел другой опыт.

Мы пока не опишем здесь результатов этого опыта. Укажем только, что Торричелли налил поверх ртути в чашке воду, после того как ртуть установилась в трубке и указывала величину атмосферного давления. И затем начал тихо поднимать трубку со ртутью.

Что при этом произошло? Напишите нам об этом и дайте свои объяснения.

142



Математический рассказ

Пятеро студентов математического отделения, весело беседуя, вышли после лекций из университета. Они не подозревали, что через несколько минут будут единственными свидетелями несчастного случая, и поэтому беспечно и невнимательно смотрели на быстро мчавшийся по улице автомобиль.

Развив недозволенную скорость, машина сшибла с ног переходившую дорогу женщину с ребенком и, пользуясь возникшей суматохой, не сбавляя хода, скрылась, провожаемая негодующими взглядами пятерых студентов.

Через несколько дней все пять студентов были вызваны к следователю в качестве свидетелей. Однако назвать номер умчавшегося автомобиля никто из них не мог: они не помнили этого числа.

— Не вспомните ли хоть некоторые цифры? Первые? Последние? — допытывался следователь. — Для нас важно всякое указание.

Но ни одна цифра не всплывала в памяти обескураженных молодых людей, хотя все пятеро видели номер машины и даже, по свойственной математикам привычке, успели подметить некоторые его особенности.

Следователь попросил сообщить ему их математические наблюдения, и секретарь записал эти показания.

Вот они:

1-й свидетель. Номер составлен из шести различных цифр.
2-й свидетель. Первые три цифры — квадрат целого числа.
3-й свидетель. Последние три цифры — куб целого числа.
4-й свидетель. Средние две цифры выражают число простое.
5-й свидетель. Номер делится без остатка на три.

Никаких других сведений о номере скрывшейся машины собрать не удалось.

— Нечего сказать, хитроумную вы задали мне задачу! — сказал в недоумении следователь, перечитывая эти показания. — Ни одной конкретной цифры, только отвлеченные математические особенности. Извольте по таким признакам найти преступника! Для этого надо быть математиком, а не юристом. Квадраты и кубы совсем не по моей части...

Вдруг следователя осенила счастливая мысль.

— Ба! — воскликнул он. — Ведь здесь собралось полдесятка почти готовых математиков! Вот что, молодые люди, попробуйте решить эту задачу сами. Я не математик и, кроме бумаги и карандашей, ничем снабдить вас не могу. Но мне кажется, что дело это не безнадежное и что установить номер скрывшейся машины вам удастся.

Студенты ретиво взялись за работу. Оставим их на время за этим занятием, подробный отчет о котором будет дан в следующем номере журнала.

А пока пусть наши читатели попытаются сами справиться с этой задачей и обнаружить номер скрывшегося автомобиля.

ЗАДАЧИ ДРЕВНИХ ИНДУССКИХ МАТЕМАТИКОВ

От индусов европейская культура позаимствовала тот способ обозначения чисел, которыми мы пользуемся теперь. Чтобы оценить все удобства этого способа, попробуйте, например, перемножить 42 на 87, написав их поримски: XLII на LXXXVII. Таблица умножения поможет мало. Вот почему индусский способ обозначения чисел, где значение цифры зависит от того, на каком месте она находится, следует рассматривать как замечательное событие в истории арифметики.

Индусы интересны кроме того теми задачами, которые они предлагали в школах. По обычаю того времени все правила и задачи предлагали в стихах. Вот одна из таких задач в переводе В. И. Лебедева:

143. Задача о лотосе

Над озером тихим с полфута размером
Высился лотоса цвет.
Он рос одиноко. И ветер порывом
Отнес его в сторону. Нет
Боле цветка над водой,
Нашел же рыбак его ранней весной
В двух футах от места, где рос.
Итак, предложу я вопрос:
Как озера вода
Здесь глубока?

Решите эту задачу и пришлите нам решение.

144. Теорема Пифагора о нечетном числе

Пифагор, живший в VI в. до нашего летоисчисления, главным образом известен доказательством теоремы о прямоугольном треугольнике. К сожалению, доказательство, данное Пифагором, не дошло до нас. Пифагор доказывал теорему иначе, чем в «Началах Евклида», пример из которых обычно приводится в учебниках по геометрии. По всей вероятности, первоначальное доказательство заключало в себе рассмотрение различных частных случаев. На прилагаемых здесь чертежах даны доказательства для двух частных случаев: для равнобедренного прямоугольника, треугольника и для так называемого египетского треугольника (стороны 34 и 5): 25 = 16 + 9.

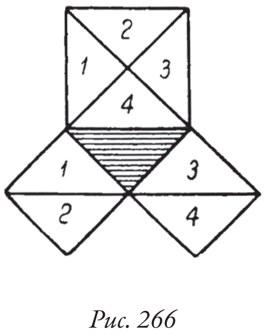


Рис. 266

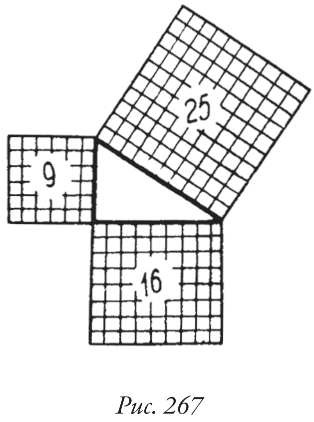


Рис. 267

Пифагор как математик интересен кроме того тем, что он доказывал геометрически много теорем арифметики.

Попробуйте геометрически показать, что «всякое нечетное число есть разность двух квадратов». Например, 5 равно 9 без 4, 7 есть разность 16 и 9 и т. д.

Наука и Жизнь

Журнал для самообразования

1936

ОНТИ

6

И в этом журнале Я. И. Перельман остался верен себе — новый раздел с лаконичным заглавием

Задачи

предварялся воззванием к подписчикам:

Редакция обращается с просьбой ко всем любителям задач включиться активно в нашу работу.

Товарищи! Посылайте известные вам новые, оригинальные и красивые задачи и головоломки. Шлите решения наших задач.

Лучшие решения будут печататься и учитываться при конкурсах.

145. Две лодки

Две лодки на озере приближаются к пристани, причем оба лодочника подтягивают их с помощью веревки. Противоположный конец веревки одной лодки привязан к столбу пристани. Противоположный конец веревки другой лодки находится в руках матроса на пристани, который тянет веревку к себе. Усилия всех троих одинаковы.

Одновременно ли причалят лодки к пристани?

Рис. 268

146. Масштаб карты

Карта земных полушарий в атласе изображена в виде кругов диаметром 13 см. В каком масштабе изображены материки на этой карте?

147. Два парохода

1. Два парохода идут по реке в одну сторону с различными скоростями. В тот момент, когда они поровнялись, с каждого парохода брошена была в воду пустая бутылка. Спустя четверть часа пароходы повернули обратно и с прежними скоростями направились к покинутым бутылкам.

Который из пароходов дойдет до бутылки раньше — быстрый или медленный?

2. Решить ту же задачу при условии, что пароходы шли первоначально навстречу один другому.

148. Кошки в темноте

Верен ли буквальный смысл существующей на многих языках пословицы «В темноте все кошки серы»?

149. В полумраке

В рассказе А. П. Чехова «Письмо» читаем такие строки:

> «Сквозь опущенные шторы сюда не проникали солнечные лучи, было сумеречно, так что все розы в большом букете казались одного цвета».

Верно ли подмечено Чеховым исчезновение цветовых различий в полумраке?

150. Мгновенное распространение света

1) Действие оптических приборов

Как изменилось бы действие оптических приборов и человеческого глаза, если бы свет распространялся (в пустоте и в материальной среде) мгновенно?

2) Восход Солнца

Как при мгновенном распространении света изменился бы момент восхода Солнца для земного наблюдателя? Рассмотреть вопрос с двух точек зрения:

а) Солнце неподвижно, земной шар вращается вокруг своей оси;

б) земной шар неподвижен; Солнце обходит вокруг него в 24 часа.

151. Разбивка на подкомиссии

Одна из комиссий горсовета состоит из 40 депутатов. Она должна разбиться на 7 подкомиссий, причем (для избежания разделения голосов поровну) требуется, чтобы в каждой подкомиссии было нечетное число членов.

Составьте несколько проектов такой разбивки депутатов на подкомиссии с соблюдением указанных требований.

152. Тень стратостата

Диаметр оболочки стратостата «С-ОАХ-1»[1], когда она раздувалась в шар, достигал 32 м. Озаренный солнечными лучами шар отбрасывал в воздухе коническую тень, как планета в мировом пространстве. Какова длина конуса тени стратостата?

153. Зеркало

На вопрос «Можно ли видеть водяной пар?» большинство читателей, вероятно, догадается ответить, что водяной пар, в правильном понимании этого слова, невидим, и что обычно ошибочно именуемый «паром» белый дым — не пар, а мельчайшие капельки конденсированного пара, т. е. туман.

Однако, как ответите вы на такой вопрос:

«Можно ли видеть зеркало?»

154. Как срезать?

Эта древняя, но малоизвестная задача принадлежит александрийскому математику III в. н. э. Паппу и представляет собой 5-е предложение 8-й книги его сочинения «Математический сборник». Она состоит в следующем.

От прямоугольной доски *ABCD* (рис. 269) требуется отрезать треугольник *AMD* так, чтобы оставшаяся часть доски, будучи подвешена за точку *M* (рис. 270), сохраняла горизонтальное направление стороны *DC*. Как разыскать точку *M*?

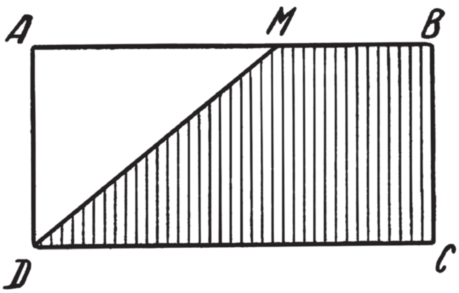


Рис. 269

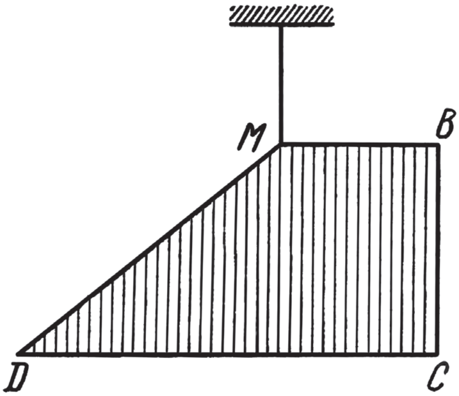


Рис. 270

[1] *«С-ОАХ-1»* («Осоавиахим-1») — стратосферный аэростат, построенный в Советском Союзе, на котором 30 января 1934 г. был установлен рекорд высоты: «ОАХ-1» впервые в мире сумел достичь высоты 22 км над уровнем моря. Полет завершился катастрофой при снижении. Стратонавты Федосеенко Павел Федорович (1898–1934), Васенко Андрей Богданович (1899–1934) и Усыскин Илья Давыдович (1910–1934) были посмертно награждены за этот полет орденами Ленина, высшей наградой СССР. Урны с прахом героев захоронены в Кремлевской стене (*примеч. ред.*).

155. Задача о догадливой вороне

Старинный рассказ о «догадливой вороне», фигурировавший раньше в школьных хрестоматиях, состоит в следующем. Вороне, страдавшей от жажды, попался узкий кувшин, в нижней части которого имелась вода. Однако достать до воды клювом ворона не могла. Тогда она стала бросать в кувшин камешки и накидала их столько, что уровень воды поднялся до краев, и птица смогла утолить свою жажду.

Предположим, что вода налита была в кувшине ниже его половины. Поднялась ли она, благодаря уловке вороны, до его краев?

Какого размера камешки бросала ворона?

156. Признак делимости на 11

Общеизвестный признак делимости на 11 состоит в следующем: находят разность между суммою цифр, занимающих четные места в числе, и суммою цифр, занимающих нечетные места. Если эта разность делится на 11 (или равна нулю), то и испытуемое число кратно 11.

Один школьник нашел другой, более удобный признак делимости на 11. Надо, утверждает он, разбить число справа налево на грани по две цифры в каждой: в крайней грани слева может быть и одна цифра. Числа, выражаемые гранями, складывают. Если полученное число делится на 11, то и испытуемое число кратно 11. Например, число 12 419 кратно 11, потому что сумма его граней $1 + 24 + 19 = 44$ кратна 11.

Всегда ли верен этот признак делимости?

157. Суфлерская будка

Обращали ли вы внимание на то, что суфлерская будка во всех театрах имеет стандартную форму? Почему театральная техника так упорно придерживается этом случае неизменного образца, не пытаясь внести в него никакого разнообразия?

158. О среднем расстоянии

1. Внутри равностороннего треугольника найти точку, среднее расстояние которой от всех сторон фигуры наименьшее.
2. Такую же точку найти внутри правильного пятиугольника.

159. Вес груза на самолете Юмашева

11 сентября 1936 г. летчик Юмашев[1] поднял на высоту 8100 м груз в 5 т, поставив этим мировой рекорд. Сколько весил поднятый груз на достигнутой летчиком рекордной высоте?

---

[1] *Юмашев Андрей Борисович* (1902–1988) — генерал-майор авиации, Герой Советского Союза; установил 3 мировых авиационных рекорда грузоподъемности на самолете ТБ-3 (20 сентября 1936 г. — максимальный груз в 12 тонн) (*примеч. ред.*).

160. Два пешехода

Предлагаемую задачу надо решить арифметически, т. е. не прибегая к составлению уравнения.

Двое рабочих, старик и молодой, вышли из одного дома и направились на завод. Старик делал 5 километров в час, молодой 6 километров в час. Молодой пришел на завод 18 минутами раньше старика. Сколько километров от дома до завода?

161. В поисках билета

Некто А. просил двоих своих приятелей достать ему билет на концерт. Вероятность того, что каждый из двух приятелей в отдельности добудет билет, равна $1/10$. Какова вероятность, что А. попадет на концерт?

162. Простые числа

1. Существуют ли три последовательных числа, каждое из которых простое?

2. Может ли от сложения двух простых чисел получиться также простое число?

163. Бильярдные шары

Сто сорок лет тому назад[1] был составлен учебник физики, автором которого являлся молодой тогда преподаватель «физики и красноречия» в Невской семинарии М. М. Сперанский, впоследствии известный государственный деятель. Просматривая это сочинение, во многих отношениях любопытное, я наткнулся на задачу, которую и предлагаю дальше в несколько измененной редакции.

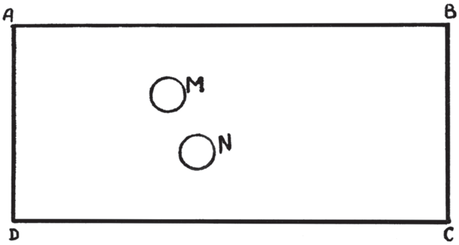


Рис. 271

На бильярдном столе *ABCD* (см. рис. 271) лежат шары *M* и *N*. По какому направлению нужно пустить шар *N*, чтобы, отразившись от бортов *DC* и *AD*, он ударил шар *M*?

164. Поездка

В 9 часов по местному времени из города *A* выехал автомобиль и прибыл в *B* в 9 часов 20 минут по местному времени. В 10 часов местного времени он отправился в обратный путь и вернулся в *A* в 10 часов 30 минут местного времени. Как велико расстояние между городами, если скорость автомобиля 60 км/ч?

[1] Задача была предложена в 1937 г. (*примеч. ред.*).

165. Жидкая струя

Цилиндрический сосуд, поставленный на свое основание, наполнен жидкостью. На каком уровне надо сделать в его стенке отверстие, чтобы струя била из него возможно дальше? Сопротивлением воздуха пренебречь.

166. Знаете ли вы арифметику?

Испытайте, сильны ли вы в школьной арифметике, попробовав ответить на дюжину следующих не вполне обычных вопросов:

1. Существуют ли два целых числа, сумма которых 13, а произведение 12?
2. Существуют ли два числа, сумма которых 1, а произведение 0,25?
3. Может ли произведение трех целых чисел равняться их сумме?
4. Существуют ли два числа, при перемножении которых получается 18, и столько же получается при делении большего из них на меньшее?
5. Укажите признак делимости на 33.
6. Укажите признак делимости на 27.
7. Назовите все простые числа первого десятка.
8. Может ли простое число быть суммой двух составных?
9. Может ли простое число быть суммою двух также простых чисел?
10. Число, написанное по десятичной системе счисления, делится без остатка на 3. Будет ли оно делиться на 3, если выразить его в восьмеричной системе? А в пятеричной?
11. Можно ли 50 орехов разложить на 7 кучек так, чтобы в каждой было нечетное число орехов?
12. Можно ли 8 яблок разделить поровну между 15 школьниками, не разрезая ни одного из яблок больше чем на 5 частей?

Речь идет в этом отделе не о знании всей обширной области современной геометрии с многочисленными ее разветвлениями, а лишь о том элементарном курсе, который проходится в наших школах. Правильнее было бы поэтому озаглавить этот отдел «Знаете ли вы школьную геометрию?» От традиционных задач учебной книги предлагаемые здесь вопросы отличаются не особенной трудностью (напротив, задачи по существу не трудны), а только своею необычностью, нешаблонностью. В последовательности вопросов также намеренно не выдерживается учебная систематичность. Читателям дается возможность *проверить, достаточно ли овладели они школьным курсом геометрии, чтобы, свободно распоряжаясь приобретенными знаниями, справиться со сравнительно легкими задачами нерутинного типа, предлагаемыми вразбивку.*

167. Геометрические термины

Кто ввел у нас в употребление геометрические термины: квадрат, диаметр, градус, синус?

168. Четырехугольные дощечки

Чтобы проверить, имеют ли четырехугольные дощечки квадратную форму, группа паркетчиков пользовались восемью различными приемами:

один убеждался в том, что все четыре стороны дощечки равны;

другой, — что равны диагонали;

третий, — что диагонали делят друг друга пополам;

четвертый, — что диагонали равны и делят друг друга пополам;

пятый, — что диагонали равны и взаимно перпендикулярны;

шестой, — что все четыре стороны дощечки равны, а диагонали взаимно перпендикулярны;

седьмой, — что все четыре стороны дощечки равны, а диагонали делят друг друга пополам;

восьмой, — что все четыре стороны дощечки равны, а диагонали взаимно перпендикулярны и делят друг друга пополам.

Какие из этих восьми способов действительно достигали цели и что, собственно, устанавливалось остальными приемами?

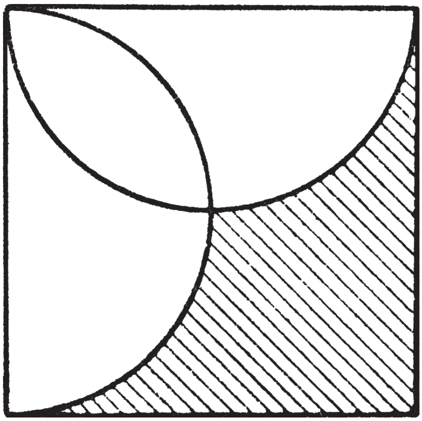


Рис. 272

169. Какая доля площади?

Какую долю площади квадрата фигуры (рис. 272) составляет ее заштрихованный участок?

170. Треугольник из спичек

Из 30 спичек, не ломая их, сложите прямоугольный треугольник.

171. Таинственная линия

Может ли существовать линия, которая, не представляя собою окружности, обладает тем свойством, что все точки ее одинаково удалены от одной точки?

172. Расхождение сторон угла

На какое примерно расстояние расходятся стороны угла в 1' в ста метрах от вершины?

173. Фигура лунного серпа

Какими кривыми ограничена фигура лунного серпа?

174. Дуга или диаметр?

Ответьте устно: что больше — дуга в 120° или диаметр?

175. Подобны ли?

Подобны ли внутренний и внешний треугольники в фигуре чертежного треугольника (рис. 273)?

Подобны ли внутренний и внешний прямоугольники в фигуре рамки (рис. 274)?

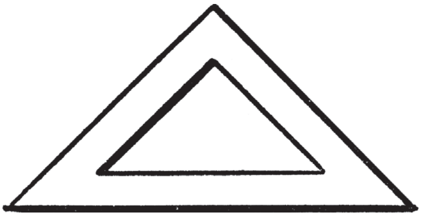


Рис. 273

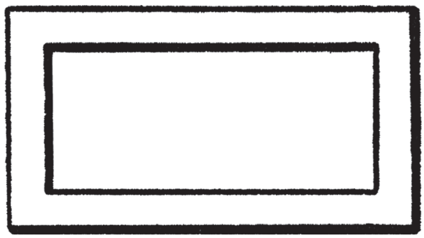


Рис. 274

176. Сколько градусов в дуге?

Через середину радиуса проведена перпендикулярная к нему хорда. Сколько градусов в стягиваемой ею дуге?

177. Вписать крест

Как в данный круг вписать крест, составленный из пяти квадратов (рис. 275)?

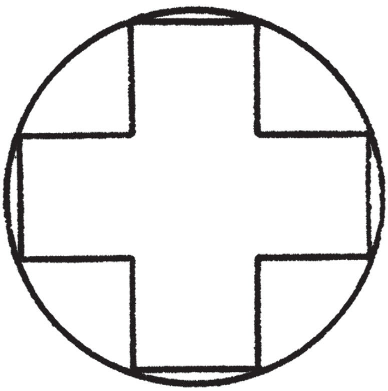


Рис. 275

178. Станция «Северный полюс»

Когда дрейфующая льдина, несущая станцию «Северный полюс», переходила (11 августа 1937 г.) из западного полушария Земли в восточное, широта местонахождения льдины была 87° 36′. Сколько морских миль[1] отделяло в этот момент станцию от точки Северного полюса?

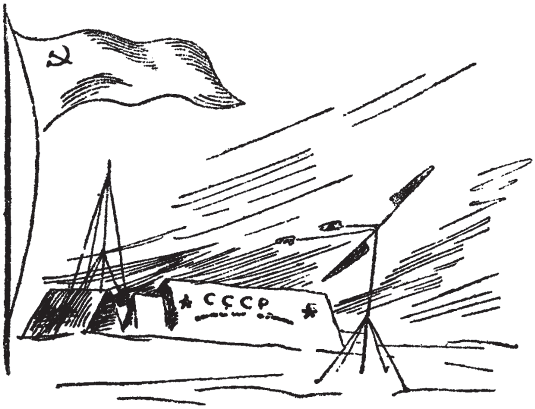


Рис. 276. К вопросу 178

179. С завязанными глазами

Герой Советского Союза комбриг Спирин[2] в статье «Штурманы» («Известия ЦИК» от 23 мая 1937 г.) сообщил о следующем любопытном наблюдении:

«На гладком зеленом аэродроме были выстроены сто будущих летчиков. Всем им завязали глаза и предложили идти прямо вперед. Люди пошли... Сперва они шли прямо; потом одни стали забирать вправо, другие — влево, постепенно начали делать круги, возвращаясь к своим старым следам».

Чем объяснить столь странное поведение испытуемых?

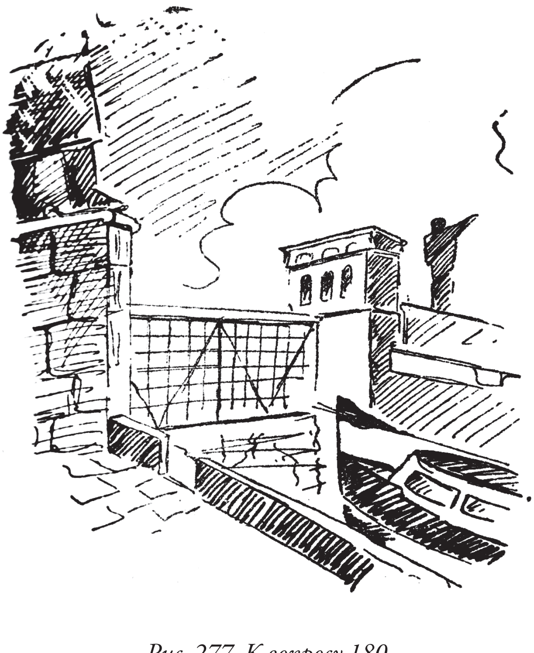


Рис. 277. К вопросу 180

180. Два монумента

Вход в канал Волга—Москва украшен двумя гранитными монументами со статуями Ленина и Сталина. Длина ступни каждой статуи достигает примерно 2½ м. Определить приблизительно вес каждой статуи. Удельный вес гранита 2,6 г в 1 см^3.

---

[1] Здесь и далее 1 морская миля = 1852 м (*примеч. ред.*).

[2] *Спирин Иван Тимофеевич* (1898–1960) — генерал-лейтенант авиации; в 1937 г. дважды участвовал в экспедициях на Северный полюс, высадил с самолета на льдину участников дрейфующей станции «Северный полюс-1» (папанинцев) (*примеч. ред.*).

Рис. 278. К вопросу 182

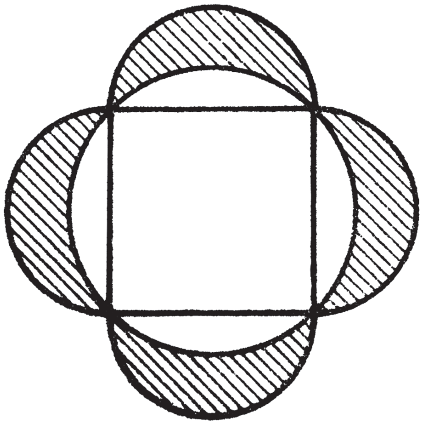


Рис. 279

181. Точки пересечения

Каково наибольшее возможное число точек пересечения пяти окружностей?

182. Тень от воздушного шарика

Найти длину конуса полной тени, отбрасываемой в лучах Солнца детским воздушным шариком, диаметр которого 15 см.

183. Объемы шара и куба

Во сколько раз объем шара больше объема вписанного в него куба?

184. Общая площадь

Чему равна общая площадь четырех равных заштрихованных участков этой фигуры (см. рис. 279)? Радиус окружности, описанной около квадрата, 10 см.

185. Освещение земного шара

Освещает ли Солнце больше или меньше половины земного шара? А Луна?

(Землю считать геометрическим шаром; преломления световых лучей в земной атмосфере не принимать во внимание.)

186. Загадочная линия

Можно ли начертить линию, которая, не будучи прямой, обладает тем свойством, что все точки ее удалены одинаково от данной прямой?

187. Равноудаленная прямая

Через данную точку A провести прямую, равноудаленную от двух других данных точек и лежащую в плоскости чертежа.

188. Сумма углов треугольника

Не опираясь на постулат о параллельных, докажите, что если сумма углов треугольника есть величина постоянная, то она равна двум прямым углам.

189. Верны — неверны

Какие из следующих утверждений верны и какие неверны?

a) всякая прямая, перпендикулярная к вертикальной, горизонтальна;

b) всякая прямая, перпендикулярная к горизонтальной, вертикальна;

c) в вертикальной плоскости нельзя провести горизонтальной линии;

d) в горизонтальной плоскости нельзя провести вертикальной линии;

e) в наклонной плоскости нельзя провести ни горизонтальной, ни вертикальной линии;

f) через вертикальную прямую нельзя провести горизонтальной плоскости;

g) через горизонтальную прямую нельзя провести вертикальной плоскости;

h) через наклонную прямую нельзя провести ни горизонтальной, ни вертикальной плоскости.


Знание — сила
8
август
1937
ДЕТИЗДАТ ЦК ВЛКСМ

Читатели журнала «Знание — сила» (в первые годы его существования — в основном подростки, интересующиеся техникой) — с удовольствием находили в свежих номерах заголовок

Проверь свои знания!

Задачи, публикуемые здесь Я. И. Перельманом, были не только интересны сами по себе, но и хорошо проиллюстрированы — в 1930-е гг. с журналом сотрудничали многие талантливые, самобытные художники.

А победителям «Конкурса задач и головоломок», проводившегося в 1938–1939 гг., полагались призы — целые библиотечки книжных новинок, изданных Детиздатом!

190. Что получится?

Какой длины получится полоска, если приставить вплотную, один к одному в ряд все миллиметровые квадратики одного квадратного метра?

И какой высоты получится столб, если поставить друг на друга все миллиметровые кубики одного кубометра?

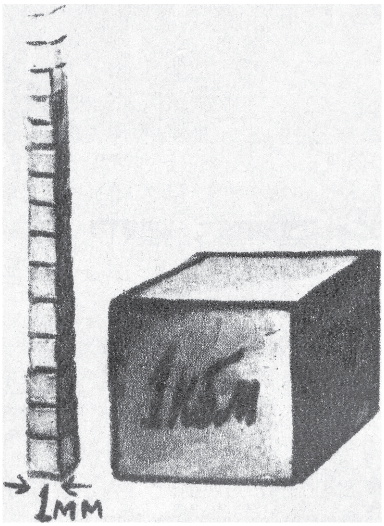


Рис. 280. К вопросу 190

Рис. 281. К вопросу 191

191. Конная тяга

Одна лошадь, впряженная в повозку, тянет с силою 50 кг. С какой силою будут тянуть повозку пять таких лошадей, запряженных вместе?

192. Откуда стреляли?

Агент уголовного розыска при осмотре квартиры обнаружил в оконном стекле круглое отверстие, пробитое пулей. Необходимо установить, с какой стороны был произведен выстрел: с улицы в комнату или из комнаты на улицу?

Можно ли определить это по наружному виду отверстия?

193. Жуки и пауки

Пионер собрал в коробку пауков и жучков — всего 8 штук. Он пересчитал, сколько ног в коробке; оказалось — 54 ноги.

Сколько же в коробке пауков и сколько жучков?

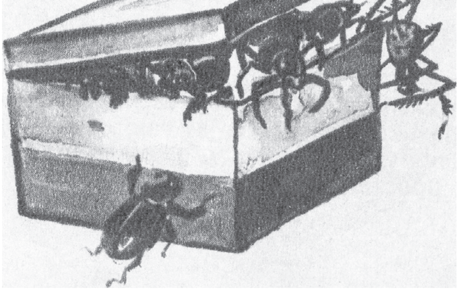


Рис. 282. К вопросу 193

Рис. 283. К вопросу 194

194. Круги на воде

Мы все не раз бросали камни в воду и следили за кругами, которые при этом расходились на гладкой поверхности воды. А случалось ли вам сравнивать между собою круги на стоячей воде озера с кругами текучей воды реки? В обоих ли случаях образуются совершенно правильные круги?

195. Трактор

Известно, что тяжелый гусеничный трактор хорошо держится на таком рыхлом грунте, в котором увязают ноги лошадей и даже людей. Чем это объяснить?

Рис. 284. К вопросу 195

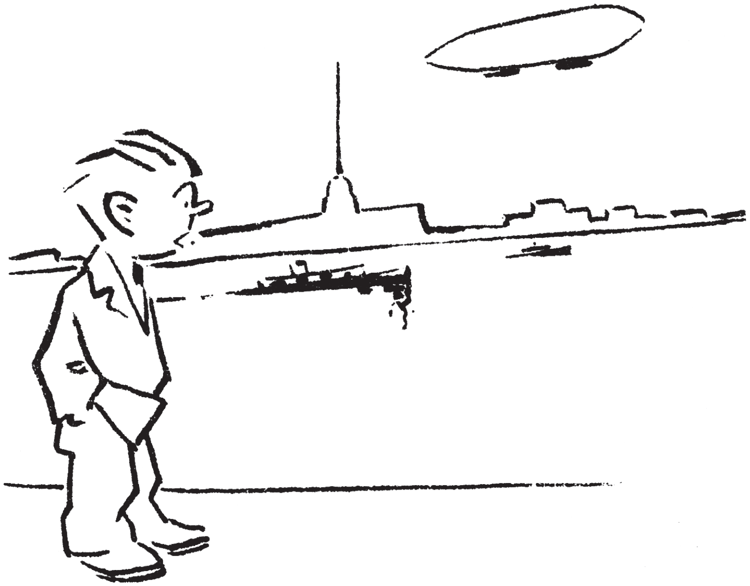


Рис. 285. К вопросу 196

196. Дирижабль

Из Ленинграда вылетел прямо на *север* дирижабль. Пролетев в северном направлении 500 км, он повернул на *восток*. Пролетев в эту сторону 500 км, дирижабль сделал новый поворот — на *юг* — и прошел в южном направлении 500 км. Затем повернул на *запад* и, пройдя 500 км, спустился.

Где расположено место спуска дирижабля относительно Ленинграда: к западу, к востоку, к северу или к югу?

197. Железнодорожные билеты

На железной дороге 25 станций. Необходимо, чтобы пассажиры могли покупать билеты для проезда от любой станции до всякой другой станции той же дороги в обоих направлениях.

Рассчитайте, сколько различных образцов билетов нужно для этого заготовить?

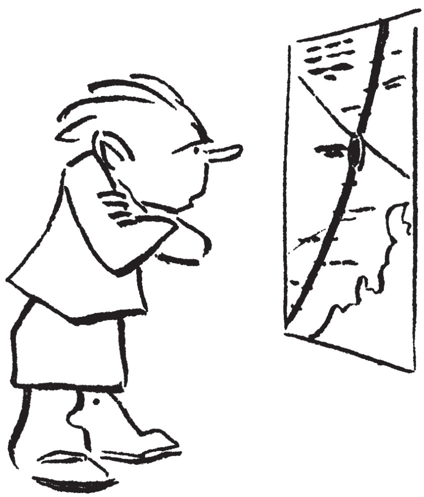


Рис. 286. К вопросу 197

198. Четырьмя единицами

Какое самое большое число можете вы написать четырьмя единицами?

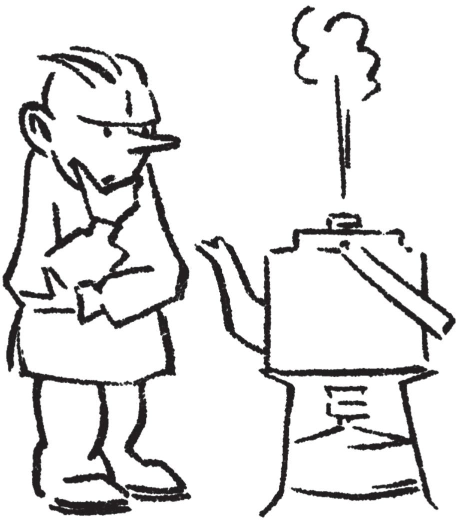


Рис. 287. К вопросу 199

199. Крышка чайника

В крышке чайника имеется дырочка для пропуска пара. При нагревании крышка, как известно, расширяется во всех направлениях. Может ли крышка быть нагрета так, чтобы дырочка от расширения окружающего вещества совсем закрылась?

200. В бинокль

Вы стоите на взморье и следите в бинокль за лодкой, которая приближается прямо к берегу. Бинокль увеличивает в 3 раза. Во сколько раз увеличится для вас скорость приближающейся лодки?

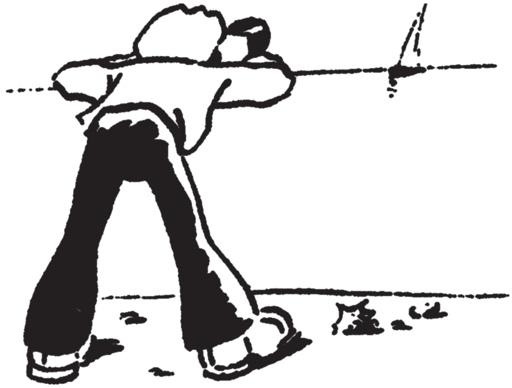


Рис. 288. К вопросу 200

Рис. 289. К вопросу 201

201. Игра в мяч на пароходе

Двое играют в мяч на идущем пароходе. Один стоит на корме, другой — у носа. Кому труднее добросить до партнера мяч: стоящему на корме или стоящему у носа?

202. Три числа

Существуют ли три таких целых числа, которые, будучи сложены, дают столько же, сколько дают, будучи перемножены?

203. Скорость поезда

Железнодорожники утверждают, что всякий поезд проходит в час втрое больше километров, чем встречает ежеминутно телеграфных столбов. Сидя у окна вагона с часами в руке, вы, пользуясь этим правилом, можете легко и удобно определить скорость своего поезда.

Но верно ли само правило?

Чтобы облегчить ответ, напомним, что вдоль железной дороги телеграфные столбы расставляются через каждые 50 м.

Рис. 290. К вопросу 203

Рис. 291. К вопросу 204

Рис. 292. К вопросу 208

204. В вагоне

Поезд идет со скоростью 36 км/ч. Находясь в вагоне этого поезда, вы подпрыгнули вверх и продержались в воздухе одну секунду. Опуститесь ли вы на то же место, откуда подпрыгнули, или нет? Если на другое место, то куда оно ближе — к передней или к задней стенке вагона?

205. Пробка

В бутылку с водою попал кусочек пробки. Он свободно мог бы пройти через ее горлышко, но при наклонении и опрокидывании бутылки выливающаяся вода почему-то не выносит этого кусочка пробки; он покидает бутылку только с последней порцией воды.

Почему?

206. Самые короткие теоремы

В геометрии есть теоремы, которые исчерпывающе можно выразить тремя словами.

Назовите две такие теоремы.

207. Фазы Луны

В ночь с 7 на 8 ноября 1938 г. будет лунное затмение.

В какие числа ноября 1938 г. Луна будет видна на небе в форме полукруга?

208. Груз на блоке

Я достаточно силен, чтобы поднять с пола груз в 100 кг. Для удобства я хочу тянуть его за веревку, перекинутую через неподвижный блок, который укреплен под потолком.

Какой величины груз смогу я тогда поднять?

209. Барометр в ракете

Вообразите, что в ракете, посланной в межпланетный полет, имеется ртутный барометр.

Как установится ртуть в этом барометре, когда прекратится работа двигателя и ракета будет свободно нестись в мировом пространстве?

210. На перроне вокзала

Стоя на перроне вокзала, я наблюдал за проносившимся мимо поездом. Я подсчитал, что от того момента, когда со мной поровнялся паровоз, до того, как мимо меня прошел последний вагон, прошло 6 секунд. Мимо перрона же поезд двигался 26 секунд. Длина перрона 240 м.

Какой длины поезд и с какой скоростью он шел?

211. Через полюс

Когда советские герои-летчики совершали перелет из Москвы в Америку через Северный полюс, вращались ли они вместе с земным шаром вокруг его оси?

212. Шесть томов

На полке рядом стоят шесть томов одного обширного сочинения, содержащие по одинаковому числу страниц. Через все тома проходит общая нумерация страниц.

Сумма номеров всех первых и всех последних страниц шести томов равна 9222.

Сколько страниц в каждом томе?

213. Зерна пороха

Какую форму надо придать зернам пороха, чтобы в начале сгорания поверхность их не уменьшилась, а увеличилась?

214. Необычайное доказательство пифагоровой теоремы

Пользуясь этим чертежом, не проводя никаких новых линий, докажите пифагорову теорему (напомним, что теорема Пифагора гласит: «Сумма площадей квадратов, построенных на катетах прямоугольного треугольника, равна площади квадрата, построенного на его гипотенузе»).

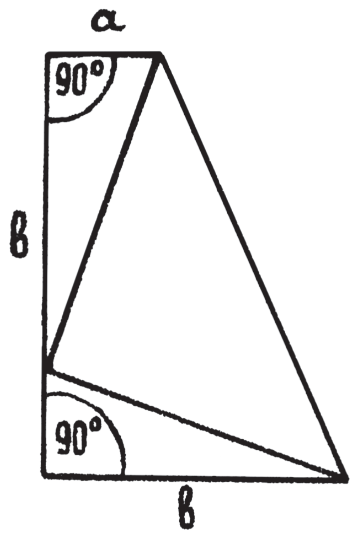


Рис. 293. К вопросу 214

215. В парке

Беседки в парке расставлены так, что каждая из них соединена отдельными дорожками со всеми остальными.

Всех дорожек 28.

Сколько в парке беседок?

216. Чашки

В магазине продаются чашки трех сортов: по 3 руб., по 5 руб. и по 7 руб. штука.

Я купил 7 чашек трех сортов на сумму 41 рубль.

Сколько куплено мною чашек каждого сорта?

217. Сколько в книге страниц?

Чтобы перенумеровать страницы книги, потребовалось 2787 цифр.

Сколько в книге страниц?

218. Модель Эвереста

Можно ли на глобусе диаметром в 2 м изобразить в соответствующем масштабе рельеф земной поверхности, т. е. все ее горы, плоскогорья, низменности?

Какой была бы в этом случае высота самой высокой горы мира — Эвереста?

219. Две оси глобуса

Если экваториальная ось глобуса, т. е. ось его, проходящая в плоскости экватора, равна 2 м, то насколько короче должна быть его полярная ось?

220. Складчина

Мальчик, показав свои деньги другому мальчику, предложил ему купить конфет вскладчину.

— Если к моим деньгам ты прибавишь половину твоих, — ответил второй мальчик, — то мы сможем купить килограмм конфет. А если к твоим деньгам я прибавлю половину моих, то мы сможем купить таких же конфет два килограмма.

Сколько денег было у второго мальчика?

221. Три сечения

Существует ли правильный многогранник, который может дать при пересечении с плоскостями три разные фигуры — треугольник, ромб и правильный шестиугольник?

222. Зачеркнуть три цифры

Перед вами ряд чисел:

4 7 10 13 16.

Требуется зачеркнуть три цифры, выбрав их так, чтобы сумма оставшихся чисел составляла 23.

Сделать это можно несколькими способами. Сколькими?

223. Сотая степень

Найдите последние две цифры числа 676^{100}.

224. Четырехзначное число

Число 1089 обладает любопытным свойством: если число это умножить на 9, получится результат, состоящий из тех же четырех цифр, но только переставленных в обратном порядке. В самом деле:

$$1089 \times 9 = 9801.$$

Найдите четырехзначное число, цифры которого изменяют свой порядок на обратный при умножении не на 9, а на 4.

225. Угол в одну минуту

На какое расстояние расходятся друг от друга стороны угла в 1' в 100 м от вершины? (Можно удовольствоваться приближенным ответом.)

Рис. 294. К вопросу 225

226. Последние цифры

Найдите последние двадцать цифр произведения:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots . \times 98 \times 99.$$

227. Найти число

Если к девяти прибавить квадрат некоего числа, то в сумме получим это же самое число, но ушестеренное. Какое это число?

228. Число волос

Можно ли найти на всем земном шаре двух людей, имеющих одинаковое количество волос на голове?

229. Ледовая разведка

Вообразите, что летчик, покинув Северный полюс, отправился в ледовую разведку на юг, придерживаясь Гринвичского меридиана. Пролетев 300 км, летчик повернул на восток и, сделав в восточном направлении 400 км, возвратился кратчайшим путем на Северный полюс.

Сколько всего километров пролетел летчик?

230. Велосипедист

Велосипедист при попутном ветре делает 1 км в 3 минуты.

При езде против того же ветра он делает 1 км в 4 минуты.

Во сколько времени делает он 1 км при отсутствии ветра?

231. Игра в крестики

Двое играли в крестики, пользуясь квадратом из 100 клеток. Ряды брали как поперечные, так и диагональные. В итоге игры один игрок взял 96 крестиков. Сколько крестиков взял другой?

232. Удельный вес

Удельным весом всякого тела принято называть число, показывающее, во сколько раз данное тело тяжелее или легче воды, взятой в таком же объеме, как и это тело[1].

Так, удельный вес железа равен 7,8; это значит, что 1 см^3 железа в 7,8 раза тяжелее 1 см^3 воды. Может, однако, случиться, что удельный вес железа, определенный по сравнению с водой, окажется значительно меньше 7,8. В каком случае это произойдет?

233. Почтовая посылка

Какой формы должен быть прямоугольный ящик для почтовой посылки, чтобы на его обшивку, при данном его объеме, пошло возможно меньше материала?

234. Кто придет раньше?

Двое друзей одновременно отправились из пункта *A* в пункт *B*. Один из них шел пешком, а другой ехал поездом. В середине пути поезд потерпел аварию, и пассажиры его продолжали путь на волах. Волы двигались со скоростью вдвое меньшей, чем пешеход. Кто из обоих друзей первый прибыл в пункт *B*?

235. Глубина пруда

В середине круглого пруда растет тростник. Он выступает над уровнем воды на 1 м. Если его нагнуть, он коснется берега, причем вершина его будет выдаваться над берегом на ½ м. Ширина пруда — 10 м.

Какова его глубина?

---

[1] Это верно лишь в отдельных случаях; более строго, удельный вес — физическая величина, которая определяется как отношение веса вещества к занимаемому им объему (*примеч. ред.*).

236. Последовательные числа

Четыре последовательных целых числа дают в произведении 1680. Найдите эти числа.

237. Разделить число

Разделите число 10 на две такие части, разность которых будет равна 5.

238. Кубы и кубики

Из сотни одинаковых кубиков надо составить несколько больших кубов с таким расчетом, чтобы их получилось возможно меньшее количество. Остающиеся единичные кубики также включаются в счет кубов.

Два школьника, которым предложена была эта задача, решали ее так.

Первый соорудил 12 кубов по 8 кубиков каждый. Если сюда присчитать оставшиеся 4 единичных кубика, то окажется, что им было составлено всего 16 кубов.

Другой составил 1 куб из 27 кубиков и 9 кубов по 8 кубиков каждый. Присчитав оставшийся 1 кубик, найдем, что им было составлено всего 11 кубов.

Каково будет ваше решение?

239. Двадцать девять точек

Здесь изображен случай деления чисел, в котором все цифры, кроме одной, заменены точками.

```
......|...
....  |.8.
------
  ...
  ...
  ---
  ....
  ....
  ----
```

Найдите числа, над которыми производится это деление.

240. Банка в воде

Эта банка, погруженная в воду открытым концом вниз, стремится всплыть вверх, как только отнимают руку. Можно ли ее погрузить на такую глубину, чтобы она не смогла уже подняться на поверхность?

Рис. 295. К вопросу 240

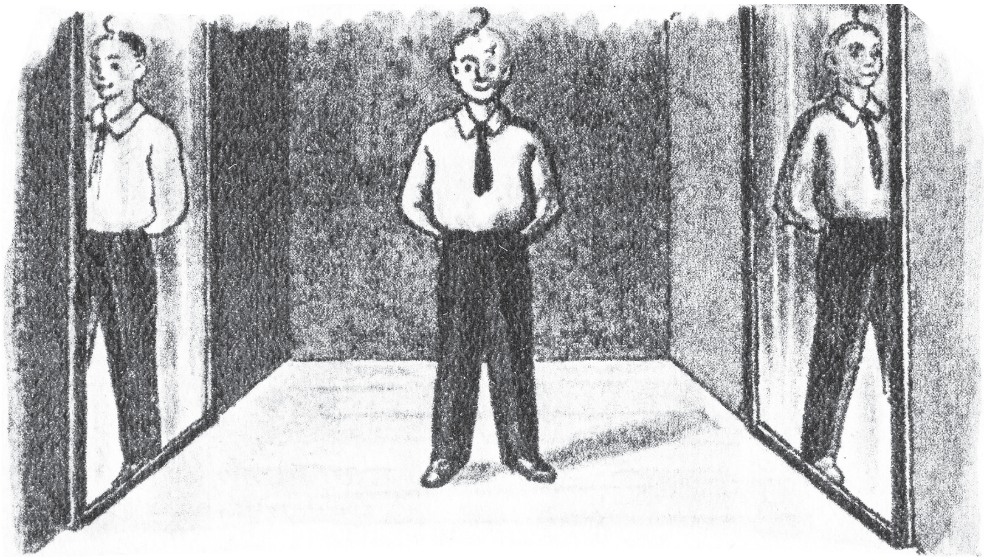


Рис. 296. К вопросу 241

241. Два зеркала

Что произойдет, если мальчик подвинется ближе к одному из зеркал? Уменьшится или увеличится кажущееся расстояние между обоими изображениями мальчика в зеркалах? Другими словами, сойдутся или разойдутся оба эти изображения?

242. Графин с водой

На нашем рисунке изображен графин с водой, стоящий у окна на столе. Может ли этот графин, наполненный водой, стать причиной пожара?

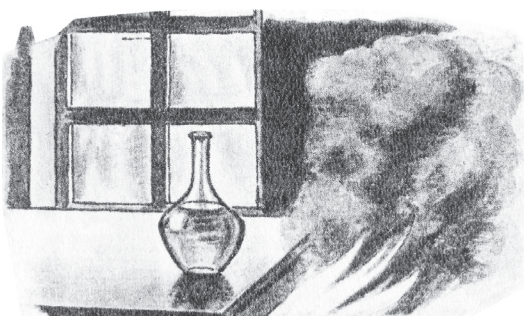


Рис. 297. К вопросу 242

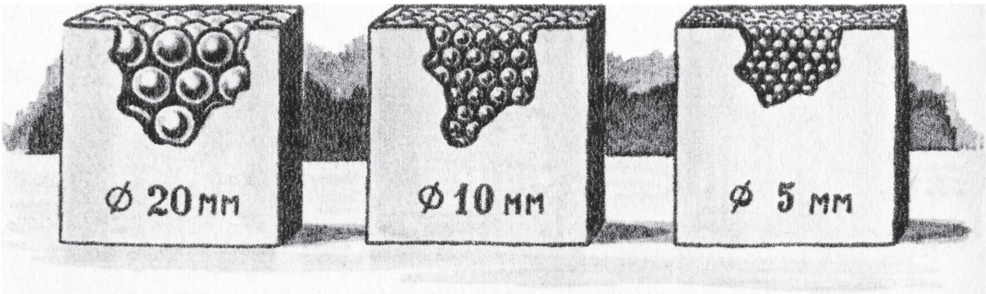


Рис. 298. К вопросу 243

243. Стальные шарики

Эти три ящика совершенно одинаковы по размеру и по форме (куб). В первый ящик насыпаны стальные шарики диаметром в 5 мм, во второй — диаметром в 10 мм, а в третий — диаметром в 20 мм.

Весят ли все ящики с шариками одинаково?

Рис. 299. К вопросу 244

244. На катке

Два мальчика катались на коньках. Один из них взял кусок льда и бросил его вперед, так что этот кусок полетел по воздуху. Другой мальчик взял точно

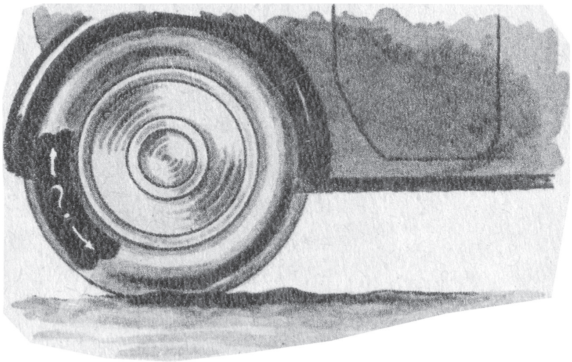


Рис. 300. К вопросу 245

такой же кусок льда и пустил его вперед с такой же точно силой, как и первый мальчик, но не но воздуху, а по льду.

Какой кусок льда полетит дальше?

245. Воздух в автомобильной шине

Что происходит с воздухом в шине во время движения автомобиля? Движется ли воздух внутри шины, или же он вращается с такой же скоростью, как и шина и, следовательно, остается неподвижным относительно нее? Если воздух движется внутри шины, то как именно: в том же направлении, в котором вращается колесо, или в обратном?

246. Два сосуда

Имеются два сосуда одинакового объема, но разной формы. Чтобы погрузить их на одну и ту же глубину, надо давить на них с одинаковой силой или с различной? Если с различной, то на какой сосуд надо давить сильнее: на узкий и длинный или же на широкий и короткий?

Рис. 301. К вопросу 246

247. Песочные часы

На одной из чашек точных весов стоят песочные часы. Песок из верхней половины часов пересыпается в нижнюю. Определенное число песчинок в каждый данный момент находится в воздухе и не оказывает давления на дно нижнего сосуда. Спрашивается, будут ли песочные часы весить во время пересыпания песка столько же, сколько они весят тогда, когда весь песок находится уже в нижнем сосуде?

248. Вентилятор и мороженое

Сильная струя воздуха, идущая от вентилятора, несет летом прохладу и свежесть. Можно ли этой струей охладить кусок мороженого? Удастся ли таким образом дольше сохранить его в твердом виде?

249. Будет ли раздавлено яйцо?

Под поршнем, на который давит тяжесть автомобиля, находится вода, а в воде лежит сырое куриное яйцо. Выдержит ли яйцо вес автомобиля, или же оно будет раздавлено?

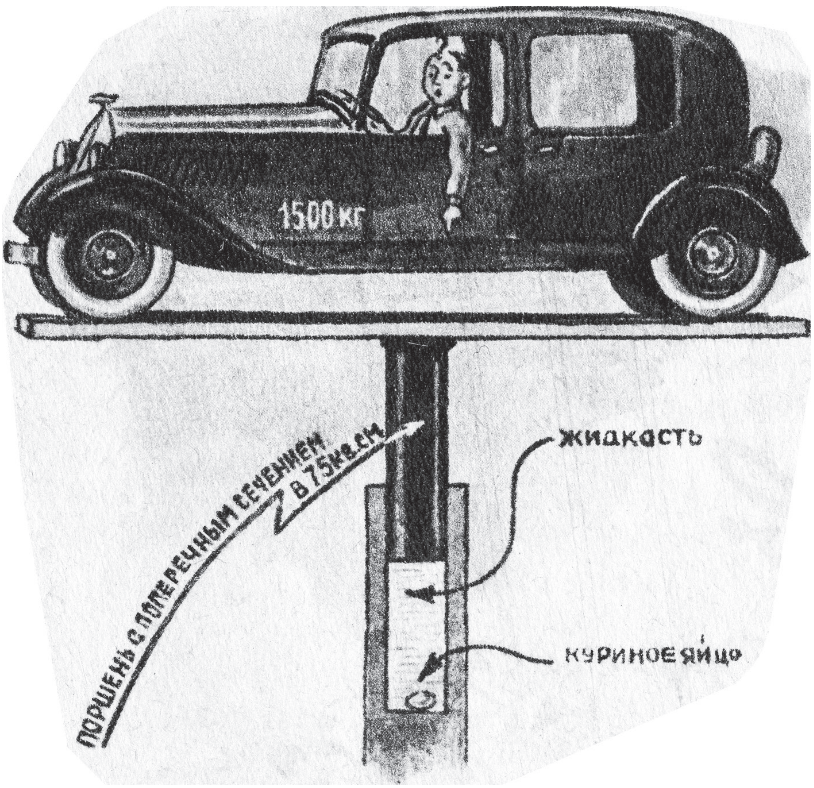


Рис. 302. К вопросу 249

250. На вращающейся платформе

Этот мальчик держит в каждой руке по кирпичу. Платформа, на которой он стоит, вращается с равномерной скоростью.

Что произойдет, если мальчик опустит обе руки: ускорится ли вращение платформы, замедлится ли оно, или скорость его останется прежней?

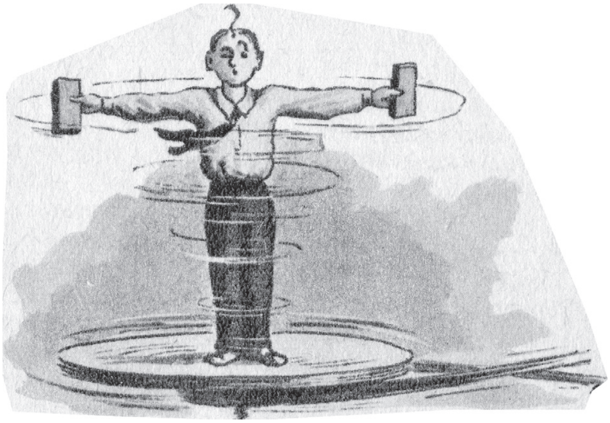


Рис. 303. К вопросу 250

251. Артиллерийские задачи

1. Снаряд 76-миллиметровой пушки весит 6½ кг. Сколько весит снаряд 420-миллиметровой пушки, если он сделан из того же металла и имеет такую же форму, как и 76-миллиметровый снаряд?

2. При выстреле в энергию вылетающего снаряда превращается только часть (примерно треть) энергии, выделяющейся при сгорании порохового заряда. Куда девается остальная энергия?

3. Известно, что чем длиннее снаряд, выбрасываемый из пушки, тем дальше он летит (при одной и той же начальной скорости). Почему это так?

4. Почему нельзя стрелять очень длинными снарядами, хотя дальность полета тем больше, чем снаряд длиннее?

5. Почему при стрельбе химическими снарядами, содержащими жидкие отравляющие вещества (ОВ), меткость меньше, чем при стрельбе обычными снарядами, начиненными твердыми взрывчатыми веществами?

6. Почему химические снаряды нельзя наполнять жидкими ОВ дополна, не оставляя воздушного промежутка?

КОСТЁР
9

ЦК ВЛКСМ ИЗДАТЕЛЬСТВО ДЕТСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 1939

В ленинградском журнале для пионеров и школьников «Костер» Я. И. Перельман печатался нечасто — все-таки журнал отличался ярко выраженной литературно-художественной направленностью. Однако в январском выпуске за 1937 г. целая страничка была посвящена перельмановским занимательным задачам, уже снискавшим любовь и уважение читателей всех возрастов.

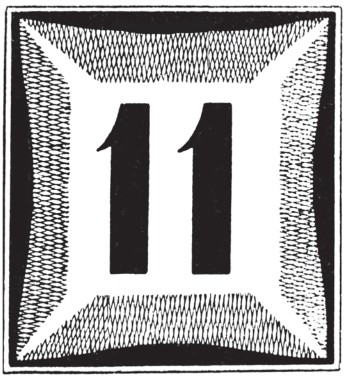
252. Отгадывание чисел

Задумайте число меньше 10 (только не 0). Умножьте его на 37; будьте внимательны при вычислении, чтобы не ошибиться. То, что получилось, умножьте на 3.

У вас составилось число из трех цифр. Последнюю цифру зачеркните; остальное разделите на то число, которое вы первоначально задумали. Если все это проделано вами правильно, деление должно выполниться нацело.

Я могу назвать число, которое у вас получилось:

ЧИСЛО



Откуда я это знаю, если то, что вы сейчас прочли, написано было мною еще месяц назад? И почему у всех читателей «Костра» получается одинаковый итог, хотя задумывали они разные числа?

—

Вторично проделаем фокус отгадывания на иной лад. Задумайте число из *двух* цифр. Припишите к нему — не прибавьте, а именно *припишите* — снова то же самое число; у вас составится число из 4 цифр. Разделите его на то, что вы первоначально задумали. Делите осторожно: это такой случай деления, в котором легко ошибиться. Остатка не будет, а в частном вы получите число из 3 цифр. Сложите все эти три цифры вместе.

У ВАС ПОЛУЧИЛОСЬ

Если нет, то проверьте ваши выкладки и убедитесь, что ошиблись вы, а не я.

В этих фокусах нет ни чуда, ни обмана. Догадайтесь, на чем они основаны.

253. Рыбья голова

Рыба имеет в длину 80 сантиметров. Без головы она на полметра длиннее ее головы. Какова длина головы?

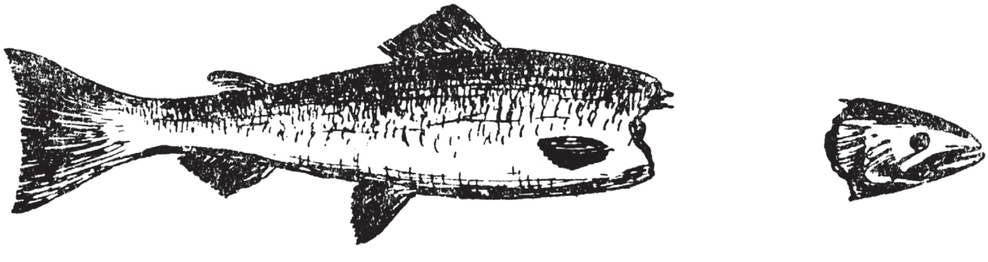


Рис. 304

254. Два числа

Если два целых числа сложить, составится 7. Если числа эти перемножить, получится 6.

Что это за числа?

255. Игра в шашки

Четверо играли в шашки. Каждый играл 3 раза. Сколько партий было сыграно?

Рис. 305

256. Трехногий стол

Четырехногий стол с неравными ногами часто качается на плоском полу. Может ли качаться трехногий стол, если у него ноги неравной длины?

Рис. 306

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

1. Три игрока

Третий игрок проиграл третью партию и удвоил количество денег каждого, после чего у всех стало по 24 руб. Следовательно, после второй игры, проигранной вторым игроком, они имели: первый — 12 руб., второй — 12 руб., третий — 48 руб. Но перед этим первый игрок и третий удвоили свои деньги, так как проиграл второй. Значит, раньше первый имел 6 руб., а третий — 24 руб., второй же игрок им отдал из своих денег 30 руб. Итак, после первой игры они имели: первый — 6 руб., второй — 42 руб., третий — 24 руб. Но перед этим проиграл первый, а второй и третий игроки, значит, имели только половины вышеуказанных сумм. Следовательно, первый, проиграв, отдал им из бывших у него денег 33 рубля.

Итак, перед началом игры игроки имели:

первый — 39 руб., второй — 21 руб., третий — 12 руб.

2. Разрезать квадрат

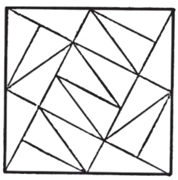


Рис. 307

Допускаются и другие решения.

3. Расположить цифры

Разложим цифры сначала так, как указано на рис. 308. Вслед за тем положим на незанятые места единицу под 5, 9 над 5, 3 — слева, а 7 — справа от 5, и получим такое расположение цифр, которое требуется задачей (рис. 309).

Этот прием с надстройкой применим ко всякому квадрату *с нечетным* количеством клеток.

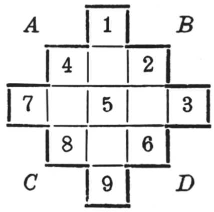


Рис. 308

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Рис. 309

4. Памятная книжка фабриканта

По условию, вся вырученная сумма очевидно не превышает 10 000 руб. Значит, число проданных кусков не более 203. Последняя цифра неизвестного числа кусков должна быть такова, чтобы она, будучи умножена на 6, давала бы произведение, оканчивающееся на 8; такая цифра может быть или 3, или 8. Положим, что последняя цифра неизвестного числа кусков равна 3. Стоимость трех кусков равна 14 808 коп. Вычитая это число из всей вырученной суммы, мы получим число, оканчивающееся на 920.

Предполагая, что последняя цифра равна 3, вторая от конца цифра может быть или 2, или 7, так как только эти цифры, будучи умножены на 6, дают произведение, оканчивающееся на 2. Положим, что неизвестное число оканчивается на 23. Вычитая стоимость 23 кусков из всей вырученной суммы, получим число, оканчивающееся на 200. Третья цифра может быть 2 или 7, но так как неизвестное число не превышает 203, то наше предположение невозможно. Если бы мы предположили, что неизвестное число оканчивается на 73, то третья цифра была бы равна 4 или 9; такое предположение опять невозможно. Итак, последняя цифра не может быть 3; остается предположить, что она равна 8.

Рассуждения, подобные предыдущим, покажут нам, что вторая цифра может быть или 4, или 9; из этих двух предположений возможно только второе.

Задача имеет одно решение: число проданных кусков равно 98, вся вырученная сумма равна 4873 руб. 28 коп.

Другой способ (алгебраический). Обозначив неизвестное число проданных кусков через x и число, состоящее из первых трех цифр, через y, мы легко составим следующее уравнение:

$$4936x = 1000y + 728.$$

Перенеся неизвестные члены в первую часть и сократив уравнение на 8, получим

$$617x - 125y = 91.$$

По условиям задачи x и y должны быть целые положительные числа, и притом $y > 1000$. Этому условию удовлетворяет только одно решение: $x = 98; y = 483$.

5. Разрезать прямоугольник

Решение вопроса видно из следующих рисунков:

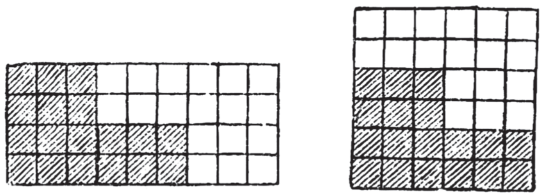


Рис. 310

6. Буквы в квадрате

Прежде всего предположим, что буквы одинаковы. Поставим одну букву в какой-нибудь клетке первой диагонали; с этой клеткою во второй диагонали есть одна клетка, стоящая в ней в том же горизонтальном ряду, и одна — в том же вертикальном ряду; в одной из остальных двух клеток второй диагонали можно поставить вторую букву. Далее, легко заметить, что двух букв, поставленных в диагоналях, вполне достаточно, чтобы сообразно условиям задачи расставить две остальные буквы. Итак, если дано место буквы в одной диагонали, то задача имеет два решения; но так как первую букву можно поставить в какой угодно клетке первой диагонали, то задача имеет $2 \times 4 = 8$ решений. Все восемь решений получаются из одного поворачиванием и переворачиванием квадрата. Так как четыре буквы можно перемещать 24 способами, то при четырех различных буквах задача имеет $8 \times 24 = 192$ решения.

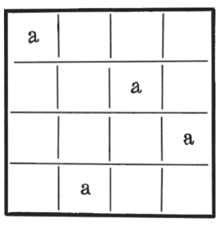


Рис. 311

7. Три равных квадрата

Пусть $ABCD$ (рис. 312) будет данный квадрат. Отложим на стороне его линию AE, равную половине диагонали квадрата. Соединим D с E и опустим на DE перпендикуляры AF и HG; затем отложим прямые GH, GK, FL, все равные AF, и заканчиваем построение линиями, параллельными или перпендикулярными AF.

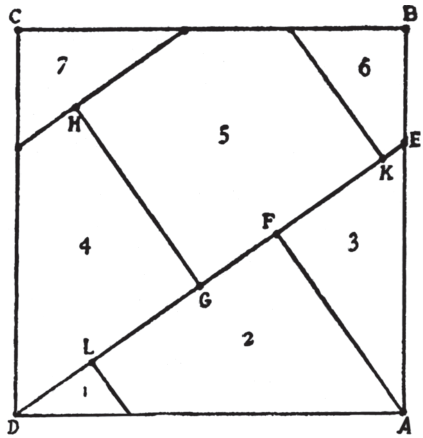


Рис. 312

Если сложить затем все части, как показано на рис. 313, то получим 3 требуемых квадрата.

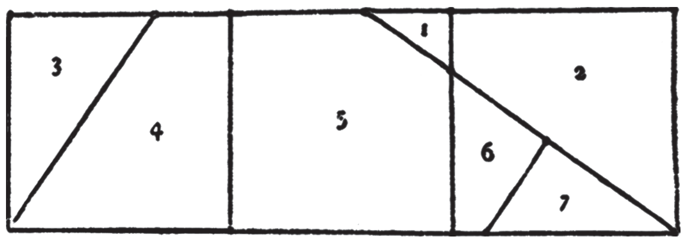


Рис. 313

Доказательство

AE = ½ диагонали квадрата, т. е. $\frac{AD}{2}\sqrt{2}$. Из прямоугольного треугольника DAF, катеты которого известны, вычисляем длину перпендикуляра AF, служащего стороной искомого квадрата:

$$AF = \frac{AD \times AE}{\sqrt{AD^2 + AE^2}} = \frac{AD \times AD\sqrt{2}}{2\sqrt{AD^2 + \left(\frac{AD\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{AD^2\sqrt{2}}{2AD\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{AD}{\sqrt{3}}$$

Сумма площадей трех квадратов со сторонами $\frac{AD}{\sqrt{3}}$ равна 3.

$\left(\frac{AD}{\sqrt{3}}\right)^2 = AD^2$, т. е. площади данного квадрата.

8. Задача с картами

Обозначим через *A*, *B*, *C* и *D* названия карт независимо от их мастей, а через *a*, *b*, *c*, *d* — их масти. Задача сводится к тому, чтобы в 16 клетках квадрата разместить четыре большие буквы *A*, *B*, *C*, *D* так, чтобы они все четыре находились в каждом горизонтальном и вертикальном ряду и в каждой диагонали, и то же самое сделать с малыми буквами *a*, *b*, *c*, *d* так, чтобы они комбинировались с большими всеми возможными способами.

Расположим сначала большие буквы, что не представляет затруднений. Расположим их по алфавитному порядку в первой горизонтали и заполним диагональ, идущую слева направо, — это может быть сделано только двумя способами: или *A*, *C*, *D*, *B*, или *A*, *D*, *B*, *C*.

Примем первое расположение и заполним затем остальные клетки квадрата, что может быть сделано уже только единственным путем, — получим квадрат (рис. 314).

A	B	C	D
D	C	B	A
B	A	D	C
C	D	A	B

Рис. 314

Aa	Bd	Cb	De
Db	Ce	Ba	Ad
Bc	Ad	Dd	Ca
Cd	Da	Ac	Bb

Рис. 315

Чтобы разместить малые буквы, мы сначала приставим к каждой диагональной букве *A*, *C*, *D*, *B* по малой букве того же наименования; а затем будем брать по две клетки, равноотстоящих по обе стороны от этой диагонали, и около каждой большой буквы поставим малую, одноименную с большой буквой другой соответствующей клетки (см. рис. 315).

Если заменим теперь *A*, *B*, *C*, *D* соответственно через *туза*, *короля*, *даму*, *валета*, а буквам *a*, *b*, *c*, *d* придадим значение мастей — *черви*, *бубны*, *пики*, *трефы*, — получим одно из решений задачи (рис. 316).

Тузъ червей.	Король трефъ.	Дама бубенъ.	Валетъ пикъ.
Валетъ бубенъ.	Дама пикъ.	Король червей.	Тузъ трефъ.
Король пикъ.	Тузъ бубенъ.	Валетъ трефъ.	Дама червей.
Дама трефъ.	Валетъ червей.	Тузъ пикъ.	Король бубенъ.

Рис. 316

Большие буквы можно заменить тузом, королем, дамой, валетом 24 различными способами; точно так же 4 маленькие буквы можно заменить 4 мастями 24 способами. Так что можно получить 24 × 24 = 576 буквенных решений задачи.

9. Винный погреб

Обозначим через a число бутылок в каждой угловой клетке и через b число бутылок в каждой из остальных клеток. Тогда, очевидно, число всех бутылок есть $4(a + b)$; или это же число можно написать так:

$$2(a + b + a) + 2b.$$

Если сделать так, чтобы $a + b + a$ оставалось постоянным, то число бутылок будет уменьшаться с уменьшением b; и если b уменьшится на два, то общее число бутылок уменьшится на 4.

6	9	6
9		9
6	9	6

Рис. 317. Первоначальное расположение бутылок

7	7	7
7		7
7	7	7

Первая операция

8	5	8
5		5
8	5	8

Вторая операция

9	3	9
3		3
9	3	9

Третья операция

10	1	10
1		1
10	1	10

Четвертая операция

Рис. 318

Следовательно, всякий раз, как слуга брал по 2 бутылки из каждой средней клетки, что составляло 8 бутылок, — он ставил по одной бутылке в каждую из угловых клеток, а 4 остальные бутылки уносил. В каждой из средних клеток было первоначально по 9 бутылок. Следовательно, подобные операции слуга мог произвести 4 раза и унести 16 бутылок.

10. Разрезать шестиугольник

Разрезаем шестиугольник сначала по диагонали и складываем полученные 2 половины так, чтобы они образовали параллелограмм (см. рис. 319). Из точки *A*, как из центра, радиусом, равным среднему пропорциональному между длиной *AE* и высотой параллелограмма, проводится окружность, которая пересечет *BF* в точке *C*. Затем из точки *E* опускаем перпендикуляр *EH* на продолжение *AG* и проводим прямую *IK* параллельно *EH* на расстоянии от нее, равном *AG*. Из пяти полученных частей можно образовать квадрат. (Линия *LM* параллельна *AB*.)

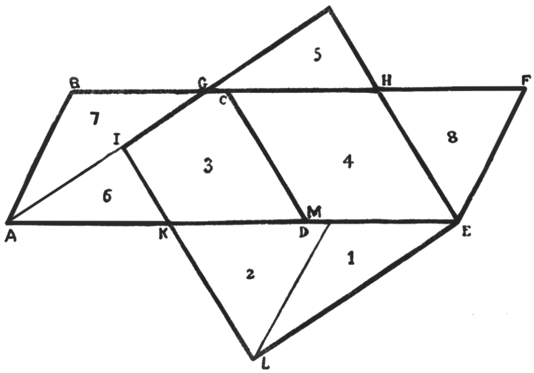


Рис. 319

Доказательство

Сторона квадрата = $AG = \sqrt{AE \times h}$, где h — высота параллелограмма.

Площадь квадрата $= \left(\sqrt{AE \times h}\right)^2 = AE \times h = 3AB \times h$, так как $AE = 3AB$.

Площадь же шестиугольника = полупериметру $3AB$, умноженному на апофему h, т. е. также $3AB \times h$; следовательно, шестиугольник и квадрат равновелики.

Равенство треугольников, обозначенных одинаковыми цифрами, легко доказать, основываясь на параллельности линий.

11. Расположить числа

Строим квадрат с 25 клетками, затем удлиняем на всех его сторонах линии деления так, чтобы со всех сторон получились клетки, подобные тем, которые построены внутри квадрата, причем число этих клеток на каждой стороне квадрата шло бы, уменьшаясь на 2, до тех пор, пока не получится одна клетка (см. рис. 320).

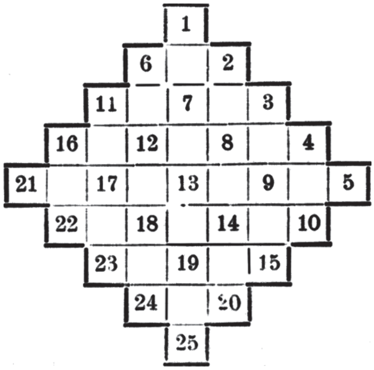


Рис. 320

Вслед за тем в полученной фигуре располагаем косыми рядами числа в последовательном порядке, как указано на рис. 320.

Заполняя затем свободные клетки числами, находящимися в клетках вне его, как показано на рис. 321, получим требуемое.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Рис. 321

12. Сколько было яиц?

Задача сводится к нахождению числа, которое делится без остатка на 7, а при делении на 2, 3, 4, 5 и 6 дает в остатке 1. Наименьшее из чисел, делящихся без остатка на 2, 3, 4, 5 и 6 (т. е. наименьшее кратное этих чисел), есть 60. Нужно, следовательно, найти число, которое делилось бы без остатка на 7 и было бы в то же время на единицу больше числа, кратного 60. Число это отыскиваем последовательными попытками: 60 при делении на 7 дает в остатке 4: следовательно, 60×2 даст в остатке единицу ($4 \times 2 = 8$; $8 - 7 = 1$). Значит,

$$60 \times 2 = \text{числу, кратному } 7, + 1, \text{ откуда:}$$

$$(60 \times 7 - 60 \times 2) + 1 = \text{числу, кратному } 7,$$

т. е. $60 \times 5 + 1$ = числу, кратному 7. Это число есть 301, и, следовательно, наименьшее число яиц, которое могло быть в корзине, есть 301.

13. Перед путешествием

Существует множество решений, из которых за недостатком места помещаем здесь лишь одно:

								Суммы:
	2	—	5	1	—	2	5	= 15,
	—	2	—	5	2	—	20	= 29,
	2	20	2	—	5	1	—	= 30,
	5	5	10	10	—	5	—	= 35,
	1	—	2	5	2	—	20	= 30,
	—	1	—	2	20	—	—	= 23,
	4	1	5	—	5	15	—	= 30;
Суммы:	14	29	24	23	34	23	45	

14. Магические таблицы

Отгадывание задуманного числа основано на том, что из шести чисел 1, 2, 4, 8, 16 и 32 можно составить путем группировки слагаемых все числа от 1 до 63, и притом только одним способом.

Таблицы составлены следующим образом. Каждая таблица соответствует одному из перечисленных слагаемых; именно, таблица *A* соответствует 1, *B* — 2, *C* — 4, *D* — 8, *E* — 16 и *F* — 32. В каждую таблицу входят лишь те числа, в составлении которых участвует соответствующее слагаемое. Так, число 7, равное 1 + 2 + 4, вносится в таблицы *A*, *B* и *C*; число 12, равное 4 + 8, вписывается в таблицы *C* и *D*; число 58, равное 2 + 8 + 16 + 32, вносится в таблицы *B*, *D*, *E* и *F*, и т. д. Теперь понятно, что и наоборот, зная таблицы, где встречается задуманное число, мы можем легко найти его: для этого нужно лишь сложить числа, соответствующие отобранным таблицам[1].

15. Маршрут путешественника

Маршрут путешественника (задача имеет два решения):

$$\textit{Б В Г}\begin{cases} \textit{С П Х Ч Н Ф Л З Ш Ц Т Д Р М К Щ Ж} \\ \textit{Щ Ц М Р Д Т С П Х Ч Н Ф Л З К Щ Ж} \end{cases}$$

[1] Строго математического доказательства не приводим, так как оно требует знания алгебры.

16. Загадочная автобиография

Числа написаны по *пятеричной* системе.

Следовательно, число, обозначенное в завещании

через	44,	равно	по десятичной	системе	$4 \times 5 + 4 = 24$
»	100	»	»	»	»	25
»	34	»	»	»	»	$3 \times 5 + 4 = 19$
»	11	»	»	»	»	$5 + 1 = 6$
»	200	»	»	»	»	$2 \times 25 = 19$

Завещание читается так:

«Я окончил курс в университете *двадцати четырех лет* от роду. Спустя год, *двадцатипятилетним* молодым человеком, я женился на *девятнадцатилетней* девушке. Незначительная разница в годах — всего *шесть* лет — не мешала нам жить общими интересами. Через несколько лет у меня была уже маленькая семья — *пять* детей. Жалованья я получал тогда в месяц всего *пятьдесят* рублей, одну *пятую* долю которого высылал сестре; приходилось, следовательно, жить на *сорок* рублей».

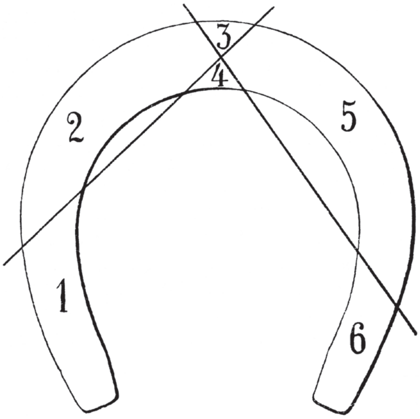


Рис. 322

17. Рассечь подкову

Линии ударов топора показаны на прилагаемом чертеже (рис. 322).

18. Задача о двух кораблях

Известно, что весь путь туда и обратно неповрежденный пароход делает в 32 часа; следовательно, в один час он проходит $1/16$ расстояния между Камчаткой и Аляской. Парусник же делает в час $4/5$ этой величины, т. е. $1/16 \times 4/5 = 1/20$. Далее, известно, что пароход остановился на полпути, т. е. через 8 часов с момента отправления, и снова двинулся после двухчасовой остановки, т. е. через 10 часов с момента выхода из гавани, причем шел вдвое медленнее прежнего. Определим, на каком расстоянии от парохода находился парусник в момент возобновления движения. Так как парусник вышел на 6 часов позднее, то к моменту возобновления движения парохода успел пройти $1/20 \times 4 = 1/5$ часть пути до Аляски, и, следовательно, их разделяло расстояние, равное $1/2 - 1/5 = 3/10$ пути. Разность часовых скоростей парусника и парохода с этого момента равна $1/20 - 1/32 = 3/160$. Следовательно, парусник догонит пароход через $3/10 : 3/160 = 16$ часов. В течение этих 16 часов пароход прошел $1/32 \times 16 = 1/2$ пути, т. е. оставшееся расстояние до берега Аляски.

Итак, встреча произойдет в гавани Аляски через 10 + 16 = 26 часов после отплытия парохода от берегов Камчатки. При этом оба судна пересекли демаркационную линию с запада на восток и считали дважды один и тот же день, — понедельник. Следовательно, встреча произошла в *понедельник*, в 3 часа дня по камчатским часам. Определить показания судовых хронометров в момент встречи по условию задачи нельзя — за отсутствием точных географических указаний.

Примечание. Часовая скорость парохода 25 верст в час, — условие совершенно излишнее, намеренно введенное для усложнения задачи. Решение не зависит от величины этой скорости, которая может быть как угодно мала или велика. Цифра 25 — явно несообразна, так как дает для расстояния между Камчаткой и Аляской величину 25 × 16 = 400 верст, — что значительно меньше кратчайшего расстояния между этими полуостровами[1].

19. Задача о муже и жене

Обозначив нынешние лета мужа через x, а жены через y, имеем, что когда мужу будет $2y$ лет, то жене будет $x + (x - y)$ лет. Равенство разностей $2y - x$ и $[x + (x - y)] - y$ дает право написать уравнение

$$2y - x = x + (x - y) - y,$$

откуда:

$$3x = 4y, \text{ и } y = \tfrac{3}{4}x.$$

Кроме того, мы знаем, что произведение лет мужа и жены $xy = 588$. Подставив в уравнение $y = \tfrac{3}{4}x$, имеем

$$\tfrac{3}{4}x^2 = 588, \text{ откуда } x = \sqrt{784} = 28.$$

Ответ: мужу 28 лет, жене 21.

20. Задача о Земле и апельсине

Мальчик поступил правильно, так как прибавление одной и той же величины к разным окружностям вызывает равное удлинение радиуса. Действительно, пусть радиус апельсина r долей сажени, а радиус земного шара R саженей. Тогда окружности их выразятся через $2\pi r$ и $2\pi R$. Прибавив по единице, получим $2\pi r + 1$ и $2\pi R + 1$. Разделив на 2π, имеем новые радиусы:

$$\frac{2\pi r+1}{2\pi} = r + \frac{1}{2\pi}$$

$$\text{и} \quad \frac{2\pi R+1}{2\pi} = R + \frac{1}{2\pi}.$$

[1] На наличность в задаче избыточного условия указало — из всех участников конкурса — всего лишь одно лицо, подписчица Ю. В. Мяскова (Иркутск).

Отсюда ясно, что как радиус апельсина, так и радиус Земли удлинились на одну и ту же величину $\frac{1}{2\pi}$.

Мы имеем здесь любопытный пример геометрического парадокса.

21. Задача о пяти тройках

Выразить какое-либо число посредством пяти троек можно трояко. Во-первых, соединяя тройки знаками математических действий; во-вторых, пользуясь, — наряду со знаками действий — еще приписыванием троек одна к другой; либо же, наконец, пользуясь, — наряду с упомянутыми приемами — различными математическими символами.

А. Рассмотрим первый прием. Прежде всего найдем все числа, которые могут получиться как результат математических действий над пятью тройками, — считая семь действий: сложение, вычитание, умножение, деление, возвышение в степень, извлечение корня и логарифмирование (нахождение показателя).

Произведем сначала последовательно семь действий над *двумя* тройками; получим ряд из семи выражений: $3 + 3$; $3 - 3$; 3×3; $\frac{3}{3}$; 3^3; $\sqrt[3]{3}$ и $\lg_3 3$. Для удобства обозначим этот ряд римской цифрой I.

Сочетая по очереди каждое из чисел этого ряда опять с тройкой посредством всех знаков действий, получим новый ряд чисел. Этот II ряд будет заключать в себе все числа, которые можно написать посредством *трех* троек по рассматриваемому способу.

Наконец, сочетая таким же образом каждое из чисел I ряда с каждым из чисел II ряда, получим все числа, какие могут быть написаны *пятью* тройками с помощью знаков действий.

В этой III таблице мы ищем число 31 и находим его всего *два* раза:

$$31 = 3^3 + 3 + \frac{3}{3} \text{ и } 31 = 3^3 + 3 + \lg_3 3.$$

Но так как число 31 может быть написано и не по десятичной системе счисления, то в таблице III мы ищем вообще число, равное $3a + 1$, где a — любое целое число, могущее быть основанием системы счисления (по более чем 3, ибо в троичной системе уже нет цифры 3). Другими словами, мы будем искать те числа, которые без единицы делятся на три. Таким путем найдем, что число 31 посредством пяти троек может быть выражено следующими способами.

По 4-й системе счисления — два решения:

$$31 = 3 + (3 \times 3) + \frac{3}{3} \text{ и } 31 = 3 + (3 \times 3) + \lg_3 3.$$

По 6-й системе — два решения:

$$31 = 3 \times (3 + 3) + \frac{3}{3} \quad \text{и} \quad 31 = 3 \times (3 + 3) + \lg_3 3.$$

По 8-й системе — два решения:

$$31 = 33 - 3 + \frac{3}{3} \quad \text{и} \quad 31 = 33 - 3 + \lg_3 3.$$

По 9-й системе:

$$31 = 3 \times 3 \times 3 + \frac{3}{3}; \quad 31 = 3 \times 3 \times 3 + \lg_3 3; \quad 31 = 3^3 + \sqrt[3]{\frac{3}{3}};$$

$$31 = 3^3 + (\lg_3 3)^3; \quad 31 = 3^3 + 3^{3-3}; \quad 31 = 3^3 + \sqrt[3]{\lg_3 3} \text{ и др.}$$

По 27-й системе — два решения:

$$31 = 3 \times 3^3 + \frac{3}{3} \quad \text{и} \quad 31 = 3 \times 3^3 + \lg_3 3.$$

По 72-й системе — два решения:

$$31 = (3 + 3)^3 + \frac{3}{3} \quad \text{и} \quad 31 = (3 + 3)^3 + \lg_3 3.$$

По 243-й системе — четыре решения:

$$31 = (3 \times 3)^3 + \frac{3}{3}; \quad 31 = (3 \times 3)^3 + \lg_3 3;$$

$$31 = 3^{3+3} + \frac{3}{3}; \quad 31 = 3^{3+3} + \lg_3 3, \quad \text{и т. д.}$$ [1]

Все решения этого типа легко исчерпать, пользуясь изложенным здесь методом[2], чего нельзя сказать про решения следующих двух типов.

B. Приписывание троек одна к другой дает следующие решения:

$$31 = 33 - 3 + \frac{3}{3}; \quad 31 = 33 - 3 + \lg_3 3;$$

$$31 = 33 - \frac{3+3}{3} \quad \text{и} \quad 31 = 33 - \lg_3(3 \times 3).$$

---

[1] Интересно решение вида $31 = 3^{3^3} + \frac{3}{3}$, где основанием системы счисления является 3^{26}.

[2] Этот метод разработан и представлен в комиссию секретарем редакции «Природа и люди», ученым-лесоводом Перельманом.

Эти решения верны при всякой системе счисления.

Из других решений этого типа весьма интересно следующее — по 4-й системе:

$$31 = 3 \times 3{,}(3) + \frac{3}{3} \quad \text{и} \quad 31 = 3 \times 3{,}(3) + \lg_3 3.$$

Здесь выражение 3,(3) означает «три целых и три в периоде» и равно по 4-й системе $3\frac{3}{4}$, т. е. 4.

C. Этот способ, т. е. пользование всевозможными математическими символами — знаками факультета (!), знаками тригонометрических функций (sin, tg, arcsec и т. д.), знаком π, знаками производной ('), дифференциала (d), интергала (∫), символами теории соединений (A — число размещений, P — перестановок, C — сочетаний) и т. п. — открывает беспредельное поле изобретательности решающего. Приводить их мы не станем, так как в сочетании с предыдущими двумя этот прием дает задаче неопределенное множество решений. Отдельные же примеры подыскать очень легко, и за недостатком места мы на них останавливаться не будем.

Существует еще решение типа:

$$31 = 33 + 3 + \frac{3}{3},$$

где обе части равенства написаны по *разным* системам счисления (правая по 8-й, левая по 10-й). Но правильность этого решения можно оспаривать, так же как и правильность пользования знаком $\sqrt{\ }$ для обозначения *квадратного* корня (ибо здесь неявно употреблена цифра 2).

Так как систематического и вполне обстоятельного решения этой задачи не представил, строго говоря, ни один из участников конкурса, то комиссия постановила считать правильными все решения, в которых указаны по крайней мере три простейших выражения:

$$31 = 3^3 + 3 + \frac{3}{3}, \quad 31 = 33 - 3 + \frac{3}{3}, \quad 31 = 33 - \frac{3+3}{3}.$$

Задача эта далеко не является задачей-шуткой, как полагали многие из участников конкурса. Она дает решающему широкую возможность применить свои математические познания, требуя более прилежания, нежели изобретательности.

22. Задача на доказательство теоремы

Всякое число, написанное по десятичной системе, можно выразить следующим образом:

$$a + 10b + 100c + 1000d + \ldots \text{ и т. д.,}$$

где a, b, c, d и т. д. суть цифры, т. е. обозначают число единиц каждого разряда. Вычтя из числа сумму его цифр, т. е. $a + b + c + d + \ldots$, получим:

$$\begin{array}{rrrrl} a + & 10b + & 100c + & 1000d + & \ldots \text{ и т. д.} \\ a & b + & c + & d + & \ldots \text{ и т. д.} \\ & 9b + & 99c + & 999d + & \ldots \text{ и т. д.} \end{array}$$

Число это кратно 9, так как каждое из его слагаемых делится на 9 без остатка. Разделив такое число на 3, получим частное, которое кратно трем, а следовательно, и сумма его цифр кратна трем.

То же самое можно доказать и проще. В самом деле, если от какого-либо числа отнять сумму его цифр, то вместо числа единиц остается 0, вместо каждой десятки остается 9, вместо каждой сотни остается 99, вместо каждой тысячи — 999, и т. д., т. е. остается число, кратное 9. Если его разделить на 3, то частное может разделиться еще раз на 3, а следовательно, и сумма его цифр будет кратна 3.

23. Задача о велосипедистах

По условию задачи, велосипедисты встречаются вдвое чаще при езде в разные стороны, нежели при езде в одну сторону. Так как в первом случае скорость сближения велосипедистов равна сумме их скоростей, а во втором — разности, то, следовательно, сумма скоростей велосипедистов вдвое более их разности. Обозначив скорости соответственно через x и y, имеем уравнение:

$$\frac{x+y}{x-y}=2\text{, откуда } x = 3y,$$

т. е. скорость одного велосипедиста втрое больше скорости второго.

Далее, — дано, что во время остановок более быстрый ездок видит путь, пробегаемый в секунду его товарищем, под углом в полградуса. Отсюда два следствия. Во-первых, — что велодром представляет собой круг (а не эллипс или другую криволинейную фигуру), ибо только в круге все вписанные углы, опирающиеся на равные дуги, равны между собой. Во-вторых, — что менее быстрый ездок проезжает в секунду $\frac{1}{360}$ часть окружности, ибо вписанный угол измеряется половиной той дуги, на которую он опирается.

Итак, мы узнали, что менее быстрый велосипедист проезжает в секунду $\frac{1}{360}$ часть окружности; по отношению к диаметру велодрома это составит $\frac{\pi}{360}$, так как диаметр меньше окружности в π раз. Второй велосипедист проезжает в секунду втрое больше, т. е. $\frac{3\pi}{360}$ диаметра. Чтобы узнать, через сколько секунд они встретятся, если одновременно выедут друг другу навстречу с концов диаметра, нужно длину диаметра (т. е. единицу) разделить на сумму их скоростей:

$$1:\left(\frac{\pi}{360}+\frac{3\pi}{360}\right)=1:\frac{\pi}{90}=\frac{90}{\pi}.$$

Принимая $\pi = 3{,}14$, имеем:

$$\frac{90}{\pi} = 28{,}66.$$

Велосипедисты встретятся через 28,66 секунд.

24. Задача о магической звезде

Для облегчения подыскивания таких расположений чисел, которые удовлетворяли бы требованию задачи, определим сначала искомую сумму чисел в каждом ряду. Обозначим ее через x. Сумма всех шести рядов выразится тогда через $6x$. Мы знаем, что в эту сумму войдут все данные числа, причем каждое повторится дважды; другими словами:

$$6x = 2(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 11 + 12), \text{ или}$$

$$6x = 2\times\frac{1+12}{2}\times 12 = 156,$$

откуда $x = 26$.

Итак, сумма чисел одного ряда должна равняться 26. Дальнейшее подыскивание может производиться рядом проб. Всех решений около 80. Приводим за недостатком места только некоторые из них (см. рис. 323).

25. Восход солнца

Восход солнца над горизонтом происходит не вследствие действительного движения Солнца, а вследствие вращения земного шара, который повертывает *в уже освещенное пространство* разные точки своей поверхности. Поэтому наблюдатель и при мгновенном распространи света заметил бы восход солнца *в тот же самый физический момент*, что и при немгновенном распространении света — т. е. ровно в 7 часов. Если же принять во внимание так называемую атмосферическую рефракцию, то дело изменится. Рефракция искривляет путь лучей в атмосфере и тем самым позволяет видеть восход солнца ранее его появления над геометрическим горизонтом.

При мгновенном распространении света рефракции не будет, — так как преломление обусловливается различием скоростей света в разных средах. Отсутствие же рефракции повлечет за собой то, что наблюдатель увидит восход солнца немного позже, чем при немгновенном распространении света; эта разница в зависимости от широты места наблюдения, температуры воздуха и др. условий колеблется от 2 минут до нескольких дней и даже более (в полярных широтах).

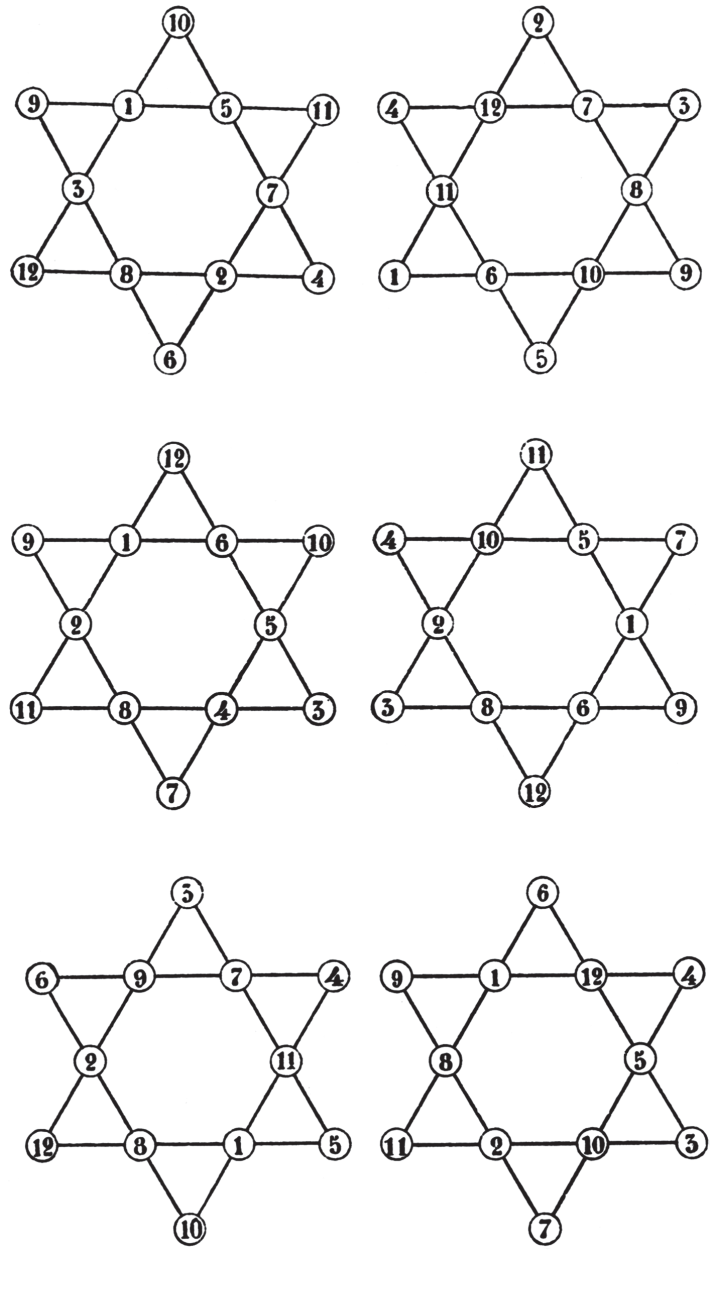

10
9 1 5 11
3 7
12 8 2 4
6
2
4 12 7 3
11 8
1 6 10 9
5
12
9 1 6 10
2 5
11 8 4 3
7
11
4 10 5 7
2 1
3 8 6 9
12
3
6 9 7 4
2 11
12 8 1 5
10
6
9 1 12 4
8 5
11 2 10 3
7

Рис. 323

26. Опустить перпендикуляр

Решение задачи основано на известной теореме: высоты треугольника пересекаются в одной точке.

Соединяем точку *A* с концами диаметра *B* и *C* (см. рис. 324); эти прямые пересекут окружность в точках *F* и *E*. Через точки *E* и *B*, а также *C* и *F* проводим прямые до взаимного пересечения в точке *d*. Точку *d* соединяем с *A*; прямая *Ad* и есть искомый перпендикуляр.

Действительно, прямые *EB* и *CF* суть не что иное, как высоты треугольника *ABC*. Следовательно, прямая *Ad*, соединяющая третью вершину *A* с точкой пересечения двух высот, должна быть третьей высотой, т. е. перпендикуляром к *MN*.

Рис. 324

Примечание. Другое, гораздо более сложное, хоть и правильное решение, считаем излишним приводить[1].

Многие решали эту задачу проведением касательных, — упуская из виду, что строго геометрическое проведение касательной есть построение, требующее употребления циркуля.

Неправильно также решали рассматриваемую задачу те, которые пользовались линейкой для отложения отрезков: это замаскированное употребление циркуля. Такие решения не являются строго геометрическими, так как геометрия не знает линейки с нанесенными на ней пометками.

---

[1] Интересующихся задачами подобного рода отсылаем к книге Августа Адлера «Теория геометрических построений», глава II.

27. Несообразности у Гоголя

Главнейшие несообразности кроются в словах:

1) «...для столиц необходимо видеть, по крайней мере, на полтораста верст во все стороны, и для этого, может быть, один только или два этажа лишних — и все изменяется».

2) «Объем кругозора по мере возвышения распространяется с необыкновенной прогрессией».

—

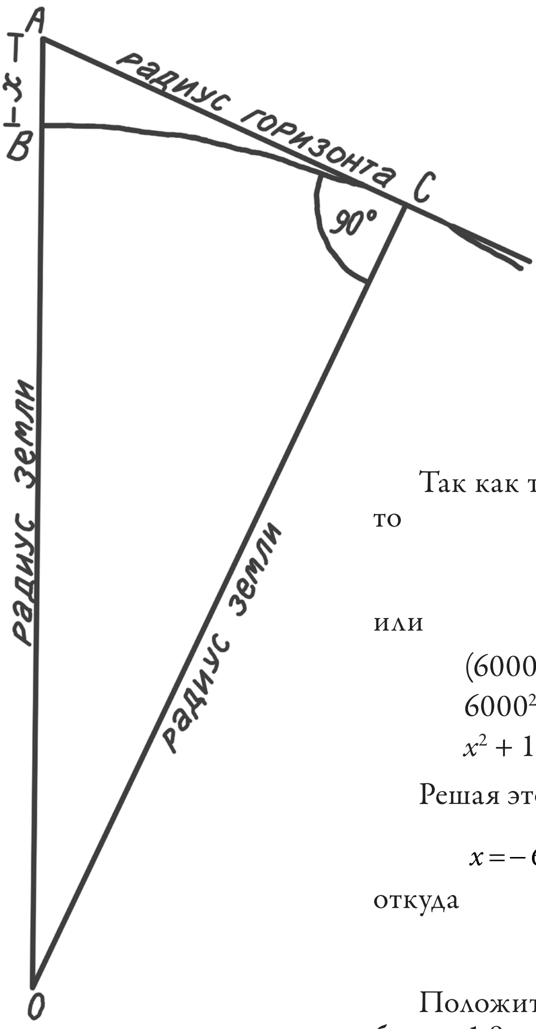


Рис. 325

Нетрудно вычислить, какой высоты должна быть башня, с которой можно было бы видеть на 150 верст в окружности (см. рис. 325). Пусть дуга BC изображает часть окружности земного шара, а OB и OC — радиусы земного шара (6000 верст).

Отрезок $BA = x$ есть искомая высота башни, а касательная AC, проведенная из вершины башни, есть радиус видимого горизонта, то есть 150 верст.

Так как треугольник AOC прямоугольный, то

$$\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{AC}^2,$$

или

$$(6000 + x)^2 = 6000^2 + 150^2,$$
$$6000^2 + 1200x + x^2 = 6000^2 + 150^2,$$
$$x^2 + 12\,000x - 22\,500 = 0.$$

Решая это квадратное уравнение, получаем:

$$x = -6000 \pm \sqrt{36\,000\,000 + 22\,500},$$

откуда

$$x = -6000 \pm 6001{,}8.$$

Положительное решение дает для высоты башни 1,8 версты.

Такую башню построить невозможно.

Тот же результат можно получить и проще. Действительно, в уравнении

$$x^2 + 12\,000x - 22\,500 = 0$$

член x^2 так мал по сравнению с остальными, что им без большой погрешности можно пренебречь. Получаем уравнение первой степени:

$$12\,000x - 22\,500 = 0, \quad \text{или} \quad 12\,000x = 22\,500,$$

откуда

$$x = \frac{22\,500}{12\,000} = 1{,}8\,.$$

(Погрешность сказалась бы лишь в сотых долях, для нашей же цели такая точность излишняя.)

Тот же прием позволяет нам проследить, как возрастает дальность горизонта с возвышением над землей. Обозначив радиус видимого горизонта через y, а высоту башни по-прежнему через x, имеем уравнение

$$(6000 + x)^2 = 6000^2 + y^2,$$

или

$$6000^2 + 12\,000x + x^2 = 6000^2 + y^2.$$

Пренебрегая членом x^2, получаем

$$12\,000x = y^2,$$

откуда

$$y = \sqrt{12\,000x}\,.$$

Отсюда видно, что с увеличением высоты башни (x) вчетверо дальность горизонта (y) возрастет всего вдвое ($\sqrt{4}$). И вообще: радиус горизонта возрастает *с меньшей быстротой*, нежели соответствующая высота поднятия над землей, — а не наоборот, как полагал Гоголь.

Это ясно, впрочем, и без всяких вычислений: увеличение горизонта имеет предел (половина поверхности земного шара), между тем высота поднятия теоретически может возрастать беспредельно.

28. Наибольшее выражение

Наибольшие выражения, которые можно написать тремя цифрами и знаками действий, суть выражения вида:

$$\frac{44}{0},\ \frac{7}{7-7},\ \left(\frac{2}{0}\right)^9$$

и т. п.

Все подобные выражения, как известно, бесконечно велики[1]; первые два выражения суть бесконечно большие величины первого порядка; последнее же выражение равно бесконечности девятого порядка.

Во всяком случае, все эти выражения больше всякой конечной величины, а следовательно, больше и числа, выраженного через:

$$9^{9^9},$$

которое есть наибольшее из всех конечных величин, могущих быть написанными тремя цифрами[2].

29. Комета у Пушкина

Упоминание о комете имеется в первой же главе «Евгения Онегина», в строфе XVI, стих 8:

Вошел — и пробка в потолок,
Вина кометы брызнул ток…

30. Загадочное животное

Верхняя часть головы и уши — рыси; нижняя часть головы и грудь — львицы; правая передняя лапа — леопарда; левая передняя лапа — льва (или львицы); туловище и левая задняя лапа — тигра; правая задняя лапа и хвост — волка (или большой собаки).

—

Предлагаемое решение комиссия, впрочем, не считает единственно верным; поэтому она не строго придерживалась его и в отдельных случаях допускала к участию в распределении премий таких подписчиков, которые предлагали несколько иное (но вполне правдоподобное) решение.

31. Когда я родился?

Обозначим цифры десятков и единиц года рождения отца через x и y, а цифры десятков и единиц года его смерти через z и t. Так как сумма цифр года его рождения = сумме цифр года смерти, то:

$$1 + 8 + x + y = 1 + 8 + z + t, \quad \text{или} \quad x + y = z + t \; (1).$$

С другой стороны, известно, что отец прожил не менее 75 лет. Следовательно:

$$1800 + 10z + t - (1800 + 10x + y) \geq 75,$$

[1] В рамках поставленной задачи можно сказать и так (*примеч. ред.*).

[2] В 1925 г. в журнале «Вестник знания» Я. П. согласился с предложением одного из своих читателей, что с помощью трех девяток можно написать и большее число — если использовать знак факториала: $9^{9^9}!$ (*примеч. ред.*).

или

$$10(z - x) - (y - t) \geq 75. \quad (2)$$

Из уравнения (1) имеем:

$$x - z = t - y, \text{ или } y - t = z - x.$$

Подставляя в уравнение (2) $z - x$ вместо $y - t$, получаем:

$$10(z - x) - (z - x) \geq 75, \text{ или}$$
$$9(z - x) \geq 75,$$
$$z - x \geq 8\tfrac{1}{3}.$$

Так как z и x — цифры, то разность их не может быть дробной; с другой стороны, она не может быть больше 9. Следовательно:

$$z - x = 9.$$

А это возможно лишь тогда, когда $x = 9$, $z = 0$. Далее, так как:

$$y - t = z - x = 9,$$
$$\text{то } y = 9, t = 0.$$

Следовательно, отец родился в 1809 году, умер в 1890.

Для дальнейшего хода решения важно заметить, что отцу было 75 лет в 1884 году. Обозначим цифры десятков и единиц года рождения сына через g и f.

В 1884 году сыну было $1884 - (1800 + 10g + f)$, т. е. $84 - 10g - f$ лет. Известно, что число лет сына вдвое более суммы цифр года его рождения, т. е.:

$$84 - 10g - f = 2\,(1 + 8 + g + f), \text{ или}$$
$$4g + f = 22, \text{ откуда}$$
$$f = 22 - 4g.$$

Так как f — цифра, то она должна быть ≥ 0 и ≤ 9. Тому же условию должно удовлетворять и выражение $22 - 4g$:

$$9 \geq 22 - 4g \geq 0, \text{ откуда}$$

$$3\tfrac{1}{4} \leq g \leq 5\tfrac{1}{2}, \text{ т. е. } g = 4 \text{ или } 5; f = 6 \text{ или } 2.$$

Итак, для года рождения сына имеем два решения:

1846 или 1852.

32. Что такое «тарабарская грамота»?

Когда наши прадеды желали написать что-нибудь таким образом, чтобы не всякий грамотный человек мог прочесть написанное, а лишь немногие посвященные, они пользовались «тарабарской грамотой». Эта система тайнописи состояла в том, что согласные буквы текста заменялись другими по определенному правилу. А именно: все согласные буквы алфавита располагались в два ряда так, чтобы они следовали в верхнем ряду слева направо, а в нижнем — справа налево:

б в г д ж з к л м н
щ ш ч ц х ф т с р п

При пользовании «тарабарской грамотой» каждая согласная буква одного ряда заменялась соответствующей буквой другого ряда, стоящей над ней или под ней. Гласные же оставались незамененными. Например, слова «Природа и люди» по-«тарабарски» должны писаться так:

«Нмимоца и сюци».

Как видите, шифр этот не отличался особенной замысловатостью, и немного нужно догадливости, чтобы прочесть подобную криптограмму. Но у наших предков была также и другая, гораздо более сложная система тайнописи, известная под названием «мудрой литореи»[1] (в отличие от «простой литореи», т. е. «тарабарской грамоты»).

33. Судьба иголок и перьев

Чтобы разрешить эту любопытную проблему, проследим за судьбой хотя бы одной иглы. Отслужив свою службу, она оказывается либо на полу, либо в мусорной яме, либо выброшенной за окошко. Но куда бы мы ее ни кинули, она в конце концов попадает на землю или на дно канавы, речки, пруда. Андерсен вполне правильно описал историю иглы в одной из своих сказок. Попав на влажную землю или на мокрое дно, игла начинает ржаветь, превращается в рыхлое растворимое тело, которое постепенно разрушается и уносится в почву. Так вещество иглы возвращается в землю, из которой оно было извлечено.

То же можно сказать и о перьях. Долговечность этих предметов различна. Стальное перо разрушается бесследно уже в течение 14 месяцев, между тем как хорошая игла исчезает в земле спустя два-три года.

34. Для дам

Пушкин заставляет своих персонажей беседовать о нем самом в «Отрывках из романа в письмах», в пятом письме Лизы:

«Теперь я понимаю, за что Вяземский и Пушкин так любят уездных барышень; они — их истинная публика».

Некоторые читательницы указывали и на другое место — на 3-й из подготовительных отрывков «Египетских ночей»:

[1] В «мудрой литорее» предполагались более сложные правила замены и подстановки целых групп букв и числовых комбинаций (*примеч. ред.*).

«Я предлагал Пушкину сделать из этого поэму; он было начал, да бросил».

Это место пушкинского текста считается спорным и не во всех изданиях приведено в таком виде. Однако комиссия считала правильными оба ответа.

35. Караван в пустыне

Отрывок заключает в себе целый ряд несообразностей, главнейшие из которых следующие:

Неточности исторические:

1) Выражения «Аллах велик», «Клянусь Магометом», «Слава Аллаху» и т. п. — не могли быть произнесены в 564 году, т. е. за семь лет до рождения основателя магометанской религии.

2) Упоминание о турках в Константинополе (Византии) невозможно в 564 году, — до появления турок в Европе.

3) Замечание араба о сфинксе, что «тысячелетия разрушили ему нос и выщербили глаза», — анахронизм: в VI веке сфинкс был еще цел. Его повредили гораздо позднее.

4) Древнего канала, соединяющего Красное море со Средиземным, в описываемую эпоху уже не существовало; он был восстановлен на столетие позднее — при Амру.

Неточности географические и др.:

1) Разлив Нила начинается в июле, а не в июне. Зимней засухи в Египте не бывает, — зимою, напротив, идут дожди.

2) Ливийские пустыня и плоскогорье находятся по левую, а не по правую сторону Нила.

3) Пирамиды и Большой Сфинкс возведены также на левом берегу Нила; караван, идя по правому берегу, не мог оставновиться у подножия Сфинкса («под одним из ушей»...)

4) «Узко прорезанные глаза Сфинкса» — они, напротив, широко раскрыты.

О целом ряде других мелких неточностей считаем излишним упоминать.

ЗАДАЧИ С НОЖНИЦАМИ И БУМАГОЙ

36. Греческий крест

Рис. 326 дает решение задачи о греческом кресте. Перегнув крест по линии *AB* (1), затем по линии *CD* (2), где *D* — центр креста, вооружимся ножницами, разрежем пачку бумаги, в которую обратился наш крест, по пунктиру от *G* до *F* (3). И мы получим четыре куска бумаги одной и той же величины и формы, которые образуют собой квадрат (фиг. 4).

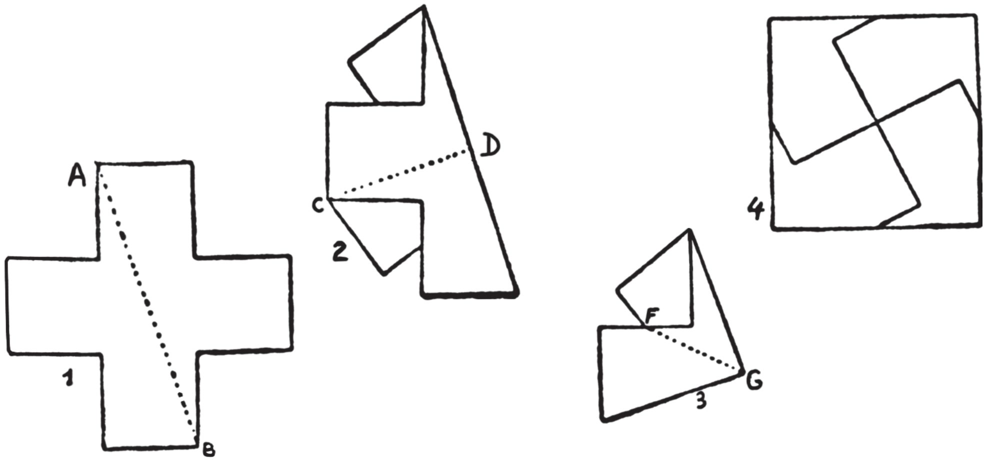


Рис. 326

37. «Звезда свободы»

Для того, чтобы получить из кружка «звезду свободы», сложим круг по диаметру вдвое и разделим его верхнюю половину на пять равных частей (секторов, рис. 327). Сложим теперь кружок по линиям сечения (2). Теперь для того, чтобы получить звезду, нужно разрезать сложенный круг по линии *AB* или *CA*. Если сгибание кружка по секторам и резка произведены аккуратно, звезда получится совершенно симметричная.

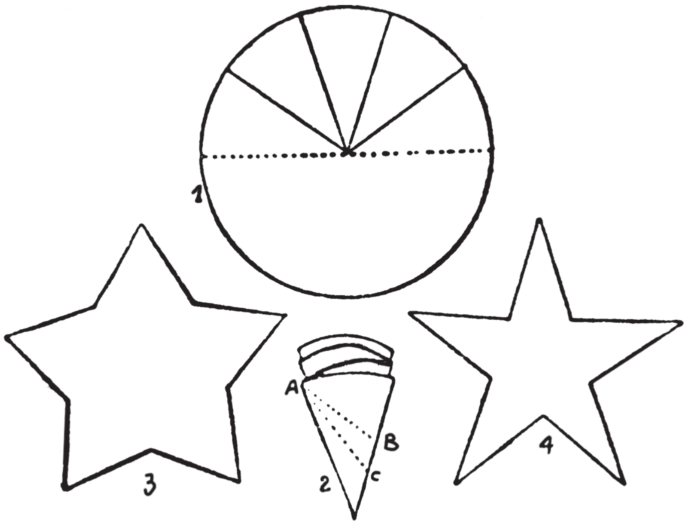


Рис. 327

38. Картонная цепь

Читатели, затратившие время и труд на возню с задачей о картонной цепи, наверное получили полное удовлетворение за свои хлопоты — мы хотим сказать, те из них, которых фортуна побаловала успехом. Надеемся, что они не посетуют на нас, если мы теперь откроем секрет и менее счастливым любителям задачного искусства.

Для определенности положим размеры нашего картона в 8 × 2½ квадратных дюйма. Начертим на картоне линии *BB* и *CC* на полдюйма расстояния от верхнего и нижнего краев *AA* и *DD* (рис. 328-1). Далее проведем между *BB* и *CC* перпендикуляры к ним на расстоянии полудюйма друг от друга. Пересечения перпендикуляров соединим между собою и с точками *B* и *C* (1). На другой стороне картона начертим совершенно то же самое; для этого проще всего проколоть булавкой точки пересечения перпендикуляров с *BB* и *CC*. Теперь расщепим картон от *AA* вниз до *BB* и от *DD* вверх до *CC*, прорежем картон насквозь по перпендикулярам и на половину толщины по частям *BB* и *CC*, которые начерчены сплошной линией, а не точками. Повернем картон другой стороной и прорежем его на ней на половину глубины по линиям,

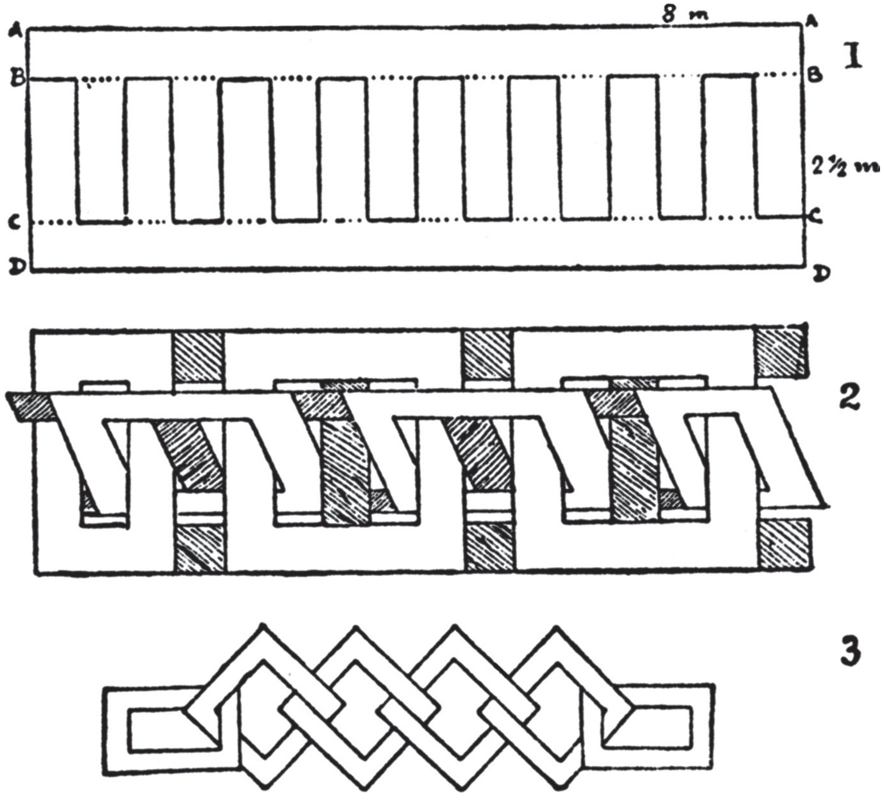


Рис. 328

соответствующим пунктирным линиям лицевой стороны (1). Если теперь бережно отделить друг от друга полоски картона ножом, то картон можно будет разложить на две лестницеобразных части (2). Если срезать все заштрихованные части, получим цепь (3).

Картон предпочтительно брать толстый, это облегчает процесс расщепления полос *ABBA* и *CDDC*.

39. Задача о трех лепешках

Задача о трех лепешках основана на том, что диаметры лепешек рис. 246 в условии задачи составляют собой прямоугольный треугольник *ABC* (рис. 329-1). Известно, что в силу теоремы Пифагора сумма половин двух меньших лепешек должна быть в точности равна половине большой; иными словами — большая лепешка равна сумме двух остальных.

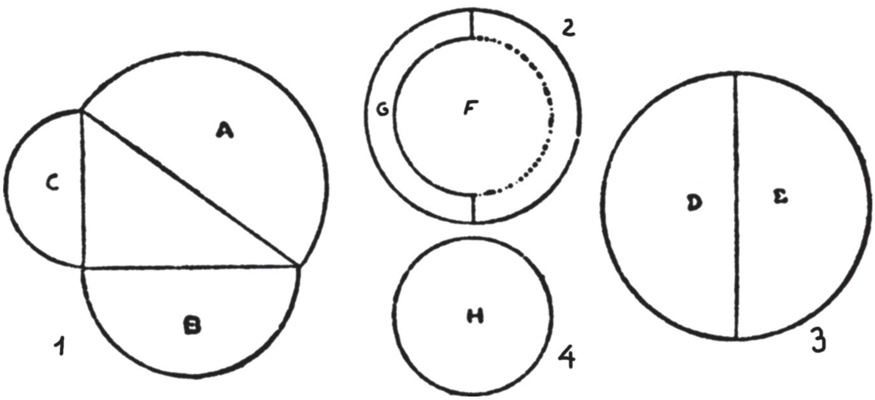


Рис. 329

Нам необходимо разделить наши три лепешки на 4 равные части. Согласно требованиям науки, разделим их сначала пополам, т. е. отложим большую лепешку в одну сторону, а две остальные — в другую. Теперь остается разделить каждую из полученных половин еще раз пополам — и дело в шляпе. Для этого разрежем большую лепешку пополам (фиг. 3) и дадим по половине ее двум мальчикам. Чтобы удовлетворить притязания остальных двух, поместим самую маленькую из лепешек (4) на среднюю, чтобы совпали их центры (рис. 329), опишем на средней лепешке контур наименьшей, полученный круговой пояс разделим пополам; одному дадим меньшую лепешку плюс половину кругового пояса *G* средней, а другому — остаток последней.

40. Сквозь визитную карточку

Рис. 330 дает полную возможность каждому любителю протиснуть свою особу через визитную карточку. Проведите на вашей визитной карточке одну

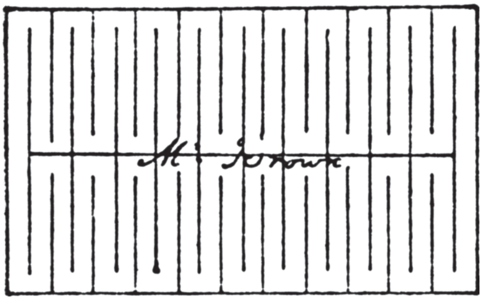


Рис. 330

горизонтальную и ряд вертикальных черточек, как на рис. 330, и прорежьте по ним карточку. Если проделать это аккуратно, без «зарезов», — нетрудно вытянуть карточку в цепь достаточной длины для того, чтобы в нее мог протиснуться взрослый.

41. Разрезать ленту

Для решения задачи с лентой достаточно разрезать ее одним взмахом ножниц по линии *BA*, сложив ее предварительно как на рис. 331. После разрезки получим три куска ленты *AB*, *DC*, *EF*, все три — одинаковых размеров и формы (см. тот же рис.). Чтобы выполнить эту операцию с достаточной точностью, читателю необходимо знать способ нахождения точек *A*, *B*, *C* и *E*. Он чрезвычайно прост. Разделим длинный край ленты (края ее неодинаковы, потому что один конец ленты срезан под острым углом) на три равные части; проделаем то же самое с коротким краем ее и отметим точки деления ленты. Если теперь разрежем ленту по прямым, соединяющим точки деления короткого края с соответственными точками длинного, то получим три куска ленты одинаковой формы и величины. Но на это требуются два взмаха ножниц. Чтобы ограничиться одним, сложим ленту как на рис. 331, где точки *A* и *B* суть соответственно точки деления на коротком и длинном краях ленты, и произведем разрез по *AB*.

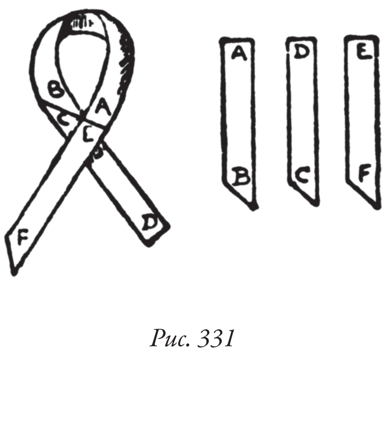


Рис. 331

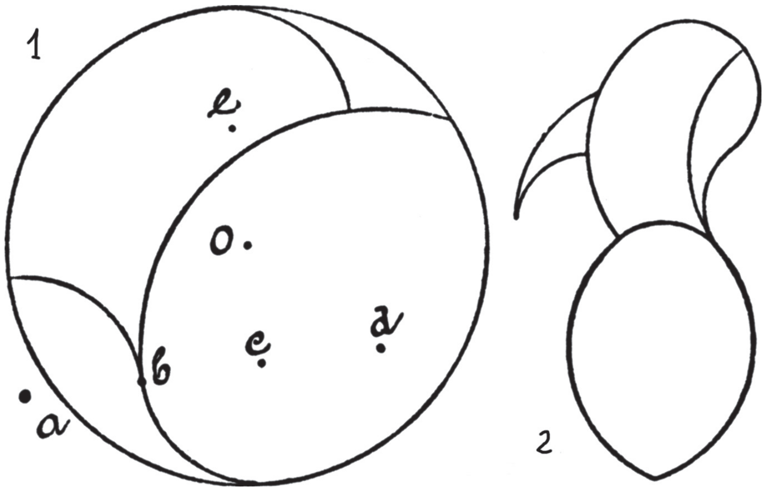


Рис. 332

42. Фантастическая птица

Фигуры 1 и 2 рис. 332 дают ясное понятие, каким именно путем можно из круга получить фантастическую птицу. Точка *O* фиг. 1 есть центр круга. Точки *e* и *c* лежат на диаметре, точки *a*, *b* и *d* — на перпендикуляре к помянутому диаметру. Расстояние между каждой парой рядом расположенных точек одно и то же. Из них, как из центра, проводим циркулем дуги — читатель легко поймет, какого радиуса и из какого центра. Эти дуги рассекут круг на части, из которых нетрудно составить изображение фиг. 2 рис. 332.

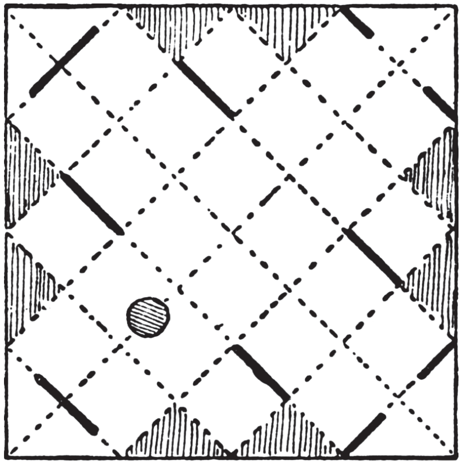


Рис. 333

43. Коробочка

Секрет устройства коробки объясняется рисунками 333 и 334. Возьмите кусок толстой бумаги и сделайте на ней перегибы, указанные пунктиром рис. 333. По жирным линиям сделайте прорезы, а восемь заштрихованных треугольников отрежьте начисто прочь.

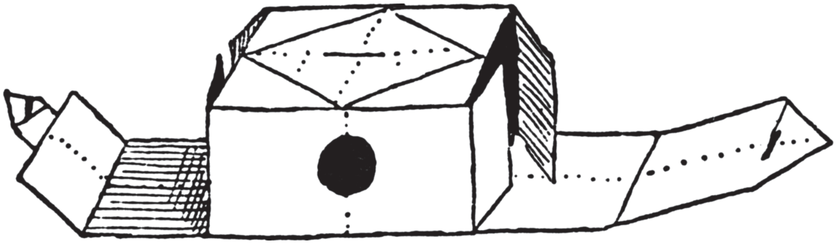


Рис. 334

Если коробка нужна вам для производства вихревых колец, сделайте на картоне дырку (на рис. 333 — заштрихованный кружок). Загнув надлежащим способом отдельные части фигуры рис. 334, легко получим желаемую коробочку.

Метод сгибания станет ясен читателю из рис. 334.

44. Разрезать клеенку

Решение задачи с клеенкой дают фигуры рис. 335. Разрежем фиг. 1 и 2 по жирным линиям; полученные фигуры *A*, *B*, *C*, *D* легко сложить так, чтобы они составили собой квадрат фиг. 3, который и удовлетворяет всем требованиям задачи.

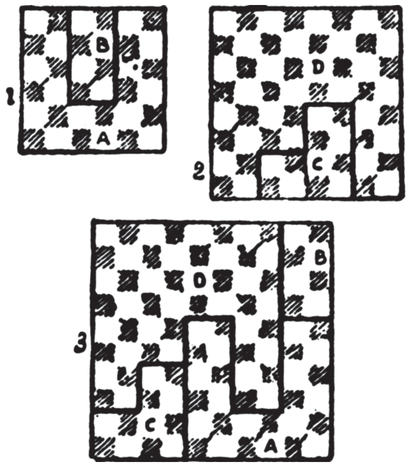


Рис. 335

45. Странный чертеж

Наконец, последняя задача разрешается легче всех остальных, и мы полагаем, читатели недолго ломали над ней голову. Поднесите страницу в уровень с глазами и смотрите на чертеж сбоку (со стороны правого поля) и так, чтобы взгляд скользил по чертежу; вы отчетливо прочтете то, чем редакция ныне приветствует всех своих многочисленных читателей:

СЪ НОВЫМЪ ГОДОМЪ! [1]

ЗАГАДКИ ЗИМЫ

46. Поверхность пьедестала

Поверхность пьедестала покрылась налетом изморози, потому что гранит, охлажденный предшествовавшими морозами, не успел в оттепель сразу принять температуру окружающего воздуха, и влага осела на нем ледяными кристаллами. Бронза же барельефа — гораздо лучший проводник тепла, нежели гранит, — довольно быстро приняла температуру потеплевшего воздуха и, следовательно, изморозь на ней образоваться не могла. Вот почему бронзовый узор выделился черным силуэтом на белой пелене изморози, покрывшей гранитный пьедестал.

[1] Напоминаем, что задача и ответ на нее были опубликованы в декабрьских номерах журнала «Природа и люди» за 1909 г.: в то время еще действовали правила старой, дореформенной орфографии (*примеч. ред.*).

47. Луна зимой и летом

Полная Луна занимает на небесной сфере положение, диаметрально противоположное Солнцу. А так как зимою Солнце в наших широтах поднимается над горизонтом низко, то полная Луна, понятно, должна стоять высоко, и, наоборот, летом, когда Солнце поднимается сравнительно высоко, полная Луна должна занимать на небе низкое положение.

Различие же в кажущихся размерах лунного диска объясняется общеизвестным обманом зрения, в силу которого все светила кажутся нам тем крупнее, чем они ближе к горизонту, и тем меньше, чем они ближе к зениту.

48. Снег на крышах

Подтаивание снега на крышах некоторых домов при температуре воздуха ниже нуля объясняется просто тем, что дома эти хорошо отапливаются: теплый воздух отапливаемых помещений поднимается из всех этажей вверх, под крышу и несколько нагревает ее. При небольшом морозе этого нагревания крыши бывает иногда достаточно, чтобы вызвать медленное таяние лежащего на ней снега.

49. Снег на улицах и за городом

Снег на улицах тает быстрее, нежели за городом, потому что уличный снег — грязный, т. е. темного цвета. А известно, что темные тела (при прочих одинаковых условиях) поглощают больше тепла, нежели светлые. Бенджамин Франклин, первый отметивший этот факт, произвел следующий простой и поучительный опыт:

> «Я взял у портного несколько квадратных кусочков сукна различных цветов; между ними были — черный, темно-синий, зеленый, пурпуровый, красный, белый и различные другие цвета и оттенки. В одно светлое солнечное утро я положил все эти куски на снег. Через несколько часов черный кусок, нагревшийся сильнее всех, погрузился так глубоко, что прямые лучи солнца больше его не достигали; темно-синий погрузился почти настолько же, как и черный; светло-синий — гораздо менее; остальные лоскутья опустились тем менее, чем они светлее. Белый же остался на поверхности, вовсе не опустился».

50. Как лучше шить шубы?

Правильнее в смысле сбережения тепла шить шубы мехом внутрь — вот почему. Шуба «греет» оттого, что воздух, заключенный между волосами ее меха, дурно проводит теплоту, следовательно, уменьшает теплоотдачу нашего тела. В шубе, сшитой мехом внутрь, воздух между волосами, нагретый нашим телом, сохраняется дольше, нежели в мехе, обращенном наружу, где он гораздо скорее заменяется холодным окружающим воздухом.

Шьют же сибиряки полушубки шерстью наружу просто из соображений гигиенических — в таком мехе менее часто заводятся паразиты-насекомые.

51. Секрет угадывания дня рождения

раскрывается чрезвычайно просто из следующего равенства:

$$\{[100m + t)2 + 8]\ 5 + 4\}10 + 4 + n - 444 = 10\,000m + 100t + n.$$

Здесь m — обозначает порядковый номер месяца рождения, t — число месяца, n — возраст. Левая часть равенства выражает все последовательно производимые нами действия, а правая — конечный результат этих действий. Вы видите, что так как ни m, ни t, ни n не могут быть более чем двузначными числами, то число, получающееся в результате, всегда должно при делении на грани, по две цифры в каждой, распасться на три части, выраженные искомыми числами m, t и n.

52. Арифметика за завтраком

Рассматривая первые три ряда на нашем рисунке, вы видите, что «ложка», умноженная на «ложку», дает «нож». А из следующих рядов видно, что «нож» без «ложки» дает «ложку», или что «ложка» + «ложка» = «ножу». Какая же цифра дает одно и то же и при удвоении, и при умножении само на себя? Это может быть только два, потому что 2 × 2 = 2 + 2. Таким образом, мы узнаем, что «ложка» = 2 и, следовательно, «нож» = 4.

Теперь идем дальше. Какая цифра обозначена вилкой? Попробуем разгадать это, присмотревшись к первым трем рядам, где вилка участвует в умножении, и к рядам III, IV и V, где та же вилка фигурирует в действии вычитания. Из группы вычитания вы видите, что, отнимая в разряде десятков «вилку» от «ложки», получаем в результате «вилку»; т. е. при вычитании два минус «вилка» получается «вилка». Это может быть в двух случаях: либо «вилка» = 1, и тогда 2 – 1 = 1; либо же вилка = 6, и тогда, вычитая 6 из 12 (единица высшего разряда занимается у «чашки»), получаем 6.

Что же выбрать; 1 или 6? Испытаем, годится ли 6 для вилки в других действиях. Обратите внимание на сложение V и VI рядов: «вилка» (т. е. 6) + «чашка» = «тарелке»; значит, «чашка» должна быть меньше 4 (потому что в рядах VII и VIII «тарелка» минус «вилка» = «чашке»). Но чашка не может равняться двойке, так как двойка обозначена уже ложкой; не может чашка быть и единицей — иначе вычитание IV ряда из III не могло бы дать трехзначного числа в V ряду. Не может, наконец, чашка обозначать и 3 — вот почему: если чашка 3, то бокальчик (см. ряды IV и V) должен обозначать единицу, потому что 1 + 1 = 2, т. е. «бокальчик» + «бокальчик» = = «чашке», убавленной на единицу, которая, помните, была занята у нее при вычитании в разряде десятков; «бокальчик» же равняться единице не может, потому что тогда тарелка в VII ряду будет обозначать в одном случае цифру 5 («бокальчик» + «нож»), а в другом — цифру 6 («вилка» + «чашка»), чего быть не может. Значит, нельзя было допустить, что «вилка» = 6, а надо было принять ее равной единице.

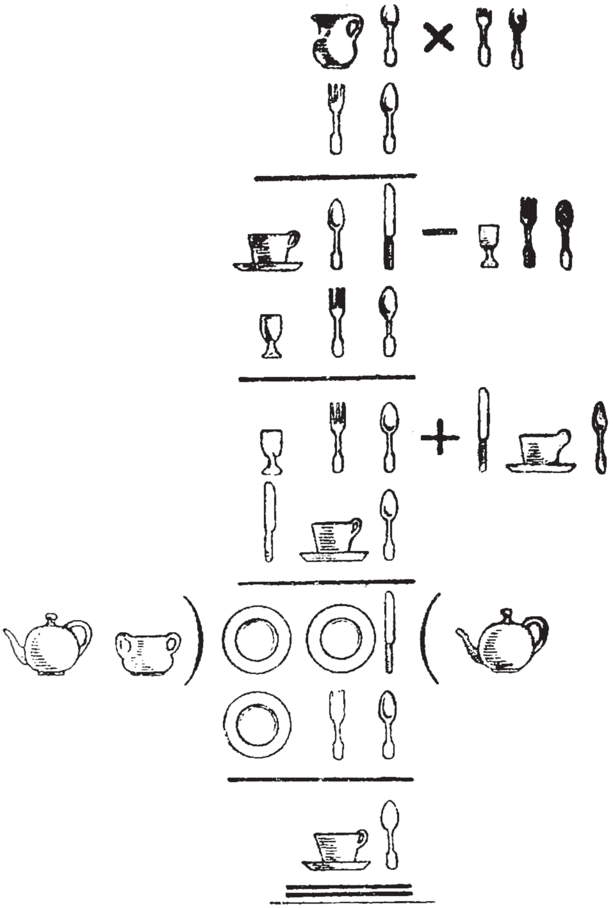


Рис. 336

Узнав путем таких, — довольно, правда, долгих, — поисков, что вилка обозначает цифру 1, мы дальше уже идем более уверенно и быстро. Из действия вычитания в III и IV рядах видим, что чашка обозначает либо 6, либо 8. Но 8 приходится отвергнуть, потому что тогда вышло бы, что «бокальчик» = 4, а мы знаем, что цифру 4 изображает нож. Итак, чашка обозначает цифру 6, а, следовательно, бокальчик — цифру 3.

Какая же цифра обозначена кувшинчиком в I ряду? Это легко узнать, раз нам известно произведение (III ряд, 624) и один из множителей (II ряд, 12). Разделив 624 на 12, получаем 52. Следовательно, «кувшинчик» = 5.

Значение тарелки определяется просто: в VII ряду «тарелка» = «вилке» + + чашка = «бокальчику» + «нож»; т. е. тарелка = 1 + 6 = 3 + 4 = 7.

Остается разгадать цифровое значение чайника и сахарницы в VII ряду. Так как для цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 предметы уже найдены, то остается выбирать только между 8, 9 и 0. Подставим в действие деления, изображенное в последних трех рядах, соответствующие цифры вместо предметов. Получим такое расположение (буквами *ч* и **с** обозначены «чайник» и «сахарница»):

$$\begin{array}{r} \textit{чс})\ 774\ (\textit{ч} \\ \underline{712} \\ 62 \end{array}$$

Число 712, мы видим, есть произведение двух неизвестных чисел *чс* и *ч*, которые, конечно, не могут быть ни нулем, ни оканчиваться нулем: значит, ни *ч*, ни *с* не есть нуль. Остаются два предположения: *ч* = 8 и *с* = 9, или же, наоборот, *ч* = 9 и *с* = 8. Но, перемножив 98 на 8, мы не получаем 712; следовательно, чайник обозначает 8, а сахарница — 9 (действительно: 89 × 8 = = 712).

Итак, мы разгадали иероглифическую надпись из предметов столовой сервировки:

кувшин	= 5
ложка	= 2
вилка	= 1
чашка	= 6
бокальчик	= 3
чайник	= 8
сахарница	= 9
тарелка	= 7

А весь ряд арифметических действий, изображенный этой оригинальной сервировкой, приобретает такой смысл:

$$\begin{array}{l} \ \ 52 \times 12 \\ \underline{\ \ 12\qquad\quad\ } \\ 624 - 312 \\ \underline{312\qquad\quad\ } \\ 312 + 462 \\ 462 \\ 89)\ 774\ (8 \\ \underline{\qquad 712\ \ \ } \\ \qquad\ 62 \end{array}$$

53. Кольцо великанов

Поперечник мизинца человека нормальных размеров около $1\frac{1}{2}$ см. Умножив на 12, имеем для поперечника кольца великанши $1\frac{1}{2} \times 12 = 18$ см; кольцо с таким просветом имеет окружность $18 \times 3\frac{1}{7}$ = около 56 см.

Это достаточные размеры, чтобы возможно было просунуть через него голову нормальной величины (в чем легко убедиться, измерив бечевкой окружность головы в самом широком месте).

Что касается веса такого кольца, то если обыкновенное колечко весит, скажем, 5 г, такого же фасона кольцо страны великанов должно было весить 8½ кг!

54. Оси экипажа

На первый взгляд задача эта кажется не относящейся вовсе к геометрии. Но в том-то и состоит овладение этой наукой, чтобы уметь обнаруживать геометрическую основу задачи там, где она замаскирована посторонними подробностями. Наша задача по существу безусловно геометрическая: без знания геометрии ее не решить.

Итак, почему же передняя ось экипажа стирается больше задней? Всем известно, что передние колеса меньше задних. На одном и том же расстоянии малый круг оборачивается большее число раз, чем круг покрупнее; у меньшего круга и окружность меньше — оттого она укладывается в данной длине большее число раз. Теперь понятно, что при всех поездках экипажа передние его колеса делают больше оборотов, нежели задние, а большее число оборотов, конечно, сильнее стирает ось.

55. Задача о бассейнах

Ошибка, обычно допускаемая при решении подобных задач, состоит в следующем.

Составители задачников забывают, что *скорость вытекания* жидкости из бассейна не остается постоянной, а постепенно уменьшается по мере понижения уровня в бассейне (скорость пропорциональна квадратному корню из высоты уровня над отверстием — закон Торричелли). Поэтому, если бассейн весь опоражнивается в 10 часов, то отсюда вовсе не следует, что в каждый час вытекает по 1/10 содержимого бассейна: в первые часы вытекает больше, в последние — меньше. Втекание же воды в бассейн происходит обычно под постоянным давлением, т. е. равномерно. Поэтому определить, какая именно доля бассейна нальется в него при двух трубах в течение первого часа, нельзя тем упрощенным приемом, который практикуется в школе; да и вообще вся задача может быть решена только средствами высшей математики и дает совсем не тот ответ, который находим в задачниках[1]. Правильны решения

[1] Насколько ошибочен обычно получаемый результат, видно из следующего. В подробных курсах физики доказывается, что время, необходимое для опорожнения бассейна, *вдвое* больше того, какое нужно было бы, чтобы из того же бассейна вылился равный объем воды при *неизменном первоначальном* уровне. Значит, если наш бассейн может опорожниться в 10 часов, то при неизменном первоначальном уровне такой же объем воды вылился бы в 5 часов, или 300 минут. Мы видим, что в первую минуту выливается около 300-й доли бассейна, между тем как обычный прием дает всего 1/600. Отсюда прямое следствие: если наш бассейн полон, то при открытии сразу обеих труб вода в нем не будет ни прибывать, ни убывать, между тем как, рассуждая арифметически, мы должны ожидать, что вода перельется через края бассейна.

только тех задач о бассейнах, в которых все трубы *вливают* воду; если же имеются *выливающие* трубы, то задача арифметическим путем решается неверно.

Герон жил за полтора тысячелетия до Торричелли, открывшего закон истечения, и его заблуждение вполне естественно. Но повторять ту же ошибку в XX веке никак не следует. Считать истечение воды из бассейна равномерным так же абсурдно, как принимать, что движется равномерно падающий камень.

56. Задача о шести спичках

Из всех многоугольников, какие возможно составить из шести спичек, наибольшею площадью обладает *правильный шестиугольник*.

57. Задача о гулливеровых яблоках

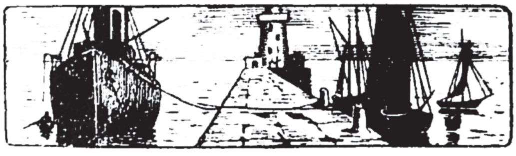
Приняв, что яблоко нормальных размеров весит ⅕ фунта[1], легко вычислить, что яблоко с поперечником в 12 раз бо́льшим должно весить ⅕ × 1728 = = 345,6 фунта, т. е. свыше 8½ пудов. Такое яблоко при падении (притом с 12-кратной высоты!) должно было не только сшибить с ног Гулливера, но и неминуемо раздавить его.

58. Задача о салфетке

Проверка, указанная в задаче, может убедить лишь в том, что салфетка имеет форму четырехугольника, симметричного относительно обеих диагоналей. Но таким четырехугольником является каждый ромб, а не только квадрат. Белошвейка убеждается, следовательно, лишь в том, что салфетка имеет форму ромба; квадратом этот ромб будет только при условии равенства диагоналей.

59. Задача о мировом флоте

При водоизмещении в 57 миллионов тонн мировой флот должен вытеснять 57 миллионов кубических метров воды, которые, распределенные по всей водной поверхности земного шара (350 миллионов квадратных километров), должны возвышаться слоем толщиною в 1/6000 миллиметра (меньше длины световой волны).



[1] Здесь и далее 1 фунт = 0,40951241 кг, 1 пуд ≈ 16,38 кг (*примеч. ред.*).

60. Задача об Эйфелевой башне

Так как высота модели меньше высоты башни в 300 : 1,75 = около 184 раз, то объем, а следовательно и вес модели должен быть меньше веса башни в 184^3, т. е. в 6 229 504 раза. Следовательно, вес модели должен равняться 8 000 000 : 6 229 504 = около 1,3 килограмма, т. е. около 3 фунтов. (Такой сравнительно с высотою незначительный вес объясняется ажурной структурой Эйфелевой башни, потребовавшей минимального количества строительных материалов.)

61. Четырьмя пятерками

Четырьмя пятерками написать 16 можно только одним способом:

$$5 + 55/5 = 16.$$

62. Скорость встречного поезда

Весьма простое (хотя и не безусловно строгое) решение задачи таково.

Предположим для простоты, что вся местность получила движение со скоростью первого поезда (75,6 км/ч = 21 м/с), но в обратном направлении. Это равномерное и прямолинейное перемещение не должно внести никаких изменений в наблюдаемую картину явлений. Между тем расчеты при этом значительно упрощаются. Первый поезд вследствие этого будет уже неподвижен, встречный же будет теперь двигаться со скоростью $21 + x$ метров в секунду (если x — секундная скорость встречного поезда). До того, как поезда поровнялись, скорость звука *для наблюдателей* равнялась $321{,}5 + 21 + x$, где 321,5 — обычная скорость звука при −15°C. После того как поезда поровнялись, скорость звука для наблюдателей сделалась равной $321{,}5 - 21 - x$. Отношение этих скоростей, очевидно, равно отношению чисел колебаний *si* и *sol*, т. е. 5/4:

$$\frac{321{,}5+21+x}{321{,}5-21-x}=\frac{5}{4}.$$

Составив производную пропорцию, имеем:

$$\frac{321{,}5+21+x+321{,}5-21-x}{321{,}5+21+x-321{,}5+21+x}=\frac{5+4}{5-4}, \text{ или } \frac{2\times 321{,}5}{2\times 21+2x}=9.$$

Далее:

$$\frac{321{,}5}{21+x}=9; \quad x = 14{,}7.$$

Искомая скорость в километрах в час равна

$$14{,}76 \times 3600 = 53.$$

Из решений, предложенных читателями, приводим два: одно хотя и сложное, но вполне точное, другое — приближенное, но крайне простое.

Изменение тона свистка произошло вследствие движения поездов. Согласно принципу Допплера, имеем следующую формулу (Хвольсон, «Курс физики», т. I, гл. 5):

$$1)\ n_1 = n\frac{v+u}{v-u_1}, \text{ где}$$

n_1 — есть число колебаний, воспринимаемое наблюдателем,
n — число колебаний, действительно посылаемых звучащим телом,
v — скорость звука,
u — скорость движения наблюдателя,
u_1 — скорость движения звучащего тела.

В формуле 1) u и u_1 следует считать положительными в случае уменьшения расстояния между наблюдателем и звучащим телом и отрицательными — в противоположном случае.

Таким образом, до момента встречи двух поездов имеем формулу 1); для момента после встречи будем иметь формулу:

$$2)\ n_2 = n\frac{v-u}{v+u_1}.$$

Разделив равенство 1) на 2), получим:

$$3)\ \frac{n_1}{n_2} = \frac{n\dfrac{v+u}{v-u_1}}{n\dfrac{v-u}{v+u_1}}.$$

Отношение $\frac{n_1}{n_2}$ = согласно условию задачи отношению числа колебаний в тоне *si* (до момента встречи) к числу колебаний в тоне *sol* (после встречи) той же октавы (второй). Пользуясь теорией музыки или любым учебником физики, находим, что $\frac{n_1}{n_2} = \frac{15}{8} : \frac{3}{2} = \frac{5}{4}$, где 15/8 есть число колебаний тона *si*, а 3/2 — тона *sol*, если за единицу принять число колебаний *do*. Подставляя найденное отношение (5/4) в формулу 3), найдем:

$$\frac{\dfrac{v+u}{v-u_1}}{\dfrac{v-u}{v+u_1}} = \frac{5}{4}.$$

Скорость звука v при –15°C = 321,5 м/с.
По условию задачи u = 21 м/с.

При указанных значениях v и u формула эта дает:

$$\frac{\dfrac{321,5+21}{321,5-u_1}}{\dfrac{321,5-21}{321,5+u_1}}=\frac{5}{4},$$

откуда

$$u_1=\frac{17\,039,5}{1149}=14,83\text{ м/с}=53,4\text{ км/ч.}$$

(*Подписчик К. Агринский.*)

Второе решение интересно тем, что результат получается в нем чисто арифметически.

Из учебников физики известно, что скорость звука при –15°C, без влияния воздушных течений, = 321,5 метра, а также что тон *si* второй октавы имеет 240 колебаний, а *sol* той же октавы имеет 192 колебания.

При движении поездов навстречу пассажиры воспринимали колебания, доходившие вследствие естественного распространения звука, а также и волны на пространстве, пробегаемом поездами. При удалении поездов недополучили количество колебаний на расстоянии, на которое убегали поезда друг от друга. Разность чисел колебаний между данными тонами 240 – 192 = 48.

Таким образом, излишек и недостаток воспринимаемых волн выразится 48 : 2 = 24.

Фактическое число колебаний свистка = 192 + 24 = 216.

Длина звуковой волны $\dfrac{321,5}{216}$ м.

Скорость обоих поездов $\dfrac{321,5}{216}\times 24$ м/с, т. е. 128,6 км/ч.

Вычтя скорость первого поезда (75,6), получаем искомую скорость второго: 128,6 – 75,6 = 53 км/ч.

(*Подписчица Д. Д. Кузнецова.*)

63. Семеро друзей

Нетрудно сообразить, что все семь друзей могли встречаться только через такое число дней, которое кратно и 2, и 3, и 4, и 5, и 6, и 7. Наименьшее из таких чисел есть 420.

Следовательно, друзья сходились все вместе только один раз в 14 месяцев.

64. Продолжение предыдущей

Каждый из восьми присутствующих (хозяин и 7 друзей) чокается с 7 остальными; всего, значит, сочетаний по два насчитывается 8 × 7 = 56. Но при этом каждая пара считалась дважды (например, 3-й гость с 5-м и 5-й с 3-м считались за разные пары). Следовательно, стаканы звучали 28 раз.

65. Что громче?

Более громкий плач доносится *слева*. Плач двух младенцев на расстоянии 2 м ослабевает в 4 раза по сравнению с громкостью на расстоянии 1 м. Следовательно, до уха слушателя доносится звук в $2/4$, т. е. вдвое слабее, чем крик одного младенца на расстоянии 1 м. От группы же трех младенцев звук доходит ослабленным в 9 раз по сравнению с его силою на расстоянии 1 м; следовательно, сила звука с этой стороны составляет $3/9$, или одну треть силы плача одного младенца на расстоянии 1 м. Значит, плач двоих доносится громче плача троих в $1/2 : 1/3 = 1\frac{1}{2}$, — в полтора раза.

66. Что тяжелее?

Правый куб представим себе состоящим из маленьких кубиков, в каждом из которых помещается шарик. Легко видеть, что большой шар занимает такую же долю целого куба, какую составляет каждый малый шарик от малого кубика. Число всех малых шариков и кубиков нетрудно определить: $6 \times 6 \times 6 = 216$. 216 шариков составляют по объему такую же долю от 216 кубиков, как и один шарик от одного кубика, то есть такую же, как и большой шар от большего куба. Отсюда ясно, что в обоих ящиках содержится одинаковое количество металла и, следовательно, вес их должен быть один и тот же.

Соответственно, оба ящика с шарами вместят одинаковое количество воды.

67. Вес бутылки

(Даем арифметическое решение.) Из условия задачи мы знаем, что, во-первых, вес бутылки + вес керосина = 1000 граммам.

А во-вторых, так как кислота вдвое тяжелее керосина, мы знаем, что вес бутылки + двойной вес керосина = 1600 граммам.

Отсюда ясно, что разница в весе 1600 – 1000, т. е. 600 граммов, есть вес керосина в объеме бутылки. Но бутылка вместе с керосином весит 1000 граммов; значит, бутылка весит 1000 – 600 = 400 граммов.

68. Брусок мыла

$3/4$ бруска мыла + $3/4$ килограмма весят столько, сколько целый брусок. Но в целом бруске содержится $3/4$ бруска + $1/4$ бруска. Значит, $1/4$ бруска весит $3/4$ килограмма. И, следовательно, целый брусок весит в четыре раза больше, чем $3/4$ кг, т. е. 3 килограмма.

69. Дыни

Окружность большой дыни (72 см) превышает окружность меньшей (60 см) в $72/60$, т. е. в $1\frac{1}{5}$ раза. Таково же отношение ее поперечника к поперечнику меньшей дыни.

Ее объем больше в $1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{5} = 216/125 = 1\frac{91}{125}$ раз. Если меньшая дыня стоит 25 рублей, то бо́льшая должна стоить $25 \times 216/125 = 43$ руб. Между тем, дыня стоит всего 40 рублей. Ясно, что ее купить выгоднее, чем меньшую.

70. Сколько граней?

Задача вовсе не шуточная и вскрывает ошибочность обычного словоупотребления. У шестигранного карандаша не шесть граней, как, вероятно, полагает большинство. Всех граней у него, если он не очинен, восемь: шесть боковых и еще две маленькие «торцевые» грани. Будь у него в действительности шесть граней, он имел бы совсем иную форму — бруска с четырехугольным сечением.

Привычка считать у призм только боковые грани, забывая об основаниях, очень распространена. Многие говорят: *трехгранная* призма, *четырехгранная* призма и т. д., между тем как призмы эти надо называть треугольная, четырехугольная и т. д. — по форме основания. Трехгранной призмы, то есть призмы о трех гранях, даже и не существует. Поэтому карандаш, о котором говорится в задаче, правильно называть не «шестигранным», а «шестиугольным».

71. Девушка у зеркала

Человек, стоящий прямо перед плоским зеркалом, может видеть как в вышину, так и в ширину часть себя, вдвое бо́льшую соответствующего измерения зеркала. Так, человек вышиной в 6 футов увидит себя во весь рост в зеркале 3 фута высотой. Зеркало в ½ метра отразит лишь высоту в 1 метр. Это соотношение остается неизменным для любого расстояния от зеркала.

Сказанное нетрудно проверить на чертеже. Пусть глаз наблюдателя находится в E и видит отражение EA в $E'A'$. Зеркало изображено линией MN. По закону отражения света, угол $ANO = ENO = O'NA'$; $ON = O'N'$, ибо изображение находится на том же расстоянии позади зеркала, на каком сам

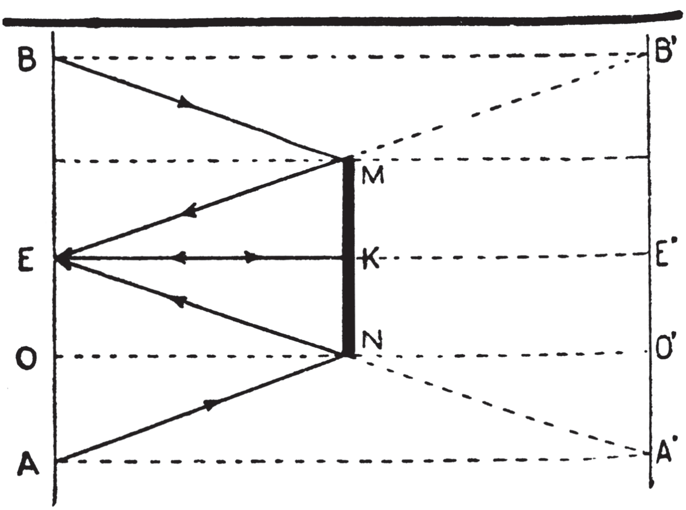


Рис. 337

предмет — перед зеркалом. Таким образом из геометрических соображений и из симметрии фигуры следует, что изображение $E'A' = EA = 2EO = 2KN$. Итак, часть отражения, видимая ниже уровня глаза, равна двойной длине части зеркала KN ниже этого уровня. Точно так же ясно, что часть отражения над уровнем глаза равна $2KM$. Стало быть, все видимое отражение $A'B'$ равно удвоенной высоте зеркала MN. Так как все это рассуждение совершенно не зависит от каких-либо предположений относительно расстояния наблюдателя до зеркала, то очевидно, видимая часть отражения одна и та же для всех расстояний.

72. С аэроплана

Положим, что авиатор находится в точке A чертежа (см. рис. 257), на высоте 12 км над землей, и что он может видеть концы дуги BC, измеряющей угол BOC. Из прямоугольного треугольника AOB имеем, что угол $BOC =$ $= 21°56'$ или 1316 км.

Длина BC равна отсюда $6400 \times \dfrac{1316\,\pi}{60 \times 180}$ км или 2449 км. Поэтому при идеальных условиях видимости наш авиатор мог бы обозреть пространство от Москвы почти до Урала — в одну сторону и до Восточной Пруссии — в другую (по долготе), в по широте — от Кольского полуострова до северного побережья Черного моря.

73. Горизонт

Горизонт должен был бы иметь форму окружности также и в том случае, если бы Земля была плоскостью: горизонт есть линия пересечения небесного свода с земной поверхностью, а шар и плоскость пересекаются по окружности. Поэтому круглая форма горизонта вовсе не является решительным доказательством шарообразности Земли, как пишут во всех учебниках географии.

74. Что вы знаете по астрономии?

1. Солнце на небе движется слева направо (т. е. в том же направлении, в каком идут буквы в строке).

2. Нам *кажется*, что суточное движение Солнца происходит с востока на запад. Значит, Земля движется в *обратную* сторону — с запада на восток.

3. 21 километр.

4. Этот круг означает лишь одно: люди, которые распорядились его начертить, сами не понимали, что они делают. Они воображали, что чертят «эклиптику» — линию пересечения земного шара с плоскостью земной орбиты[1]. Но эта линия не может занимать на земной поверхности постоянного

[1] Строго говоря, *эклиптика* — большой круг небесной сферы, по которому происходит видимое годичное движение Солнца (*примеч. ред.*).

положения: вследствие наклонного вращения Земли линия ее пересечения с плоскостью орбиты каждое мгновение меняет свое положение на земной поверхности[1].

5. Земля ближе к Солнцу в январе.

6. В северном полушарии лето длиннее зимы, весна длиннее осени.

7. 1 января Земля впервые начинает приближаться к Солнцу после шести месяцев удаления от него.

8. Самое позднее утро бывает 8 февраля.

9. Летом Солнце посылает на 1 квадратный метр у полюса больше тепла в течение суток (24 часа), чем на квадратный метр у экватора.

10. Это повторится через 28 лет, в 1948 г. Вообще календарь повторяется каждые 7 × 4, т. е. каждые 28 лет.

75. Пловец на Луне

Поддерживающая сила, оказываемая жидкостью на плавающее тело, равна весу вытесненной жидкости. Так как сила тяжести на Луне составляет лишь ⅙ земной, то и вес вытесненной воды на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле. Поэтому и вес предмета, и поддерживающая сила воды будут уменьшены в одинаковом отношении, так что предметы на Луне должны погрузиться до того же уровня, как и на Земле, и в этом смысле пловец не получит никакого преимущества. Однако всякое усилие, которое он сделает, даст больший результат в смысле поднятия его тела над водой, и поэтому для человека, который желал бы удержать над водой бóльшую часть своего тела, чем это обусловлено равновесием, на Луне показалось бы много легче, чем на Земле.

76. Обезьяна на веревке

Ответы не были единообразны. Одни из решавших задачу утверждали, что, бегая по веревке, обезьяна не может оказать никакого действия на груз: гиря не сдвинется с места. Другие полагали, что при движении обезьяны вверх груз будет опускаться. И лишь меньшинство высказало мысль, что гиря подвинется вверх, навстречу обезьяне.

Последний ответ и является единственно правильным[2]: движение обезьяны вверх должно вызвать не опускание, а подъем гири. Когда обезьяна взбирается вверх по свисающей с блока веревке, сама веревка под ее руками должна двигаться обратно вниз (сравните с подъемом человека по лестнице, свисающей с воздушного шара в задаче 102).

---

[1] Плоскость эклиптики наклонена к плоскости небесного экватора под углом $\varepsilon = 23°26'21{,}448'' - 46{,}8150''t - 0{,}00059''t^2 + 0{,}001813''t^3$, где t — число юлианских столетий, прошедших с 1 января 2000 г. (*примеч. ред.*).

[2] Если пренебречь трением. При наличии значительного трения гиря может и не подняться.

ГДЕ ОШИБКА?

77. Вес воздуха

Воздух при обыкновенных условиях давления и температуры менее плотен, нежели вода, не в 1200 раз, а всего в 770 раз. Грамм такого воздуха занимает не 1200 кубических сантиметров (1⅕ литра), а 770 кубических сантиметров (около ⅘ литра).

78. Воздух и пробка

Плотность пробки относительно воды — ¼; плотность воздуха относительно воды — 1/770. Следовательно, плотность воздуха меньше плотности пробки в ¼ : 1/770, т. е. в 192 раза, а вовсе не в ¼ × 1/770, т. е. в 3000 раз.

79. Плотность дроби

Вывод, что плотность мелкой и крупной дроби должна быть одинакова, неправилен и не подтверждается опытом (между прочим, и опытами того же Н. С. Дрентельна[1], которому принадлежит это утверждение).

Дробинки располагаются в сосуде столбиками одна над другой далеко не всегда, а чаще так, что дробинки верхнего слоя частью входят в промежутки между дробинками нижнего слоя. При этом объем дробинок должен составлять не 0,52 объема куба, а — как показывает вычисление — 0,74. Кроме этих крайних положений, дающих самую рыхлую и самую плотную структуры, на практике осуществляется еще целый ряд промежуточных структур, вследствие чего плотность дроби не может быть постоянной величиной.

80. Всемирное притяжение

Взаимное сближение мелких плавающих тел обусловлено не всемирным притяжением, а капиллярными силами (силою поверхностного натяжения).

Всемирное притяжение между такими тельцами во много раз слабее той силы, какая необходима в данном случае, чтобы преодолеть сопротивление воды и заставить тела сблизиться.

81. «Нос»

Упущено из виду, что во времена Гоголя разница между старым и новым стилем была не 13 дней, а 12 дней. Лишний день прибавился только в XX веке.

---

[1] *Дрентельн Николай Сергеевич* (1855–1919) — российский педагог, автор методических пособий и популярных книг по физике и химии (*примеч. ред.*).

82. Скорость дождевых капель

Из сопоставления обеих задач ясно, что скорость дождевых капель предлагается вычислять как скорость падения тела в пустоте. При таком способе вычисления для скорости V дождевых капель, упавших с высоты 900 метров, получается

$$V = \sqrt{2 \times 9,8 \times 900} = 140 \text{ метров.}$$

Такая скорость совершенно не соответствует тому, что действительно наблюдается: дождевые капли никогда не падают со скоростью больше 10 метров в секунду. Это противоречие объясняется нереальностью допущения, что капли воды падают в воздухе как в пустоте. Сопротивление, оказываемое воздухом движению водяной капли, совершенно меняет картину падения.

83. Горение в воздухе

Замечание Даннемана заключает серьезную ошибку. Совершенно неверно, что при описанном опыте «исчезает всегда одна и та же доля воздуха». Это неправильное мнение, — к сожалению, весьма распространенное, — обусловлено ошибочным представлением о процессе, происходящем под сосудом с горящей свечой. Кислород действительно исчезает при горении, но он заменяется углекислым газом, молекула за молекулу и, следовательно, занимающим точно такой же объем (по закону Авогадро). Поднятие воды в сосуде вызвано не «сгоранием» кислорода, а уменьшением количества воздуха под ним вследствие того, что часть его, расширившись при нагревании, ушла из сосуда. Количество поднявшейся воды вовсе не постоянно, а зависит от температуры, до какой нагревается при опыте сосуд. Опыт хорошо удается и без горения: вместо зажигания свечи под сосудом можно просто сполоснуть его горячей водой — эффект получится такой же.

84. Закон Архимеда в газах

Сопоставление задач указывает на то, что, по мнению составителя, равновесие весов должно нарушиться от замены золота пробкой на том основании, что золото теряет в воздухе из своего веса меньше, чем пробка. В действительности весы останутся в равновесии: составитель упустил из виду, что если пробка и кусочек золота имеют в воздухе одинаковый вес, и если тот же кусочек золота имеет в воздухе одинаковый вес с кусочком олова, то это олово и пробка должны иметь в воздухе также одинаковый вес, согласно основной логической аксиоме.

По-видимому, автор заметил свой промах, потому что в следующем издании задачника эта задача отсутствует.

85. Задача о Земле во Вселенной

Правильное решение задачи нетрудно найти, если задаться вопросом о том, какая сила может сообщить нашей Солнечной системе неравномерное движение в межзвездном пространстве. Этою силою, конечно, могло бы быть только тяготение, притяжение некоторых космических масс. Но тяготение, как известно, сообщает всем телам *одинаковое* ускорение; поэтому не может наблюдаться никакой разницы в весе тел, помещенных в разных точках земного шара.

86. Чудовищные давления

Для многих будет, вероятно, полной неожиданностью утверждение, что, втыкая пальцем острую иглу в ткань, мы производим давление в тысячу и более атмосфер. Нетрудно, однако, в этом удостовериться. Сила, с какой напирает палец на втыкаемую иглу или булавку, равна примерно 300 г. Площадь же кружка, на который распространяется давление острия иглы, равна всего лишь 0,0003 см^2. Сколько же атмосфер составит это давление? *Одна техническая атмосфера равна давлению 1 кг на 1 см^2*. Поэтому нам надо рассчитать, как велико будет давление иглы на целый квадратный сантиметр. Давление иглы, выраженное в атмосферах, во столько раз больше 300 г, во сколько 1 см^2 больше 0,0003 см^2. Проделав расчеты, узнаем, что давление на 1 см^2 под острием иглы равно 1000 кг. А так как техническая атмосфера равна давлению 1 кг на 1 см^2, то, втыкая иглу, мы производим давление в 1000 технических атмосфер.

Работая иглой, портной поминутно развивает пальцем давление в сотни раз большее давления пара в цилиндре паровоза. Но он столь же мало подозревает об этом, как и парикмахер, под острием бритвы которого развивается не менее чудовищное давление.

Теперь читатель, вероятно, с меньшим недоверием отнесется к утверждению, что насекомое может производить давление в сотни тысяч атмосфер. Как ни мала сила насекомых, это все же осуществляется в действительности. Оса вонзает жало в тело жертвы с силою всего 1 мг. Но зато острота осиного жала превосходит все наши тончайшие технические и научные инструменты. Даже самый сильный микроскоп не обнаруживает на острие жала ни малейшего утолщения. Жало осы, вероятно, наиболее острая вещь в природе: радиус закругления ее острия не превышает одной стотысячной доли миллиметра, между тем как у хорошо отточенной бритвы он не меньше одной десятитысячной миллиметра. Площадь, по которой распределяется давление осиного жала, как показывает расчет, чрезвычайно мала и равна примерно

$$0{,}000\,000\,000\,003 \text{ см}^2.$$

Действуя на такую площадку, сила в 1 мг развивает давление в 330 000 кг, т. е. во столько же технических атмосфер. При таком давлении оса могла бы проколоть крепчайшую стальную броню, если бы само жало ее обладало достаточной прочностью.

87. Дуновение и тяга

Глядя на высокую заводскую трубу, невольно поддаешься впечатлению, что сила тяги в ней должна быть огромна. В действительности же засасывающая сила заводской трубы уж не так велика: выдувая воздух изо рта, мы гоним его значительно большей силой.

Проделаем расчет. *Сила тяги определяется разницей в весе двух столбов воздуха — наружного и заключенного в трубе.* Воздух в трубе нагрет градусов до 300, отчего вес его уменьшается примерно вдвое. Так как высота трубы достигает 40 м, то разность в весе двух столбов воздуха — нагретого и холодного — равна весу 20-метрового столба холодного воздуха. Такой воздух в 10 000 раз легче ртути; вес 20-метрового воздушного столба равен поэтому весу ртутного высотой в

$$20\,000 : 10\,000 = 2 \text{ мм}.$$

Следовательно, тяга в заводской трубе измеряется всего лишь двумя миллиметрами ртутного столба; между тем, выдувая воздух ртом, мы можем поддерживать ртутный столб высотой в 60 мм, т. е. в 30 раз больше!

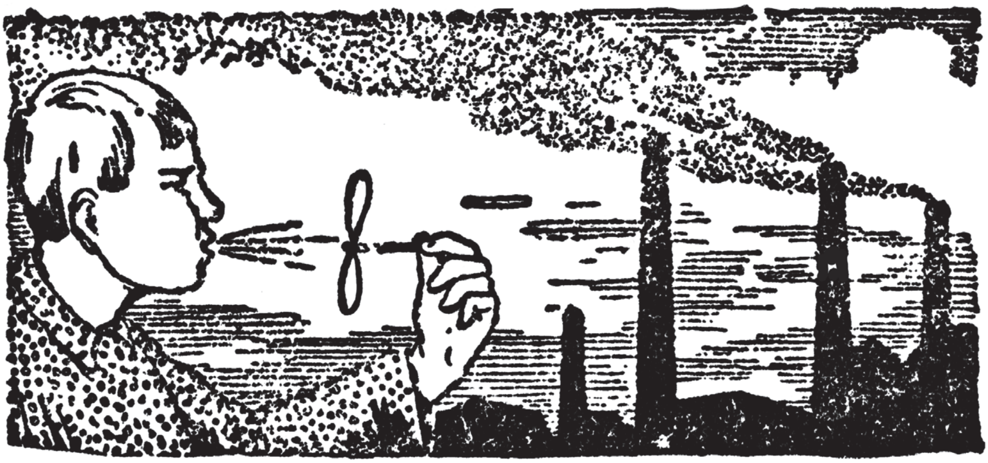


Рис. 338

Неожиданный результат этот способен вызвать недоуменный вопрос: как может столь незначительная сила тяги порождать энергичный приток воздуха к топке? Но в этом случае необходимо помнить, что незначительная сила тяги приводит в движение очень небольшую массу воздуха, поэтому и получается скорость весьма заметной величины.

88. Пар и ураган

Самый опустошительный ураган, с корнем вырывающий вековые дубы и разрушающий каменные стены, производит давление все же во много раз меньшее, чем пар в цилиндре машины. *Давление урагана на квадратный метр составляет* 300 кг. Переводя на 1 см^2, получаем:

$$300 : 10\,000 = 0{,}03 \text{ кг/см}^3 = 0{,}03 \text{ техн. ат.}$$

Итак, около 1/30 атмосферы! Между тем *давление пара в цилиндре достигает нескольких десятков атмосфер.*

89. На дне реки

Весьма распространенное мнение, что на дне глубоких рек круглый год господствует одна и та же температура в +4°C, следует считать неправильным. Обычно рассуждают следующим образом. При температуре в +4°C вода обладает наибольшей плотностью. Охлаждаясь до +4°C, верхние слои воды, как более тяжелые, опускаются вниз. Поэтому на дне должна всегда сохраняться температура в +4°C. Однако это верно *только для озер*, но никак не для текучей воды рек. В речной воде существует не только видимое продольное течение, но и незаметные для глаз *поперечные токи*. Вследствие этого вся вода в реке непрестанно перемешивается, и температура ее близ дна становится такою же, как на поверхности.

Итак, *близ дна глубокой реки вода летом теплее, нежели зимой, на столько же, насколько летний воздух теплее зимнего.*

90. Смертельный ток

Совершенно верно, что сила тока в осветительной сети больше 0,1 А; она достигает 0,5 А, но лишь до тех пор, пока в цепь не включилось человеческое тело. *Включение в осветительную сеть человеческого тела значительно понижает силу пробегающего по нему тока, так как электрическое сопротивление нашего тела весьма велико.* Напомним, что сила тока в амперах равна напряжению в вольтах, деленному на сопротивление в омах.

Многие и не подозревают, что сопротивление человеческого тела электрическому току исчисляется сотнями, а нередко и тысячами ом, т. е. может значительно превосходить сопротивление всей телеграфной линии Москва—Ленинград. Понятно, что включение такого огромного сопротивления в цепь должно настолько понизить в ней силу тока, что он становится почти безвредным для организма.

Наблюдались случаи, когда ток напряжением в 500 В не причинял человеку никакого вреда — так велико бывает в некоторых случаях сопротивление нашего тела. Было бы, однако, опрометчиво заключать отсюда, что можно безбоязненно подставлять свое тело действию тока осветительной сети (110 В)[1]. Надо твердо помнить, что сопротивление человеческого тела не остается всегда одним и тем же: оно колеблется в зависимости от многих причин, которые невозможно предусмотреть. Ток сравнительно невысокого

[1] На стандарт 220 В наша страна перешла в 1960-е гг. (*примеч. ред.*).

напряжения может поэтому неожиданно оказаться весьма вредоносным. Установить определенный вольтаж, выше которого ток становится опасным, невозможно. Вот почему *нужно быть очень осторожным в обращении с током осветительной сети*.

91. Самый тугоплавкий металл

В старых книгах можно найти указание, что самый тугоплавкий металл — платина: он плавится при 1800°С. Однако в наше время известны металлы, точка плавления которых на тысячу с лишним градусов выше, чем для платины. Полезно запомнить их названия, так как металлы эти находят себе широкое применение в технике:

Иридий	плавится	при	2350°С
Осмий	»	»	2700°С
Тантал	»	»	2800°С
Вольфрам	»	»	3400°С

Последний металл — вольфрам — и является самым тугоплавким из всех, какие мы в настоящее время знаем[1]. Он применяется для нитей накала в электрических лампочках.

92. Нагревание стали

При высокой температуре, далекой, однако, от точки плавления стали, брусья из этого металла теряют значительную часть своей *прочности*. Уже при 500°С сопротивление стали на разрыв в два раза меньше, чем при 0°С; при 4600°С — в три раза меньше; а при 700°С — почти в семь раз меньше. Между тем сталь плавится лишь при 1300–1400°С.

Вот почему при пожаре стальные сооружения рушатся под действием собственной тяжести.

93. Движение паровоза

Причина осаживания поездного состава немного назад состоит в следующем. В остановившемся поезде все стяжки, сцепляющие вагоны, натянуты. Если паровоз будет брать с места состав в таком состоянии, ему придется *привести в движение весь поезд сразу*, т. е. огромный вес. Это может оказаться паровозу не под силу.

Не то будет, если паровоз предварительно осадил состав назад. Стяжки, сцепляющие вагоны, будут тогда не в натянутом, а в свободном состоянии. Трогаясь с места, паровоз возьмет уже не весь состав сразу, а будет увлекать за собой вагоны *последовательно один за другим*. Это значительно облегчает его работу.

---

[1] К слову, самый тугоплавкий *материал* — это сплав карбидов гафния и тантала (1:1): он имеет температуру плавления 4215°С (*примеч. ред.*).

94. Самый тяжелый и самый легкий металлы

Многие думают, что самый тяжелый металл — свинец. Это неверно. Свинец, правда, тяжелее цинка, олова, железа, меди, но есть металлы еще тяжелее. Прежде всего тяжелее свинца ртуть: если бросить в ртуть сплошной кусок свинца, он не потонет в ней, а будет держаться на поверхности. Литровую кружку ртути вы с трудом поднимете: она весит без малого 14 килограммов!

Однако существуют металлы тяжелее ртути: золото, платина, иридий, осмий. Последний металл и является самым тяжелым: он ровно *в два раза тяжелее свинца*[1].

Алюминий считается одним из самых легких металлов. Он широко применяется в самолетостроении. Некоторые склонны считать алюминий вообще самым легким металлом. Но это неверно. Металл магний раза в полтора легче алюминия. Но это не самый еще легкий металл. Есть металл, который плавает на воде, как еловое дерево; это металл *литий*. Он почти вдвое легче воды и является самым легким из всех металлов. В промышленности литий пока еще не применяется[2]. Но ему несомненно принадлежит большое будущее. Литий — металл завтрашнего дня.

Пока что наиболее легким из всех металлов, применяемых в промышленности, надо считать сплав алюминия с магнием, называемый *электроном*. Этот сплав на ⅓ легче дюралюминия и кольчуг-амлюминия, почти не уступая им в прочности.

(Название электрон не надо смешивать с названием элементарного количества отрицательного электричества, которое тоже называется электроном.)

95. Борьба с засухой

Борьба с засухой путем рыхления почвы основана на следующем физическом явлении. Представим себе тонкую (так называемую капиллярную) стеклянную трубку, просвет которой не одинаков на всем протяжении, а к одному концу сужается. Введем внутрь трубки каплю воды; окажется, что водяной столбик в трубке не будет оставаться на месте, а станет ползти к узкому концу. Происходит это оттого, что с узкой стороны, где просвет меньше, свободная поверхность воды изогнута больше, чем с широкой стороны, *более же изогнутая поверхностная пленка увлекает за собой воду сильнее, чем слабо искривленная*.

---

[1] Ныне установлено, что «борьбу за звание» самого тяжелого металла ведут осмий и иридий: их плотности почти равны (около 22,6 г/см^3), определить же *точную* плотность крайне сложно из-за неизбежного присутствия в изучаемых образцах примесей более легких металлов (*примеч. ред.*).

[2] Текст написан в 1933 г. В наши дни литий используют шире: он применяется при изготовлении химических источников тока, высокоэффективных лазеров, как оптический материал в радиоэлектронике, в ядерной энергетике и т. д. (*примеч. ред.*).

Значит, если вода находится в широком канале близ границы узкого канальца, то *она сама перетечет из широкой части в узкую*. Эта способность воды имеет большое значение в земледелии. Послушаем, что говорит об этом сведущий агроном:

«Если верхний слой почвы плотен, т. е. содержит в себе узкие канальцы, а нижние слои рыхлы, т. е. содержат много широких канальцев, то верхний слой легко пополняется водой из нижнего слоя. Если же, наоборот, нижний слой плотен, а верхний рыхл, то верхний, высохнув, не принимает влагу нижнего».

Теперь понятно, что нужно делать для сохранения в почве влаги: *надо почаще разрыхлять самый верхний слой, чтобы разрушить его узкие канальцы и образовать новые, более широкие, которые не могут всасывать воду снизу.* Высохнувший разрыхленный слой не будет проводить воду из низлежащих слоев в верхние, в то же время он защитит их от иссушающего действия солнца и ветра.

96. Гондола стратостата

Чтобы дать ответ на вопрос о прочности гондолы, необходимо сделать соответствующий расчет.

Прежде всего отметим, что давление изнутри стремится разорвать шарообразную гондолу по кругу пополам. Как велика здесь разрывающая сила? Так как атмосферное давление на большой высоте будет равно 0,9 кг на каждый квадратный сантиметр, то общее давление на гондолу во столько раз больше 0,9 кг, сколько квадратных сантиметров в площади круга, диаметр которого равен 240 см. Площадь эта равна:

$$3{,}14 \times 120^2 = 45\,200 \text{ см}^2.$$

(Площадь всякого круга равна числу $\pi = 3{,}14$, умноженному на квадрат радиуса круга.)

Давление на эту площадь будет равно:

$$0{,}9 \times 45\,200 = 40\,700 \text{ кг}.$$

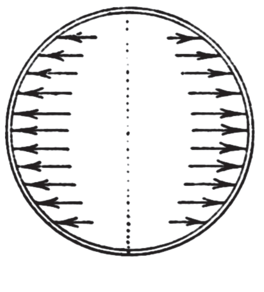


Рис. 339. Силы давления воздуха, стремящегося разорвать гондолу стратостата

Сила эта приложена к круговой полоске сечения оболочки гондолы, к полоске шириною в 0,08 см. Площадь такой плоскости равна

$$3{,}14 \times 240 \times 0{,}08 = 60 \text{ см}^2.$$

(Чтобы узнать площадь круговой полоски, надо сначала найти ее длину, а затем помножить на ширину. Длина же всякого круга равна числу $\pi = 3{,}14$, умноженному на диаметр.)

На каждый квадратный сантиметр сечения оболочки гондолы приходится разрывающего давления в

$$40\,700 : 60 = 578 \text{ кг/см}^2.$$

Сталь выдерживает разрывающее усилие раз в десять больше, чем 580 кг на квадратный сантиметр. Следовательно, бояться разрыва гондолы от внутреннего давления не приходится: в этом отношении она сооружена с десятикратной безопасностью.

97. Сила теплового расширения

Тепловое расширение и сжатие совершаются с огромной силой. На уроках физики школьникам показывают знаменитый опыт Тиндаля: железный брусок, сжимаясь при охлаждении, переламывает металлический стержень в палец толщиной. В Париже в начале прошлого столетия[1] с помощью сжимающихся при охлаждении железных штанг была выпрямлена покосившаяся каменная стена Музея искусств и ремесл. Под влиянием подобных фактов у многих складывается убеждение, будто ничто не может противостоять силе теплового сжатия или расширения.

Такое представление ошибочно. Как ни велики молекулярные силы, порождающие тепловое расширение, они все же далеко не безграничны. Можно рассчитать, например, с какой силой надо сжимать железный стержень в 1 см² поперечного сечения, чтобы помешать ему удлиниться при нагревании от 0 до 20°. Для этого надо знать две величины: так называемый коэффициент расширения материала (для железа 0,000 012) и меру его сопротивления механическому растяжению. Коэффициент расширения показывает, что с повышением температуры на один градус длина железного стержня увеличивается на 0,000 012 своей первоначальной величины. О величине же механического растяжения известно, что железный стержень под действием силы в 1 кг на 1 см² растягивается на 2-миллионную долю своей длины (или на столько же укорачивается при сжатии).

Произведем расчет. В нашем случае нужно препятствовать удлинению железного стержня сечением 1 см² на долю

$$0{,}000\,012 \times 20 = 0{,}000\,24$$

[1] Т. е. в начале XIX в. (*примеч. ред.*).

его длины (так как мы нагреваем стержень от 0 до 20°). Чтобы укоротить такой стержень на 2-миллионную часть его длины механической силой, требуется, мы знаем, сжимающее усилие в 1 кг. Для укорочения на 0,000 24 длины понадобится большое усилие, а именно:

$$0{,}000\,24 : \frac{1}{2\,000\,000} = 480 \text{ кг},$$

т. е. примерно в полтонны. Значит, если к концам нашего стержня приложить сдавливающие силы в полтонны, то при нагревании на 20° он не удлинится. Наоборот, если растягивать его с такой же силой, то он не укоротится при охлаждении на 20°.

Сходным образом выполняется расчет и для ртутного столба. Не приводя здесь выкладок, укажем лишь конечный результат: чтобы помешать ртути расшириться при нагревании на 20°, надо производить на нее давление в 1200 атмосфер. Это показывает, между прочим, что заполнение канала термометра азотом под давлением даже в 100 атмосфер, практикуемое в некоторых случаях, не может оказать на расширение ртутного столбика сколько-нибудь заметное действие.

98. Наименьшее тепловое расширение

Весьма мало расширяется от теплоты кварцевое стекло — в 40 раз меньше, чем железо. Кварцевую колбу, накаленную до 1000°С (кварцевое стекло плавится только при 1625°С), можно смело погружать в ледяную воду, не опасаясь за целость сосуда, — колба не растрескается. Чем объяснить, например, растрескивание холодного стакана, если мы вольем в него сразу горячую воду? Внутренние стенки стакана от соприкосновения с горячей водой быстро расширятся, в то время как наружные стенки не успели еще расшириться, — в результате стакан дает трещину. Если же материал, из которого сделан стакан, расширяется при нагревании на весьма незначительную величину, то растрескивания не произойдет.

Из металлов весьма слабо расширяется от тепла особый сорт стали — так называемый *инвар*. Есть сорта инвара, которые расширяются вдвое меньше, чем кварцевое стекло, и в 80 раз меньше, чем обыкновенная сталь. Получены и такие сорта инвара, которые в известном температурном промежутке вовсе не расширяются. Это замечательное свойство инвара делает его незаменимым материалом для изготовления различных частей точных механизмов (например, часовых маятников), а также мер длины.

99. Цвет водяного пара

Многие убеждены, что водяной пар белого цвета, так как они видят его таким ежедневно. Между тем водяной пар видеть невозможно, как нельзя, например, видеть воздух, — водяной пар прозрачен, бесцветен и невидим. Что же представляют собой те белые клубы, которые выпускает паровоз, или тот белый дымок, который вырывается из носика чайника? Разве это не пар?

Нет, это не пар в строгом смысле слова, хотя его и называют так в обиходе. Это туман, а не пар. Настоящий пар — это газ, прозрачный и невидимый. Туман же — водяная пыль, мельчайшие капельки воды, образовавшиеся от сгущения пара. Эти водяные капельки парят в воздухе как пылинки и делают его непрозрачным. Туман кажется нам белого цвета по той же причине, что и снег, — всякое прозрачное бесцветное вещество в мелко раздробленном виде имеет белый цвет.

Итак, тот пар, которым мы пользуемся в технике как источником энергии, совершенно невидим, безразлично, насыщенный ли это пар или перегретый. Взгляните на водомерное стекло в кочегарке — вы увидите в трубке воду, но над водой не заметите ровно ничего. А между тем всю верхнюю часть трубки над уровнем воды занимает пар, тот самый горячий и сильно сжатый пар, который образуется в котле и работает в паровом цилиндре машины. Если бы кто-нибудь смог проникнуть взглядом в цилиндр, то увидел бы странную и неожиданную картину: поршень быстро снует вперед и назад, приводя в движение мощный маховик, между тем того пара, который его толкает с такой силой и который является источником энергии всей машины, совершенно не видно.

100. Скорость нагревания

Если вы станете с часами в руках следить за ходом нагревания, то сможете убедиться, что нагревание воды на последние десять градусов длится заметно дольше, чем нагревание ее на первый десяток градусов. Казалось бы, должно происходить как раз обратное явление, ведь воды по мере нагревания становится все меньше вследствие испарения, а меньшее количество воды на данном очаге должно нагреваться быстрее.

Разгадка этого противоречивого на первый взгляд факта кроется в следующем. Во-первых, по мере нагревания усиливается испарение, а на испарение воды расходуется, как известно, весьма много теплоты. Во-вторых, теплота очага расходуется также на покрытие потерь тепла вследствие излучения: чем выше нагрета вода, тем больше теплоты теряет она на излучение. Вот почему, несмотря на равномерное подведение тепла к воде, температура ее повышается тем медленнее, чем сильнее вода нагрелась.

101. Воздух в электролампочке

В пустотной электролампочке остается всего 100-миллиардная доля первоначального количества воздуха. Однако и в этом ничтожно малом количестве воздуха число молекул огромно. Несложный расчет убеждает нас в этом.

Установлено, что при нормальном давлении в 1 см^3 газа содержится 27 квинтиллионов молекул:

$$27\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Объем колбочки электролампы равен примерно 100 см^3; значит, до откачки в лампочке было в 100 раз больше молекул, т. е. 2700 квинтиллионов. После откачки число их уменьшается в 100 миллиардов раз. Легко сосчитать, что в пустотной лампочке остается 27 миллиардов молекул.

Интересен состав этого 27-миллиардного «населения» электролампочки:

20 000 000 000	молекул	азота
6 500 000 000	»	кислорода
300 000 000	»	аргона
45 000 000	»	углекислого газа
300 000	»	неона
2000	»	криптона
300	»	ксенона

Вот какое многочисленное и разнообразное скопление газовых молекул мы обозначаем словом «пустота».

102. Аэростат

Не следует думать, что аэростат остается в покое. Пока человек взбирается по лестнице вверх, аэростат будет опускаться вниз.

Вспомните, что получается, когда вы ходите по легкой лодке: под вашими ногами она отступает назад. Точно так же и лестница, отталкиваемая вниз ногами взбирающегося по ней человека, увлечет аэростат к земле.

Величина перемещения при этом шара вниз во столько же раз меньше величины поднятия человека по лестнице, во сколько раз масса шара больше массы человека.

103. Трение и смазка

Смазка ослабляет трение в среднем раз в десять. Например, трение железа по железу в несмазанном состоянии равно 14 %; смазка же уменьшает его примерно до 1,5 %.

104. Бросок из вагона

Прыгать из движущегося вагона безопаснее, как известно, вперед, по направлению движения. Многие думают поэтому, что и выбрасывать вещи из вагона лучше вперед. Это ошибка: если мы желаем ослабить удар брошенной вещи о землю, мы должны бросить ее назад, т. е. против движения поезда. В самом деле, если вещь брошена назад, то сообщенная ей скорость отнимается от той, какую она имеет вследствие инерции; и тогда вещь встречает землю с меньшей скоростью.

При бросании вперед происходит обратное: скорости складываются, и удар о землю усиливается. Но раз так, то почему же советуют всегда прыгать вперед по движению вагона? Очень просто: прыгая лицом вперед, человек может бежать, предупреждая этим свое падение, а если он и упадет, то, выставив руки, ослабит падение.

105. Модель моста

Было бы ошибкой думать, что мост весит в 1 тысячу раз больше модели (километр против метра).

С увеличением длины в 1 тысячу раз объем моста увеличивается в

$$1000 \times 1000 \times 1000, \text{ т. е. в } 1\,000\,000\,000 \text{ (миллиард) раз.}$$

Вес моста увеличивается сообразно объему и должен, следовательно, равняться $300 \times 1\,000\,000\,000 = 300\,000\,000\,000$ граммов, или 300 000 т.

106. Флаги аэростата

Если аэростат относится течением воздуха, то скорость обоих одинакова; аэростат и окружающий его воздух находятся в покое один относительно другого. Значит, флаги должны свисать отвесно, как в неподвижном воздухе. Люди в гондоле такого аэростата не ощущают ни малейшего ветра, хотя бы их мчал ураган.

107. Провисание веревки

С какою бы силою вы ни натягивали веревку, она всегда будет провисать. Дело в том, что сила тяжести, вызывающая натяжение, направлена отвесно; натяжение же веревки обусловлено силой, имеющей иное направление. Такие две силы не могут уравновеситься. Вот почему никаким усилием невозможно натянуть веревку строго прямолинейно (если только она не висит отвесно). Можно уменьшить величину провисания, сделать его не столь заметным, но свести его к нулю нельзя.

108. Нить накала

Не следует думать, что утолщение нитей в электролампочке под током происходит вследствие теплового расширения. Никакое нагревание не может расширить тело в десять раз. Утолщение нити — обман зрения, состоящий в том, что яркие участки всегда кажутся больше, нежели темные. Яркость же раскаленной нити электролампочки весьма значительна.

109. Вода и свинец

Часто приходится слышать и читать, что жидкости «несжимаемы». На вопрос, что больше сжимается — вода или свинец, — многие отвечают: сильнее сжимается свинец. Между тем выражение «жидкости несжимаемы» не надо понимать буквально. Говоря так, хотят выразить лишь, что жидкости, несмотря на свою легкоподвижность, весьма мало сжимаемы по сравнению с газами, но вовсе не с твердыми телами.

Свинец — наиболее сжимаемый из всех металлов, но он все же в 8 раз меньше сжимается, нежели вода. Зато газы сжимаются в десятки раз больше, чем вода.

110. Нагревание паром

Пар, нагретый до 100°С, может отдавать воде теплоту только при условии, если температура воды ниже 100°С. С момента, когда температура воды и пара сравнялась, переход тепла от пара к воде прекращается. Отсюда следует, что вода может быть нагрета 100-градусным паром до 100°С, но получить от такого пара скрытую теплоту, необходимую для перехода в парообразное состояние, вода не может. Значит, 100-градусным паром можно довести воду до точки кипения, но нельзя довести до состояния кипения: вода будет оставаться в жидком виде.

111. Что дает больше тепла?

Распространено мнение, будто березовые дрова гораздо «жарче» хвойных и особенно осиновых. Это верно, если сравнивать равные объемы тех и других дров: березовое полено при сгорании дает больше тепла, чем осиновое таких же размеров. Но в физике и технике при оценке теплотворной способности топлива сравнивают не объемы, а массы. Так как березовая древесина раза в полтора плотнее осиновой, то не следует удивляться, что калорийность березовых дров, несмотря на меньший объем березовой древесины, оказывается одинаковой с калорийностью осиновых. Вообще, килограмм древесины, независимо от породы, развивает при сгорании одинаковое количество тепла (если только процент содержания влаги в них одинаков).

Итак, береза кажется нам «жарче» осины только потому, что в обиходе мы сравниваем неодинаковые массы этих веществ: березовой древесины больше, чем осиновой.

Любопытно, что соотношение цен на дрова довольно близко отвечает отношению удельных весов различных пород. Покупая дрова, мы приобретаем поэтому на каждый рубль одно и то же число калорий, независимо от породы.

Однако если разные породы дров при одинаковом весе равноценны в смысле количества теплоты, выделяемой при горении, то они все же не вполне равноценны как топливо. Для паровых котлов важна не только теплотворная способность топлива, но и быстрота его сгорания. На некоторых заводах (например, на стекольных) быстро горящие осиновые и сосновые дрова предпочитают другим породам. Напротив, в наших комнатных печах медленно горящие дрова тяжелых пород греют лучше быстро сгорающих легких пород.

112. Давление атмосферы

Утверждение многих учебников и популярных книг, что человеческое тело испытывает со стороны атмосферы давление в 20 т, лишено всякого смысла. Откуда появляются эти 20 т давления? Расчет ведется так: на каждый квадратный сантиметр поверхности тела давит 1 кг, поверхность же человеческого тела равна 20 000 см^2, отсюда делается неправильный вывод, будто общее давление на человеческое тело равно 20 000 кг. При этом совершенно упускается из виду, что силы приложены здесь к разным точкам тела и действуют в различных направлениях. Складывать арифметически силы, направленные под углом одна к другой, — бессмысленная операция. Складывать силы, конечно, можно, но по правилу геометрического сложения, и тогда получится совсем не то, о чем говорилось выше: получится, что равнодействующая всех давлений равна весу воздуха в объеме тела.

Кто желает охарактеризовать не величину этой равнодействующей, а величину давления на поверхность тела, тот вправе лишь утверждать, что тело находится под давлением 1 кг на 1 см^2. Это все, что можно сказать о давлении, испытываемом нашим телом со стороны атмосферы.

Внушительные числа для величины давления атмосферы мы получим, если совсем иначе поставим сам вопрос, например:

1. С какою силою верхняя часть нашего тела придавливается атмосферой к нижней?
2. С какою силою правая и левая части нашего тела придавливаются атмосферой одна к другой?

Для ответа на первый вопрос нужно рассчитать общее давление на площадь горизонтального сечения нашего тела (около 1000 см^2); получилась бы сила в 1 т. Во втором случае следовало бы определить общее давление на площадь вертикального сечения тела (около 5000 см^2); результат — 5 т.

Но столь поражающие числа обозначают, в сущности, не более того, что мы знали, приступая к расчету, а именно, что на 1 см^2 сечения нашего тела приходится один килограмм. Это лишь различные выражения одной и той же мысли.

113. Почему снег белый

Снег имеет белый цвет по той причине, по какой белым кажется толченое стекло и вообще всякие измельченные вещества. Растолките лед в ступке или наскребите его ножом, — у вас получится порошок белого цвета. Объясняется это тем, что лучи света, проникая в мелкие кусочки прозрачного льда, не проходят через них, а отражаются на границах льдинок и воздуха в различные стороны (полное внутреннее отражение). Поверхность же, беспорядочно рассеивающая во все стороны падающие на нее лучи, воспринимается глазом как белая.

114. Подъем воды насосом

В большинстве учебников утверждается, что вода может быть поднята всасывающим насосом на высоту не более 10,3 м над ее уровнем. Но при этом редко отмечается, что высота 10,3 м — чисто теоретическая, на практике не осуществимая. Через скважины между поршнем и стенками трубы неизбежно проникает воздух. Это снижает подъем воды. Кроме того, необходимо учесть, что при обычных условиях в воде растворен воздух (в количестве до 2 процентов ее объема). Выделяясь при работе насоса в разрежаемое пространстве под поршнем, воздух этот своим давлением препятствует подъему воды на теоретическую высоту 10,3 м, понижая эту высоту на 3 м. Выше 7 м вода в колодезных насосах не поднимается.

115. Воздушный и водяной океаны

Несложный расчет дает возможность определить приблизительное отношение массы земной атмосферы к массе всех водных запасов нашей планеты. Вес атмосферы равен весу водяного слоя толщиной около 10 м (или 0,01 км), равномерно покрывающего всю поверхность земного шара. Если радиус земли R километров, то атмосфера весит:

$$4\pi R^2 \times 0{,}01 = 0{,}04\pi R^2.$$

Океаны же при средней глубине около 4 км занимают ¾ земной поверхности. Отсюда вес воды всех океанов равен

$$\tfrac{3}{4} \times 4\pi R^2 \times 4 = 12\pi R^2.$$

Искомое отношение равно

$$12\pi R^2 : 0{,}04\pi R^2 = 300.$$

Итак, вся вода земного шара весит примерно в 300 раз больше, чем весь воздух (точно — в 270 раз).

116. Ввод веревки в гондолу стратостата

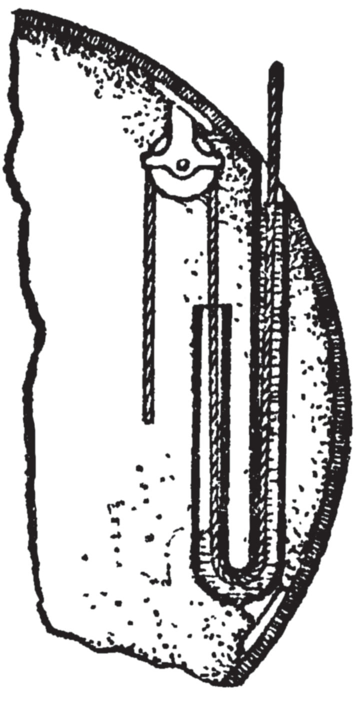


Рис. 340. Ввод веревки в гондолу стратостата

Для ввода клапанной веревки в герметически закрытую гондолу стратостата придумано следующее простое приспособление. Внутри кабины устроена сифонная трубка, длинное колено которой сообщается с наружным пространством. В трубку налита ртуть. Так как давление внутри кабины не может превышать наружного больше чем на 1 см, то уровень ртути в длинном колене будет возвышаться над уровнем в коротком колене не более чем на 76 см. Через ртуть проводят клапанную веревку, которая при своем движении не нарушает установившейся разности уровней ртути. Благодаря этому можно тянуть за веревку, не опасаясь выпустить воздух из гондолы: канал, по которому скользит веревка, все время закупорен ртутью.

117. Почему вода долбит камень

Чистая вода, попадая на камень, не оставляет на его поверхности ни малейшего следа, сколько бы лет или тысячелетий ни длился такой процесс. Если бы падающая вода была абсолютно свободна от примесей, она не «долбила» бы камень. Но вода в природе всегда содержит в большем или меньшем количестве твердые частицы, например кварцевого песка, способные царапать поверхность камня. Как ни слабы эти царапины, они все же производят в конце концов заметные разрушения.

Следовательно, не вода долбит камень, а те твердые незаметные для глаза частицы, которые она несет с собою. Точно так же не кожаная подошва стирает каменные ступени лестниц, а те крупинки песка, которые пристают к обуви.

118. Дым, пыль и туман

Дым, пыль и туман отличаются друг от друга по состоянию и размерам частиц, взвешенных в воздухе (или в другом газе). Если частицы эти твердые, — мы имеем пыль или дым; если жидкие, — мы имеем туман.

Пыль от дыма отличается размерами частиц. Частицы пыли крупнее; их поперечник колеблется от 0,001 до 0,01 сантиметра. Поперечник же частицы дыма равен обычно 0,000 000 1 см; такого размера достигают, например, частицы табачного дыма, поперечник которых всего в десять раз крупнее поперечника атома водорода.

Другое отличие дыма от пыли — это скорость оседания частиц. Пылинки оседают с *возрастающей* скоростью, между тем как частицы дыма или оседают с постоянной скоростью (если диаметр их не меньше 0,000 01 см) или же вовсе не оседают (если диаметр их меньше 0,000 01 см).

119. Красный сигнал

Красные лучи имеют бóльшую длину волн и рассеиваются в воздухе слабее лучей иных цветов. Лучи красного цвета проникают поэтому дальше, нежели всякие другие. А дальняя видимость сигнала остановки на транспорте — обстоятельство первостепенной важности: чтобы успеть остановить поезд, машинист должен начать торможение на значительном расстоянии от препятствия.

Другая причина выбора красного цвета для сигнала остановки заключается в большей чувствительности нашего глаза к этой окраске, нежели к синей или зеленой.

120. Литр спирта в океане

Разбираемый пример наглядно показывает, насколько огромно число молекул в незначительном объеме тела. Чтобы дать ответ на поставленный вопрос, нужно сравнить число молекул спирта в одном литре с числом литров воды в мировом океане. Оба числа подавляют наше воображение.

Проделаем соответствующий расчет.

В одном грамме спирта содержится (как утверждает физика)

$$14 \times 10^{21} \text{ молекул,}$$

т е. 14 с 21 нулем.

Следовательно, литр спирта, весящий 800 г, содержит

$$14 \times 10^{21} \times 800 = 112 \times 10^{23} = 10^{25} \text{ молекул (приближенно).}$$

Сколько же литров воды в мировом океане? Поверхность, занятая водою, имеет площадь около 370 000 000 км^2. Если считать, что средняя глубина океана 4 км, то объем всей воды равен 148×10^7 км^3, или 148×10^{19} л.

Разделив число молекул в литре спирта на число литров воды в океане, получим круглым числом 7000. Это значит, что в каком бы месте океана мы ни зачерпнули воды литровой кружкой, в ней найдется в среднем около 7000 молекул из того литра спирта, который был вылит в океан. В каждом зачерпнутом наперстке мы уловили бы 7 штук спиртовых молекул!

121. Десятимиллионная доля грамма

Десятимиллионную долю грамма вещества каждый из нас видел бесчисленное множество раз. Вы сами сейчас видите ее. Чернильная точка или точка типографского шрифта весит примерно одну десятимиллионную долю грамма. Взвешивание точки выполнено было так: на чрезвычайно чувствительных весах взвесили чистую бумажку, затем поставили на ней чернилами точку и снова взвесили. Разница в весе и показала вес точки. Он оказался равным 0,000 000 13 г, чуть больше десятимиллионной доли грамма.

122. Увязший автомобиль

Силы одного человека часто оказывается достаточно, чтобы извлечь тяжелую машину тем примитивным способом, который описан в задаче. Веревка при любой ее натянутости должна уступить действию даже умеренной силы, приложенной под углом к ее направлению. Это происходит по той же причине, по которой всякая натянутая веревка немного провисает.

Возникающие при этом силы показаны на рис. 341. Сила тяги человека *CF* разлагается на две — *CQ* и *CP*, — направленные вдоль веревки. Сила *CQ* тянет пень и, если он достаточно крепок, уничтожается его сопротивлением. Сила же *CP* увлекает автомобиль, и так как она значительно больше, чем *CF*, то может извлечь машину из выбоины. Выигрыш силы тем больше, чем больше угол *PCQ*, т. е. чем сильнее натянута веревка.

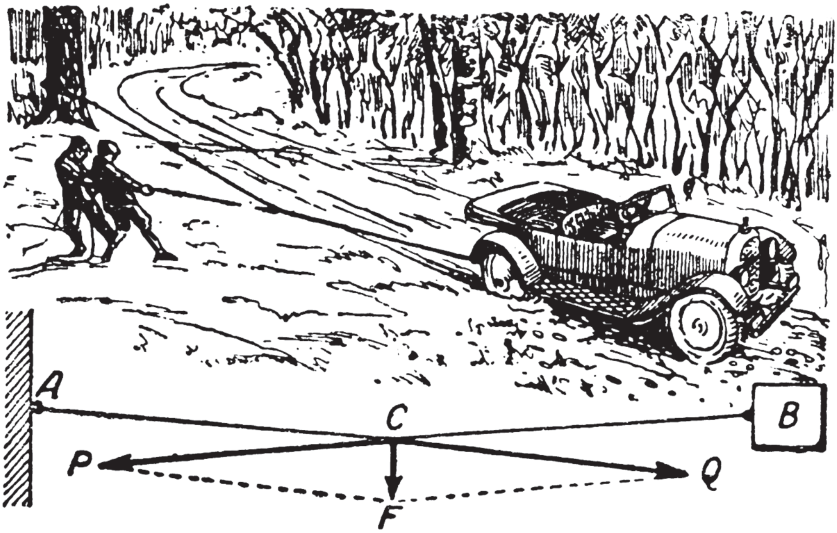


Рис. 341

123. Мощность горящей папиросы

В течение 300 секунд горения папироса развивает 3000 × 0,6 = 1800 малых калорий.

В одну секунду развивается 1800 : 300 = 6 малых калорий.

Одна малая калория равна 4,2 джоуля. Следовательно, мощность горящей папиросы равна 6 × 4,2 = 25,2 ватта.

124. Провисание проволок

Проволоки всего сильнее провисают в теплое летнее время, так как они удлиняются при расширении. Но едва ли можно заметить это различие глазом: разница в длине 50-метровой проволоки между двумя соседними телеграфными столбами зимой и летом составляет всего 2–3 см (если считать разницу температур в 40–50°).

125. Движение яиц

Птенцы внутри яйца могут заставить его катиться примерно так же, как человек, находящийся в бочке может ее перекатывать. Когда яйцо с птенцом находится в покое, отвесная линия, проведенная через центр тяжести, проходит через точку опоры яйца. Но стоит только птенцу, изменив свое положение, переместить центр тяжести внутри яйца, как равновесие нарушается, и яйцо начинает катиться. Если птенец будет шевелиться внутри яйца все время в одном направлении, то и яйцо будет перекатываться в определенную сторону.

126. Луна и облака

То, что облака тают под лучами луны, — явление кажущееся. Полная луна посылает на квадратный сантиметр земной поверхности менее стотысячной доли калории в минуту. Таким ничтожным количеством тепла нельзя превратить облако в невидимый пар. Дело объясняется тем, что в ранние часы летних вечеров облака, опускаясь вниз и попадая в более теплый воздух, испаряются. Это происходит и в лунные, и в безлунные вечера. Но при свете луны исчезновение облаков становится заметным, в безлунные же оно ускользает от нашего внимания. Поэтому нам и кажется, что облака тают в лунном свете.

127. Стрельба по воде

Описываемое в задаче явление объясняется слабой сжимаемостью и, кроме того, абсолютной упругостью жидкостей. Пуля проникает в воду так быстро, что уровень жидкости не успевает подняться. Вода поэтому должна мгновенно сжаться на величину объема пули. Возникающее при этом сильнейшее давление разносит стенки ящика и распыляет воду.

Простой расчет дает представление о величине этого давления. В ящике заключается $20 \times 10 \times 10 = 2000$ см^3 воды. Объем пули равен примерно 1 см^3, следовательно, вода должна сжаться на $\frac{1}{2000}$, или на 0,0005 своего объема. Под давлением в одну атмосферу вода сжимается на 0,000 05, т. е. в 10 раз меньше. Поэтому уменьшение объема жидкости в ящике должно сопровождаться возрастанием ее давления до 10 атмосфер: таково примерно рабочее давление в цилиндре паровой машины. Легко вычислить, что каждая стенка и дно ящика будут подвержены при этом давлению в 1–2 тонны!

128. Вставая со стула

Тело в том случае устойчиво держится на горизонтальной опоре, когда отвесная линия, проведенная через центр тяжести, проходит внутри контура основания. Когда человек стоит, то центр тяжести его туловища находится на 20 см выше пупка, близ спинного хребта. Отвесная линия, проведенная из этой точки вниз, проходит позади ступней. Чтобы человек не опрокинулся, линия должна проходить внутри пространства, занятого ступнями. Вставая, человек должен либо податься туловищем вперед, либо подвинуть ступни ног назад, чтобы опора оказалась под центром тяжести.

129. Дым

Дым — это мельчайшие частицы угля, которые выносятся из трубы нагретым воздухом (горючими топочными газами). Эти теплые газы, как более легкие, вытесняются вверх окружающими холодными газами, более плотными. Поэтому горячий дым поднимается вверх. Остывший опускается вниз и стелется по земле.

130. Капли дождя

Падающая капля дождя ни на что не опирается, то есть находится как бы в условиях невесомости. В таких условиях всякая жидкость под действием внутренних сил собирается в шар. Технически это свойство жидкостей используется на дроболитейных заводах: расплавленный свинец заставляют падать каплями с большой высоты сквозь сито; капли получают шарообразную форму и в таком виде застывают, упав в водяной бассейн.

131. Как ледокол ломает лед

Не следует думать, что ледокол разрезает лед на ходу непрерывным давлением своей носовой части (форштевня). Так работают не ледоколы, а ледорезы — корабли типа нашего «Литке». Ледорезы справляются со льдом лишь сравнительно небольшой толщины.

Подлинные ледоколы, как «Красин» или «Ленин», работают иначе. Под действием своих мощных машин они надвигают на лед свою носовую часть, сильно скошенную под водой. Очутившись вне воды, передняя часть корабля приобретает полный свой вес (у большого ледокола — в несколько тысяч тонн), и этот чудовищный груз обламывает лед.

Лед более толстый, чем полметра, одолеть таким способом не удается. Торосы (ледяные нагромождения) в несколько метров высоты разбиваются многократными ударами носовой части корабля: ледокол, отступив, налетает на лед, обрушивая на него всю свою живую силу, т. е. превращаясь как бы в артиллерийский снаряд небольшой скорости, но огромной массы.

132. Сырое и вареное яйцо

Яйцу пальцами сообщают на тарелке вращательное движение: сваренное яйцо (особенно крутое) вертится при этом заметно быстрее и дольше, нежели сырое. Причина в том, что вареное яйцо вращается как сплошное твердое тело; одни его части не отстают при движении от других. В яйце же сыром жидкое содержимое получает вращение не сразу и вследствие своей инерции тормозит движение твердой оболочки.

По той же причине, если коснуться вращающегося вареного яйца пальцем, оно останавливается сразу; сырое же яйцо после отнятия от него пальца делает еще несколько поворотов.

133. На краю стола

Если плоскость стола перпендикулярна к отвесной линии, проходящей через ее середину (см. рис. 342), то края стола расположены над землей очевидно выше, чем середина. При отсутствии трения шар должен поэтому скатиться с края стола к его середине. Здесь, однако, он не может остановиться — накопленная кинетическая энергия увлечет его далее до точки стола, находящейся на одном уровне с начальной, — т. е. до противоположного

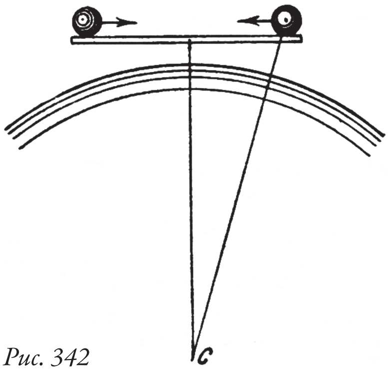


Рис. 342

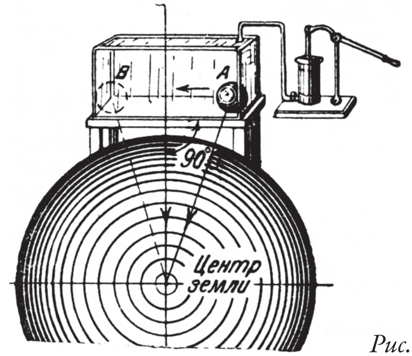


Рис. 343

края. Оттуда шар снова откатится в первоначальное положение, и т. д. Короче говоря, при отсутствии трения о плоскость стола и сопротивления воздуха шар, положенный на край идеально плоского стола, двигался бы бесконечно.

Основываясь на этом принципе, один американец предложил осуществить вечное движение (см. рис. 343). Он поместил на столе шар и накрыл его стеклянной коробкой, из которой затем выкачал воздух. Это устраняло сопротивление воздуха движению шара. Проект его по идее совершенно правилен и осуществил бы вечное движение, если бы возможно было избавиться и от трения шара о плоскость стола. Впрочем, то же самое мы получили бы, если бы взяли какой-нибудь грузик, качающийся на нити: при отсутствии трения в точке привеса (и сопротивления воздуха) такой груз должен качаться вечно. Производить работу подобные приспособления, однако, не способны. Это вечные движения, но не вечные двигатели.

134. Стаканы для лимонада

Для холодных напитков делают стаканы с толстым дном, чтобы они устойчиво стояли и не так легко опрокидывались (центр тяжести их близок к основанию). Для горячих напитков пользоваться такими стаканами нельзя потому, что толстое стеклянное дно из-за неравномерного прогревания жидкостью растрескивается.

135. Магнитный сплав

Металл, намагничивающийся сильнее железа, существует. Это перминвар — сплав, состоящий из железа, никеля и кобальта[1]. Кроме более сильного намагничивания, сплав этот отличается от железа еще тем, что размагничивается без остатка, — обстоятельство, очень ценное для динамомашин и трансформаторов.

[1] В наши дни самыми мощными постоянными магнитами считаются неодимовые, состоящие из сплава неодима, бора и железа (*примеч. ред.*).

136. Задача Джека Лондона

Пусть, в самом деле, сторона квадрата — a (см. рис. 344). Площадь такого квадрата — a^2. Диаметр вписанного круга равен также a, а его площадь — $\frac{\pi a^2}{4}$. Пропадающая часть квадратного участка составляет, следовательно,

$$a^2 - \frac{\pi a^2}{4} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)a^2 = 0{,}22a^2.$$

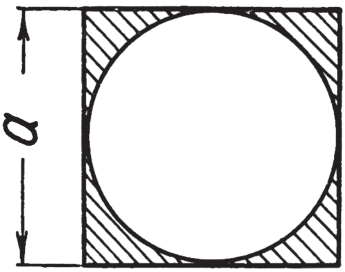


Рис. 344

Мы видим, что необработанная часть квадратного поля составляет не 30 процентов, как полагал американский романист, а только 22 процента.

137. Ящик

Из данных задачи легко установить, что

длина × ширину = 120,
высота × ширину = 80,
высота × длину = 96.

Перемножив первые два равенства, получим

длина × высоту × ширину × ширину = 120 × 80.

Разделим полученное равенство на третье; у нас получается:

$$\frac{\text{длина} \times \text{высоту} \times \text{ширину} \times \text{ширину}}{\text{длина} \times \text{высоту}} = \frac{120 \times 80}{96}.$$

Сделав сокращение дробей и выполнив действия, будем иметь:

ширина X ширину = 100.

Отсюда ясно, что ширина ящика равна 10 см.

Теперь нетрудно определить его высоту и длину:

$$\text{высота} = \frac{80}{\text{ширину}} = \frac{80}{10} = 8 \text{ см};$$

$$\text{длина} = \frac{120}{\text{ширину}} = \frac{120}{10} = 12 \text{ см}.$$

138. Бег и ходьба

При ходьбе какая-то часть наших ступней всегда соприкасается с землей, а при беге на каждом шагу бывает момент, когда тело находится в воздухе без опоры. В этом, а вовсе не в скорости, и отличие ходьбы от бега.

139. Две свечи

Вот как мне удалось выйти из этого затруднения.

Обозначим неизвестное число часов горения свеч через x. Каждый час сгорало $\frac{x}{5}$ толстой свечи и $\frac{x}{4}$ тонкой. Огарок толстой свечи равнялся $1-\frac{x}{5}$, а тонкой $1-\frac{x}{4}$. Первый огарок, как нам известно, был длиннее второго в 4 раза. Имеем, следовательно, уравнение:

$$4\left(1-\frac{x}{4}\right)=1-\frac{x}{5}.$$

Решив это уравнение, узнаем, что $x = 3\frac{3}{4}$ часа, т. е. свечи горели 3 часа 45 минут.

140. В чем секрет?

Легко убедиться, что если справа от двузначного числа дважды приписать то же самое число, то оно увеличится в 10 101 раз. Возьмем для примера число 73:

$$737\,373 = 730\,000 + 7300 + 73 = 73 \times (10\,000 + 100 + 1) = 73 \times 10\,101.$$

Но число 10 101 — не простое; разложив его на множители, получим:

$$10\,101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37.$$

Отсюда ясно, что, приписывая дважды справа к задуманному числу то же самое число, мы незаметно для себя умножаем его на $3 \times 7 \times 13 \times 37$. Значит, составившееся шестизначное число непременно должно делиться без остатка и на 3, и на 7, и на 13, и на 37, а в конечном результате четырех делений всегда получается задуманное число. В этом и весь секрет фокуса.

141. Как Торричелли опроверг то, что «природа боится пустоты»

Когда Торричелли налил воду на поверхность ртути и стал поднимать барометрическую трубку, вода, как жидкость более легкая, всплыла на поверхность ртути в трубке и заполнила всю трубку. Этим было доказано, что вверху пустота, иначе вода не могла бы войти в трубку.

142. №?

Председателем математического совещания выбран был первый свидетель.

В краткой вступительной речи он напомнил товарищам их показания и затем дал слово третьему свидетелю.

— Я твердо помню, — начал тот, — что последние три цифры номера выражают куб целого числа. Трехзначных кубов, к счастью, не так много.

Их всего пять. Выбор, как видите, весьма ограничен; поэтому я и просил дать мне слово первому. Вот эти пять кубических чисел:

$$125 = 5^3; \quad 216 = 6^3; \quad 343 = 7^3; \quad 512 = 8^3; \quad 729 = 9^3.$$

— Совершенно правильно, — сказал председатель. — Кубы всех прочих чисел состоят либо меньше чем из трех цифр, либо больше. К тому же, число 343 надо исключить: я помню, что повторяющихся цифр в номере автомобиля не было.

— А я настаиваю на исключении также чисел 216 и 512, — заявил четвертый свидетель. — Как было показано мною на суде, две средние цифры номера, т. е. третья и четвертая, выражают число простое. Но двузначное простое число не может оканчиваться ни двойкой, ни пятеркой, так как в этом случае оно будет делиться либо на 2, либо на 5, а следовательно, не будет простым числом.

— Отлично! — воскликнул председатель. — Это сужает выбор кубических чисел до двух: 125 и 729. Их надо будет присоединить к какому-то трехзначному квадрату.

— К сожалению, трехзначных квадратов довольно много, — сказал второй свидетель, — от 10 до 31, т. е. 21 число.

— Значит, два моих куба, — меланхолически заметил третий свидетель, — придется сочетать с 21 квадратом. Это можно сделать 42 различными способами...

— Но ведь не все квадраты годятся в дело, — успокоил его председатель. — Не забудьте, что нужно исключить числа с повторяющимися цифрами, такие, как 100, 121, 144 и им подобные.

— Это значительно уменьшает число возможных сочетаний, — с удовлетворением сказал второй свидетель.

— Будем действовать систематически, — продолжал председатель. — Применим последовательно каждый из двух кубов: сначала 125, потом 729. Так как в номере, мы знаем, не должно быть повторяющихся цифр, то число 125 мы будем присоединять только к тем квадратам, в состав которых не входят цифры 1, 2 и 5. Это опять-таки сужает выбор квадратов.

— Из 21 квадратного числа останется тогда совсем немного, — заметил второй свидетель.

— Просмотрим по порядку все квадраты, — предложил председатель. — Список трехзначных квадратов у меня в руках. Числа 100, 121, 144, как я уже говорил, исключаются. На очереди число 169...

— Это число я отвергаю, — объявил четвертый свидетель. — Если на третьем месте стоит цифра 9, а на четвертом 1, то две средние цифры номера составляют 91 — число составное, так как $91 = 7 \times 13$. Между тем я отчетливо помню, что в середине было простое двузначное число. Все квадраты, оканчивающиеся цифрой 9, приходится откинуть.

— Очень хорошо, — сказал председатель. — Примем в соображение, что квадратные числа, вообще говоря, оканчиваются только цифрами 1, 4, 5, 6, 9 и 0;

квадратов, оканчивающихся на 2, 3, 7 и 8, не существует. В нашем случае цифры 1, 5 и 9 противопоказаны. Исключается и нуль, потому что квадратное число может оканчиваться только двумя нулями, а повторение цифр у нас не допускается. Остается перебрать, следовательно, только те квадраты, которые оканчиваются на 4 или на 6, избегая при этом повторения цифр. Что же оказывается? Такое число только одно: 784. Соединяя его с числом 125, получаем, что искомый номер может быть 784 125.

— Я против этой кандидатуры не возражаю, — заговорил молчавший до сих пор пятый свидетель. — Номер автомобиля делится без остатка на 3. Число 784 125 не противоречит этому требованию.

— А также не противоречит и показаниям всех остальных свидетелей, — добавил председатель. — Но единственное ли это подходящее число? Нет ли еще претендентов? Наши изыскания не кончены: мы должны испытать пригодность другого куба — 729.

— В списке квадратов, — сказал второй свидетель, — придется на этот раз зачеркнуть все числа, заключающие цифры 7, 2, 9.

— И, конечно, как прежде, все числа с повторяющимися цифрами, — добавил председатель.

— А также числа, оканчивающиеся цифрой 5, — заметил четвертый свидетель, — потому что 57 — не простое число.

— Теперь у нас остаются... — проговорил председатель, рассматривая листок с перечнем квадратных чисел, — остаются только два подходящих числа: 361 и 841. Присоединяя к ним куб 729, получаем номера: 361 729 и 841 729. Нет ли каких-нибудь возражений?

— Есть, — отозвался пятый свидетель. — Даю отвод обоим новым кандидатам: числа 361 729 и 841 729 не делятся на 3.

— Совершенно правильно, — согласился председатель. — Итак, мы можем поздравить себя с полным успехом наших розысков. Существует только одно единственное число, которое отвечает показаниям всех свидетелей: 784 125.

ЗАДАЧИ ДРЕВНИХ ИНДУССКИХ МАТЕМАТИКОВ

143. Задача о лотосе

Условия, предложенные в задаче, дают возможность сделать следующий чертеж (рис. 345):

AB — поверхность озера,

CD — лотос,

DF —лотос, отнесенный ветром,

$CE = ½$ фута,

$EF = 2$ фута,

$ED = X$ (искомая глубина озера).

Ясно, что $DF = X + ½$.

Имеем уравнение (по теореме Пифагора) $(ED)^2 + (EF)^2 = (DF)^2$, или

$$X^2 + 2^2 = (X + ½)^2;$$

$$X^2 + 4 = X^2 + X + ¼,$$

откуда $X = 3\frac{3}{7}$ фута.

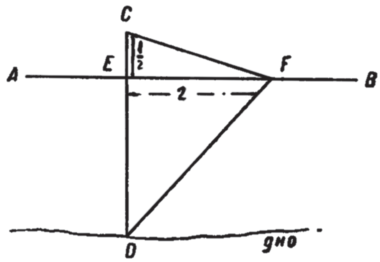


Рис. 345

144. Теорема Пифагора о нечетном числе

Если принять квадрат за единицу, то ясно, что прибавлением нечетного числа (квадратов) мы всегда получаем квадрат, т. е. всякое нечетное число есть разность двух квадратов (см. рис. 346):

$$2^2 - 1^2 = 3,$$
$$3^2 - 2^2 = 5,$$
$$4^2 - 3^2 = 7 \text{ и т. д.}$$

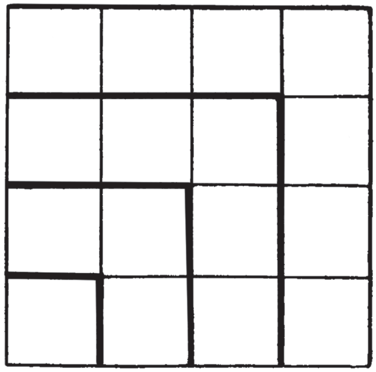


Рис. 346

145. Две лодки

Может казаться, что лодка, которую тянут двое, причалит к берегу раньше: двое выберут веревку больше, нежели один, и потому скорее подтянут лодку.

Это — заблуждение. Неправильно думать, что на лодку, подтягиваемую двумя людьми, действует двойная сила. Если двое тянут веревку в противоположные стороны, то веревка натягивается с силою только одного из них. Сила одного является противодействием силе другого; такое же противодействие оказывает и сопротивление столба в случае второго лодочника. Значит, веревка в обоих случаях натянута с одинаковой силой и сообщает лодкам одинаковую скорость. Обе лодки должны причалить одновременно.

146. Масштаб карты

Задача представляется на первый взгляд детски простой: диаметр земного шара — 13 000 километров, и значит, раз диаметр кругов на карте — 13 сантиметров, то масштаб всех деталей карты — 1000 км в 1 см.

Такой ответ, однако, ошибочен. Дело в том, что окружности на карте полушарий вовсе не изображают окружности земного шара. Если бы было так, то полная поверхность земного шара, изображенная на карте, равнялась бы *удвоенной* площади его большого круга; из геометрии же мы знаем, что поверхность шара равна *учетверенной* площади большого круга.

Ясно, что каждый круг карты полушарий по площади вдвое больше круга шара того же масштаба. Если в масштабе карты изобразить большой круг Земли, он будет по площади в два раза меньше кругов, начерченных на карте, а по диаметру меньше их в $\sqrt{2}$, т. е. в 1,4 раза. Отсюда определяется масштаб материков и других деталей карты:

1400 км в 1 см.

147. Два парохода

Ответ на оба вопроса задачи одинаков: пароходы вернутся к бутылкам *одновременно*.

Решая задачу, надо прежде всего учесть то, что река несет на себе бутылки и пароходы с одной и той же скоростью и что, следовательно, течение нисколько не изменяет их *относительного* расположения. Все происходит совершенно так же, как и на неподвижной воде озера. В стоячей же воде каждый пароход подойдет к бутылке спустя столько же времени после поворота, сколько прошло с тех пор, как он ее покинул, т. е. в нашем случае — через четверть часа.

148. Кошки в темноте

Строго говоря, следовало бы утверждать, что «в темноте все кошки *черны*», потому что при отсутствии освещения предметы не видны вовсе. Но поговорка имеет в виду не полную темноту, а мрак в обиходном смысле слова, т. е. весьма слабое освещение. Первоначальный, не переносный смысл поговорки тот, что при недостаточном освещении глаз наш перестает различать окраску — каждая поверхность кажется серой.

Легко убедиться в полной правильности этого утверждения. Приглядываясь в сумерки к цветам предметов, мы замечаем, что цветовые различия стираются и все вещи кажутся более или менее темно-серыми: и красное одеяло, и синие обои, и оранжевая обивка мебели, и фиолетовые цветы, и зеленые листья.

Точные измерения подтверждают это наблюдение. Если окрашенную поверхность осветить слабым белым светом (или белую поверхность — слабым окрашенным светом), постепенно усиливая освещение, то глаз сначала видит просто серый цвет, без какого-либо цветового оттенка. И лишь когда освещение усиливается до определенной степени, становится заметным, что поверхность имеет цвет. Та степень освещения, при которой начинает улавливаться окраска, называется в науке «низшим порогом цветового ощущения».

Итак, буквальный и вполне правильный смысл пословицы тот, что ниже порога цветового ощущения все предметы кажутся серыми.

149. В полумраке

Наблюдение А. П. Чехова совершенно правильно и находится в полном согласии с физикой. Установлено, что если окрашенную поверхность освещать слабым белым светом, постепенно усиливая освещение, то глаз сначала видит просто серый цвет, без какого-либо цветового оттенка. И лишь когда освещение усиливается до определенной степени (до «низшего порога цветового ощущения»), глаз начинает замечать, что поверхность окрашена. Это давно подмечено и народной мудростью: у многих народов есть поговорка «в темноте все кошки серы».

150. Мгновенное распространение света

1. Оптические приборы, основанные на *преломлении* света, не оказывали бы на ход лучей никакого действия; то же верно для глаза и, следовательно, при мгновенном распространении световых лучей мы не могли бы видеть предметов, а способны были бы различать только свет и темноту. Причина та, что преломление лучей света обусловлено *различием скорости* распространения света в различных средах. При мгновенном распространении световых лучей этого различия не было бы, а следовательно, не было бы и преломления.

2. Представляется как будто бесспорным, что при мгновенном распространении света мы должны были бы наблюдать восход Солнца 8 минутами раньше, нежели теперь, когда лучи Солнца странствуют до нас 8 минут. Такой ответ составитель задачи получил даже от видных специалистов-физиков. Интересно, как ответили бы они, если бы вопрос поставлен был не о восходе Солнца, а о восходе какой-нибудь звезды, например Сириуса, удаленного от нас на 10 световых лет. Рассуждая по-прежнему, следовало бы заключить, что при мгновенном распространении света мы ежедневно наблюдали бы восход этого светила десятью годами раньше, — утверждение совершенно бессмысленное.

Правильный ответ тот, что мгновенное распространение света не изменило бы момента восхода небесных светил. Лучи, поступающие в глаз, когда мы видим восходящее Солнце (т. е. когда вращение Земли выносит нас из конуса земной тени в залитое Солнцем пространство), покинули Солнце уже 8 минут назад; нам не приходится ожидать 8 минут, пока они пробегут расстояние от Солнца до Земли.

Как обстояло бы дело, если бы земной шар не вращался, а Солнце ходило бы вокруг него? Чтобы не запутаться в рассуждениях, надо ясно представлять себе обстановку явления. Распространяется ли свет последовательно или мгновенно, картина освещения мирового пространства одна и та же: мир на квинтиллионы световых лет пронизан солнечными лучами, озарен ими всюду, кроме конуса земной тени (и теней планет).

Для данной точки земной поверхности восход Солнца наступит в тот момент, когда рассматриваемая точка очутится на границе теневого конуса. Если Земля вращается, точка эта движется к границе тени; если Земля неподвижна, а вокруг нее ходит Солнце, граница тени движется к этой точке.

В обоих случаях скорость сближения одинакова; поэтому восход Солнца должен наблюдаться в один и тот же момент. То же справедливо и для восхода всякого другого светила: допущение неподвижности Земли не вносит в решение задачи никакого изменения.

151. Разбивка на подкомиссии

Задача сводится к разбивке числа 40 на 7 нечетных чисел. Другими словами, надо найти 7 таких нечетных чисел, которые в сумме составили бы 40. Но легко сообразить, что нечетное число нечетных чисел в сумме не может дать четного числа: произведение нечетных чисел всегда нечетное. Поэтому предложенная задача неразрешима.

152. Тень стратостата

Обычно решают задачи этого рода, пользуясь подобием треугольников. Это довольно неудобный способ: в пропорцию входят такие величины, как диаметр Солнца и расстояние от Солнца до Земли. Гораздо проще следующий прием. Если вообразить, что глаз наблюдателя помещен в вершине конуса тени стратостата, то, как нетрудно сообразить, шар как раз покроет для наблюдателя солнечный диск. Следовательно, диаметр стратостата будет усматриваться под тем же углом зрения, под каким земному наблюдателю виден диаметр Солнца, т. е. полградуса. Но всякий предмет, видимый под углом в полградуса, удален от наблюдателя на

$$2 \times 57 = 114 \text{ поперечников.}$$

Значит, длина тени стратостата в 114 раз больше его диаметра и равна

$$32 \times 114 = 3648 \text{ м}, \quad \text{т. е. более } 3\tfrac{1}{2} \text{ км.}$$

Этот способ очень удобен, между прочим, для быстрого вычисления длины теней, отбрасываемых планетами и их спутниками. Приведем несколько примеров таких расчетов.

1) *Длина земной тени*. Так как диаметр земного шара равен 12 700 км, то длина тени будет:

$$12\,700 \times 114 = 1\,447\,800 \text{ км.}$$

2) *Длина лунной тени*. Принимая диаметр Луны равным (с округлением) 3500 км, имеем для длины лунной тени:

$$3500 \times 114 = 400\,000 \text{ км.}$$

3) *Длина тени Марса*. Марс дальше от Солнца, нежели Земля, в 1,52 раза; следовательно, Солнце видно с него под углом в

$$30' : 1{,}52 = 20', \quad \text{т. е. } \tfrac{1}{3}^\circ.$$

Углу зрения в ⅓° отвечает удаление, втрое большее, чем углу в 1°, т. е.

$$57 \times 3 = 171 \text{ поперечник.}$$

Принимая диаметр Марса в 6800 км, имеем для длины тени величину

$$6800 \times 171 = 1\,162\,800 \text{ км.}$$

4) *Длина тени спутника Марса — Фобоса*. Принимая диаметр Фобоса в 15 км, получаем для длины его тени:

$$15 \times 171 = 2565 \text{ км.}$$

Так как эта величина меньше расстояния спутника от поверхности его планеты, то расчет показывает, что Фобос не может полностью затмевать Солнце для наблюдателя на Марсе: его полная тень не достигает поверхности планеты.

153. Зеркало

Строго говоря, зеркало — мы разумеем хорошее зеркало, — невидимо, если только оно не запылено и вообще не загрязнено. Можно видеть раму зеркала, его края, можно видеть предметы, отражающиеся в зеркале, но самого зеркала видеть нельзя. Отражающие поверхности невидимы, в отличие от поверхностей, рассеивающих свет, т. е. разбрасывающих лучи по всевозможным направлениям.

На невидимости зеркал основано множество трюков, показываемых фокусниками, — например, живая отрезанная человеческая голова и др.

154. Как срезать

Задача эта не геометрическая, а механическая, и при решении ее нам понадобится прибегнуть к теореме о статических моментах: тело, способное вращаться около оси, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов сил относительно оси вращения равна нулю. Напомним еще, что моментом силы относительно оси называется произведение величины силы на расстояние от оси до направления силы.

Обозначим (рис. 347) расстояние искомой точки M от вершины B через x, длину DC через b, длину BC через h. Разобьем фигуру $MBCD$ прямой MK, параллельной BC, на прямоугольную часть $MBCK$ и треугольник MKD. Центр тяжести O_1 прямоугольной части, лежащий на середине диагонали BK, удален от MK на расстояние $O_1L_1 = \frac{x}{2}$.

Центр тяжести O_2 треугольника MKD, лежащий на ⅓ медианы, удален от MK на расстояние O_2N, величина которого определяется из пропорции:

$$\frac{O_2N}{\frac{1}{2}(b-x)} = \frac{2}{3}, \quad \text{откуда} \quad O_2N = \frac{b-x}{3}.$$

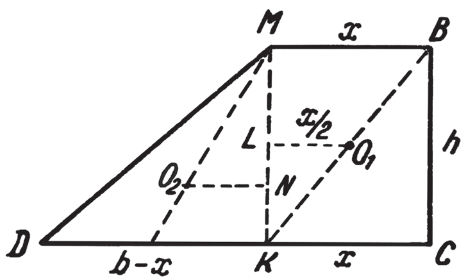


Рис. 347

Однородная пластинка *MBCD*, подвешенная в точке *M*, будет сохранять горизонтальность прямой *BC* в том случае, если алгебраическая сумма моментов сил, приложенных в O_1 и в O_2, относительно точки *M* окажется равной нулю. Так как все части *MBCK* пропорциональны площади *hx*, а вес *MKD* пропорционален ½(*b* – *x*)*h*, то для равновесия фигуры требуется, чтобы

$$hx\times\frac{x}{2}-\frac{h(b-x)}{2}\times\frac{b-x}{3}=0\,.$$

После упрощений получаем:

$$x^2=\frac{(b-x)^2}{3},\quad \text{откуда}\quad 2x^2+2bx-b^2=0.$$

Решив это уравнение относительно *x*, имеем:

$$x=\frac{-b\pm b\sqrt{3}}{2}\,.$$

Берем положительный корень:

$$x=b\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}\,.$$

Положение точки *M* на стороне *b* данного прямоугольника зависит, как видим, только от величины этой стороны, не завися от размеров другой стороны. Приближенно точка *M* отстоит от вершины на 0,366*b*.

Разыскать точку *M* графически всего проще следующим построением. Если (рис. 348) *ABCD* — данный прямоугольник, то на стороне *AB* строим равносторонний треугольник *ABE*. Отложим *DF* = *AD*, проводим *AF* до пересечения с *EB* в точке *G*. Искомая точка *M* есть основание перпендикуляра *GM* на *AB*.

Докажем это. Из величины углов, обозначенных на рис. 348, следует:

$$MG = AM = b - x;$$

$$BG = 2MB = 2x.$$

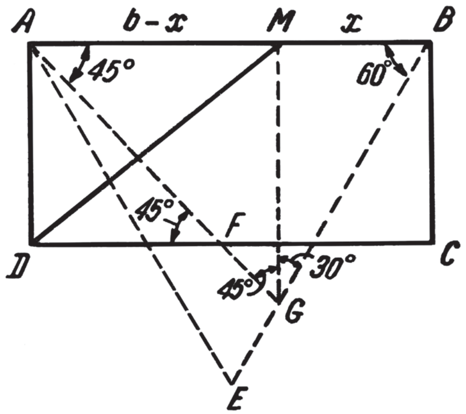


Рис. 348

По теореме Пифагора:

$$x^2 + (b - x)^2 = (2x)^2,$$

откуда получаем:

$$2x^2 + 2bx - b^2 = 0,$$

уравнение, определяющее, как мы уже знаем, искомое расстояние.

155. Задача о догадливой вороне

Способ пригоден не всегда. Для упрощения задачи представим себе, что кувшин имеет цилиндрическую форму, а камешек — шарообразную. Ясно, что вода будет подниматься выше уровня камешков лишь в том случае, если объем заключавшейся в кувшине воды больше суммы объемов пустот между камешками. Величину этих пустот в долях объема, занятого в кувшине камешками, легче всего вычислить при таком сложении шарообразных камешков, при котором центр каждого шарика лежит на одной вертикали с центрами нижнего и верхнего шариков (см. рис. 349). Тогда отношение суммы всех пустот к сумме объемов кубиков, описанных около каждого шара, равно отношению (d — диаметр камешка):

$$\frac{d^3 - \frac{1}{6}\pi d^3}{d^3} = 1 - \frac{\pi}{6} = 0,48\,,$$

т. е. около половины.

Отсюда следует, что если вода в цилиндрическом кувшине налита была ниже чем до половины, то поднять уровень воды до краев кувшина набрасыванием круглых камешков невозможно.

Будь ворона достаточно сильна, чтобы утрясти камешки и тем уплотнить их расположение, сумма объемов промежутков между ними сделалась бы

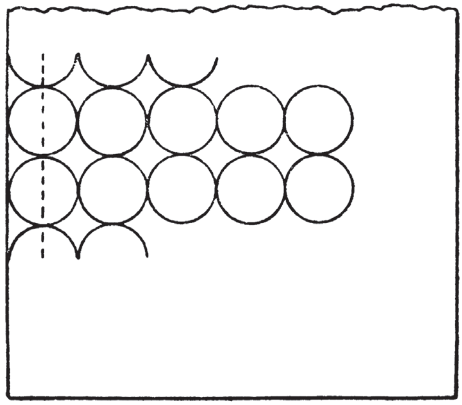


Рис. 349

меньше половины объема занятой камешками части кувшина: уровень воды удалось бы тогда поднять несколько более, чем вдвое. Но ворона не может этого сделать; значит, принятое нами рыхлое расположение не противоречит обстановке рассказа. К тому же кувшины обычно в средней части шире, чем в нижней; поэтому подъем воды должен быть даже меньше, чем на двойную высоту.

Итак, мы вправе утверждать, что если вода в кувшине налита ниже, чем до половины высоты, то вороне напиться не удалось бы.

156. Признак делимости на 11

Признак делимости, указанный школьником, вполне правилен во всех случаях. Он основан на том, что число, состоящее из 1 и четного числа нулей, при делении на 11 дает в остатке 1. Действительно;

$$
\begin{aligned}
100 &= 11 \times 9 + 1\\
10\,000 &= 11 \times 909 + 1\\
1\,000\,000 &= 11 \times 90\,909 + 1 \text{ и т. д.}
\end{aligned}
$$

Поэтому всякое многозначное число (например, 47 293) можно разбить на слагаемые по следующему образцу:

$$47\,293 = 40\,000 + 7200 + 93.$$

Далее:

$$
\begin{aligned}
40\,000 &= 4 + 11 + 909 + 4\\
7200 &= 72 + 11 + 9 + 72\\
93 &= 93\\
\hline
47\,293\ (4 \times 909 &+ 72 \times 9) \times 11 + (4 + 72 + 93).
\end{aligned}
$$

Ясно, что если числа, заключенные во вторые скобки, в сумме кратны 11, то и первоначальное число кратно 11. Но в указанные скобки заключены как раз грани испытуемого числа. Этим обосновывается подмеченный школьником признак делимости. Нельзя не отметить, что новый признак практически удобнее старого.

157. Суфлерская будка

Форма суфлерской будки сохраняется неизменной потому, что будка эта — своего рода физический прибор, выполняющий определенные функции. Свод суфлерской будки не что иное, как вогнутое звуковое зеркало, назначение которого двоякое — задерживать звуковые волны, идущие из уст суфлера в сторону публики, и отражать их по направлению к сцене. Вогнутая внутренняя поверхность будки действует в этом случае наподобие зеркала прожектора, но не оптического, а акустического.

158. О среднем расстоянии

1. Пусть (см. рис. 350) M — точка внутри равностороннего треугольника ABC со стороною a; h_1, h_2, h_3 — расстояния этой точки от сторон треугольника. Требуется, чтобы среднеарифметическое трех расстояний

$$\frac{h_1+h_2+h_3}{3}$$

было наименьшее.

Соединим точку M с вершинами треугольника. Треугольник ABC разбивается при этом на три треугольника MBC, MAC и MAB, площади которых соответственно равны

$$\tfrac{1}{2}ah_1,\ \tfrac{1}{2}ah_2,\ \tfrac{1}{2}ah_3.$$

Обозначив высоту треугольника ABC через H, имеем равенство:

$$\frac{ah_1}{2}+\frac{ah_2}{2}+\frac{ah_3}{2}=\frac{aH}{2},$$

откуда

$$h_1+h_2+h_3=H, \text{ и}$$

$$\frac{h_1+h_2+h_3}{3}=\frac{H}{3}.$$

Последнее равенство показывает, что среднее расстояние любой внутренней точки равностороннего треугольника от всех его сторон есть величина постоянная.

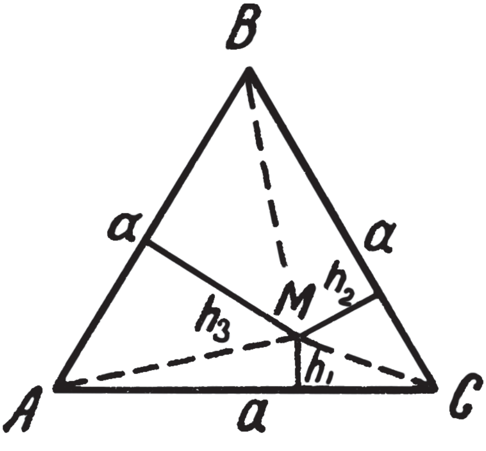


Рис. 350

Следовательно, искомой точки, отличающейся минимальным средним удалением от сторон, внутри равностороннего треугольника не существует.

2. Сходным образом можно доказать, что и внутренняя точка всякого правильного многоугольника в среднем одинаково удалена от его сторон. Если (можно обойтись и без чертежа) обозначим расстояние внутренней точки правильного n-угольника от его сторон через $h_1, h_2, h_3, \ldots, h_n$, а апофему через L, то при длине стороны a имеем равенство:

$$\frac{ah_1}{2}+\frac{ah_2}{2}+\ldots+\frac{ah_n}{2}=\frac{naL}{2}, \text{ отсюда } h_1+h_2+\ldots+h_n=nL,$$

следовательно,

$$\frac{h_1+h_2+\ldots+h_n}{n}=L,$$

т. е. среднее расстояние внутренней точки правильного многоугольника от всех его сторон есть величина постоянная и равна его апофеме.

159. Вес груза на самолете Юмашева

По закону Ньютона, вес на высоте 8,1 км над земной поверхностью должен быть меньше, чем на уровне земли, в

$$\left(1+\frac{8{,}1}{6400}\right)^2 \text{ раз.}$$

Вес груза в 5000 кг должен поэтому понизиться до

$$5000:\left(1+\frac{8{,}1}{6400}\right)^2=4987{,}3 \text{ кг.}$$

Груз потерял в весе 12,7 кг.

160. Два пешехода

Задача решается арифметически следующим путем.

Старик делал 5 километров в 60 минут, т. е. употреблял на прохождение 1 километра 12 минут. Молодой, делавший в 60 минут 6 километров, употреблял на прохождение 1 километра 10 минут. На каждом километре пути молодой опережает старика на 2 минуты. Так как молодой, придя на завод, опередил старика на 18 минут, то пройденный путь должен равняться:

$$18 : 2 = 9 \text{ км.}$$

161. В поисках билета

Решая эту задачу, нередко приходят к нелепым заключениям. Чаще всего перемножают $1/10 \times 1/10$ и, получив $1/100$, утверждают, что такова вероятность для А. попасть на концерт. Выходит, что когда о билете хлопочут двое, то билет получить труднее, нежели когда его старается добыть только один. Ошибка в том, что такое решение учитывает только тот случай, которого А. должен как раз избегать: случай получения двух билетов.

Правильное решение задачи таково. Определим вероятность неполучения билета одним лицом; она равна $1 - 1/10 = 9/10$. Какова вероятность того, что билета не достанут двое? Очевидно:

$$9/10 \times 9/10 = 81/100.$$

Во всех остальных случаях, кроме этого, А. попадет на концерт. Значит, вероятность получения билета хотя бы одним из приятелей А. равна:

$$1 - 81/100 = 19/100.$$

Итак, искомая вероятность равна $19/100$.

162. Простые числа

1. Так как три последовательных числа непременно должны содержать хотя бы одно четное число, то задача указать три последовательных простых числа кажется с первого взгляда невозможной. При этом забывают, что существует — правда, только одно — и четное простое число: 2. Имеется поэтому и три последовательных простых числа:

1, 2, 3.

2. Если, делая ту же ошибку, полагать, что все простые числа — нечетные, то можно прийти к выводу, будто от сложения двух простых чисел не может составиться также простое число. Между тем, существует множество пар простых чисел, сумма которых есть также простое число:

$1 + 1 = 2 \quad 2 + 3 = 5 \quad 2 + 11 = 13$

$1 + 2 = 3 \quad 2 + 5 = 7 \quad$ и т. п.

163. Бильярдные шары

В «Физике» Сперанского, откуда заимствована задача, дается такое ее решение.

Найдя (рис. 351) зеркальные отражения N_1 и M_1 шаров N и M от бортов DC и AD, соединяют N_1 и M_1 прямой линией. Направление NK — искомое, пущенный по нему шар N пойдет по пути $NKLM$ и ударит шар M.

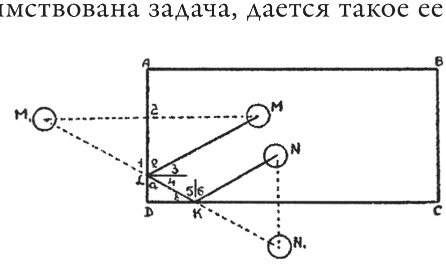


Рис. 351

Нетрудно указать обоснование этого решения. Из равенств треугольников

MEL и M_1EL устанавливаем равенство углов 1 и 2. Но угол 1 равен углу α как вертикальный; следовательно, угол 3 равен углу 4, т. е. угол падения равен углу отражения. Сходным образом доказываем равенство углов 5 и 6. Поэтому шар, пущенный по *NK*, должен пройти по пути *NKLM*.

Задача может быть решена и иначе (рис. 352). Найдя зеркальное отражение M_2 полученной точки M_1 от продолжения борта *DC*, соединяют найденную точку M_2 с *N*. Это и будет искомое направление. Обоснование решения читатели без труда найдут сами.

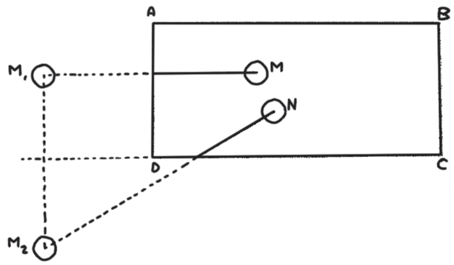


Рис. 352

Легко убедиться, что если *M* соединить с вершиной *D* угла бильярдного стола и продолжить линию на равное расстояние, то придем в точку M_2. Отсюда вытекает третье, самое простое решение задачи: соединить прямой линией шар *M* с точкой *D*, продолжить ее на равное расстояние и целиться в этот второй конец линии. Сейчас указанное решение довольно удобно может быть осуществлено на практике: в направлении *MD* кладут кий, выдвигают его на должное расстояние и метят (с помощью другого кия) в конец первого кия. Я неоднократно проделывал это на комнатном бильярде и получал удовлетворительные результаты.

164. Поездка

Автомобиль отсутствовал в городе *A* по времени этого пункта

10 ч 30 мин – 9 ч = 1 ч 30 мин.

Из 1 ч 30 мин он оставался в пункте *B*, считая по часам этого города,

10 ч – 9 ч 20 мин = 40 мин.

Следовательно, он находился в пути

1 ч 30 мин – 40 мин = 50 мин.

При скорости 60 км/ч, или 1 км/мин, он прошел в 50 минут 50 километров. Отсюда получаем расстояние между *A* и *B* — 25 километров.

165. Жидкая струя

Высоту отверстия над основанием цилиндра обозначим через x, дальность струи — через s, высоту цилиндра — через H. Если скорость вытекания струи — v, а время, в течение которого ее частица достигает уровня дна сосуда, — t, то дальность струи равна:

$$s = vt.$$

По формуле Торричелли

$$v = \sqrt{2g(H-x)};$$

по формуле свободного падения

$$t = \sqrt{\frac{2x}{g}}.$$

Подставив эти выражения в формулу $s = vt$, имеем:

$$s = \sqrt{4x(H-x)}, \quad \text{или} \quad \frac{s^2}{4} = x(H-x).$$

Дальность струи s достигает наибольшего значения одновременно с выражением $\frac{s^2}{4}$, т. е. тогда же, когда становится максимальным выражение $x(H-x)$. Сумма переменных множителей x и $H-x$ есть величина постоянная (она равна H). Следовательно, их произведение максимально тогда, когда они равны, т. е. когда $x = H - x$, откуда $x = \frac{H}{2}$.

Итак, отверстие надо сделать на уровне половины высоты цилиндра.

166. Знаете ли вы арифметику?

1. Искомые числа 12 и 1, так как $12 + 1 = 13$, а $12 \times 1 = 12$.
2. Искомые числа 0,5 и 0,5, так как $0{,}5 + 0{,}5 = 1$, а $0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$.
3. $1 \times 2 \times 3 = 1 + 2 + 3$.
4. Искомые числа 18 и 1, так как $18 \times 1 = 18$ и $18 : 1 = 18$.
5. Наиболее удобный практический признак делимости на 33 таков: надо разбить испытуемое число справа налево на двузначные грани; если сумма этих граней кратна 33, то и испытуемое число кратно 33. Это вытекает из следующих соображении. Пусть испытывается число 28 679. Представляем его в виде

$$\begin{gathered} 20\,000 + 8600 + 79 = 200 \times (99 + 1) + 86 \times (99 + 1) + 79 = \\ = 200 \times 99 + 200 + 86 \times 99 + 86 + 79 = \\ = 200 \times 99 + 2 \times 99 + 2 + 86 \times 99 + 86 + 79 = \\ = (200 \times 99 + 2 \times 99 + 86 \times 99) + (2 + 86 + 79). \end{gathered}$$

Сумма, заключенная в первые скобки, состоит из слагаемых, кратных 33; следовательно, делимость испытуемого числа на 33 зависит от делимости на 33 суммы во вторых скобках, т. е. от того, делится ли на 33 сумма граней $2 + 86 + 79$.

6. Зная, что 999 кратно 27 и рассуждая подобно предыдущему, устанавливаем следующий признак делимости на 27: надо разбить испытуемое число на трехзначные грани; если сумма этих граней кратна 27, то и испытуемое число кратно 27.

7. Простые числа первого десятка таковы: 2, 3, 5 и 7. «Единицу не следует причислять к простым числам, ибо многие теоремы относительно простых чисел не имеют места для единицы» (Лежен-Дирихле, «Лекции по теории чисел»).

8. Таких простых чисел очень много, например

$$17 = 8 + 9; \quad 23 = 9 + 14, \quad \text{и т. п.}$$

9. Можно привести множество таких примеров:

$$2 + 3 = 5; \quad 5 + 2 = 7; \quad 17 + 2 = 19; \quad 41 + 2 = 43, \quad \text{и т. п.}$$

10. Делимость числа не зависит от того, по какой системе счисления оно написано. Если некоторое число реальных предметов может быть разбито на группы одинаковой численности, то это свойство не изменится, по какой бы системе счисления данное число не было написано.

11. Требуемая разбивка невозможна, так как четное число не может быть суммой нечетного числа нечетных чисел.

12. Требуемый раздел яблок можно осуществить, разрезав 5 яблок на 3 равные части каждое и 3 яблока — на 5 частей каждое. Каждому школьнику достанется по $\frac{1}{3}$ и по $\frac{1}{5}$, т. е. $\frac{8}{15}$ яблока.

167. Геометрические термины

Термины «квадрат», «диаметр», «градус», «синус» введены в употребление М. В. Ломоносовым вместе с многими терминами математической географии и физики.

168. Четырехугольные дощечки

Ни один из перечисленных способов не достигает цели; все они, взятые порознь, не достаточны.

Первый способ удостоверяет лишь, что четырехугольная дощечка имеет форму ромба (рис. 353).

Второй ничего не доказывает (рис. 354).

Третий доказывает, что фигура — параллелограмм (рис. 355).

Четвертый, — что фигура прямоугольник (рис. 356).

Пятый ничего не доказывает (рис. 357).

Шестой, седьмой и восьмой, — что фигура ромб (рис. 353).

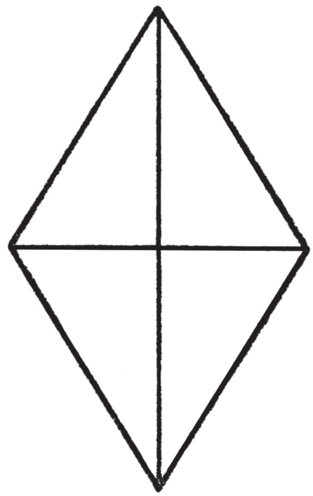


Рис. 353. Стороны равны

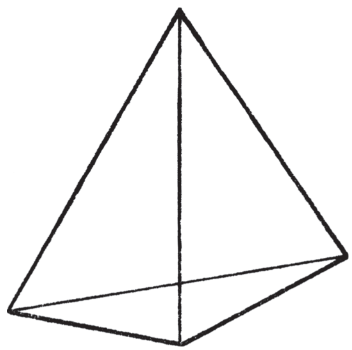


Рис. 354. Диагонали равны

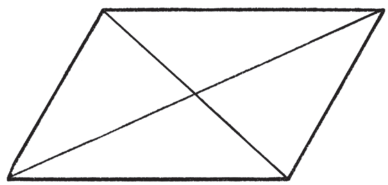


Рис. 355. Диагонали делятся пополам

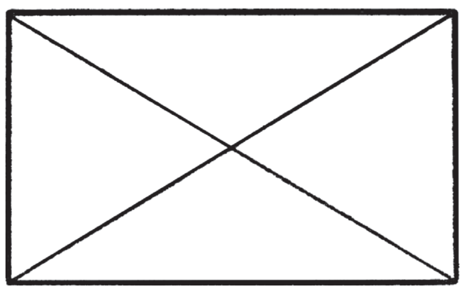


Рис. 356. Диагонали равны и делятся пополам

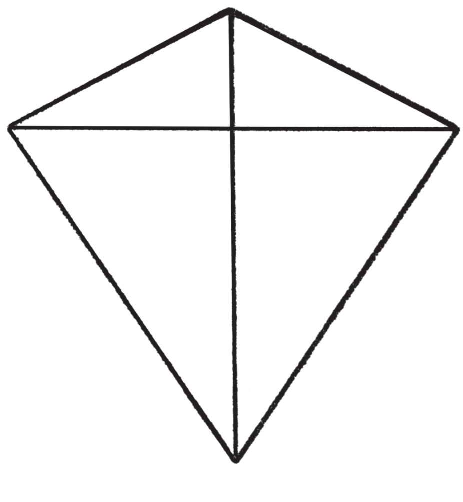


Рис. 357. Диагонали равны и взаимно перпендикулярны

169. Какая доля площади?

Проведя диагонали *AC* и *DB* (рис. 358), убеждаемся, что заштрихованная часть фигуры равна ½ площади наружного квадрата минус (площадь полукруга минус ¼ площади наружного квадрата).

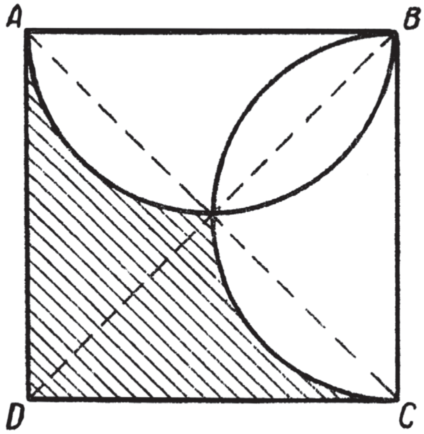


Рис. 358

Если сторона наружного квадрата *a*, то заштрихованный участок равен по площади:

$$\frac{a^2}{2}-\frac{\pi a^2}{8}+\frac{a^2}{4}=\frac{3a^2}{4}-\frac{\pi a^2}{8}=\left(\frac{3}{4}-\frac{\pi}{8}\right)a^2 .$$

Искомая доля равна:

$$\frac{3}{4}-\frac{\pi}{8}=0,75-0,39=0,36 .$$

Заштрихованный участок составляет по площади 0,36 наружного квадрата.

170. Треугольник из спичек

Надо составить треугольник со сторонами из 5, из 12 и из 13 спичек. Действительно:

$$5^2 + 12^2 = 13^2.$$

Значит, треугольник — прямоугольный.

171. Таинственная линия

Условиям задачи удовлетворяет всякая линия, начерченная на *шаровой* поверхности (кроме окружности, которая задачей исключается).

172. Расхождение сторон угла

Задача сводится к определению длины хорды, стягивающей дугу в 1' при радиусе в 100 м (10 000 см). Такую хорду можно считать приближенно равной ее дуге, т. е.

$$\frac{2\pi \times 10\,000}{360 \times 60} = 2{,}9\,.$$

Стороны угла расходятся примерно на 3 см.

173. Фигура лунного серпа

Ошибочно думать, будто фигура лунного серпа ограничена двумя дугами окружностей. Наружная дуга действительно полуокружность, но внутренняя — полуэллипс: это есть половина круга освещения, рассматриваемого косо, т. е. проекция полукруга на наклонную к нему плоскость (рис. 359).

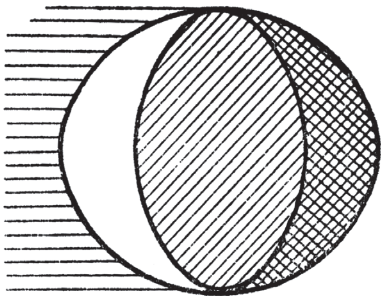


Рис. 359

174. Дуга или диаметр?

Дуга в 120° есть треть окружности, или $\frac{2\pi}{3}R$. Она явно больше, чем $2R$ или $\frac{2\times 3}{3}R$. Значит, дуга в 120° больше диаметра[1].

175. Подобны ли?

Треугольники подобны, так как для их подобия достаточным условием является равенство углов. Для подобия же прямоугольников этого недостаточно: необходима также пропорциональность сходственных сторон. Последнее условие в нашем случае, вообще говоря, не соблюдается, если, как обычно, рамки делаются из планок одинаковой ширины. В самом деле, если стороны наружного прямоугольника a и b, а ширина планок d, то стороны внутреннего прямоугольника $(a - 2d)$ и $(b - 2d)$; для пропорциональности сторон требуется равенство отношений:

$$\frac{a}{a-2d} \quad \text{и} \quad \frac{b}{b-2d},$$

возможное лишь тогда, когда $a = b$, т. е. когда рамка квадратная.

Значит, внутренний и внешний прямоугольники подобны лишь в квадратной рамке.

---

[1] Если помнить, что радиан соответствует 57° с дробью, то можно сразу сообразить, что 120° больше двух радианов, т. е. что дуга в 120° больше двух радиусов.

176. Сколько градусов в дуге?

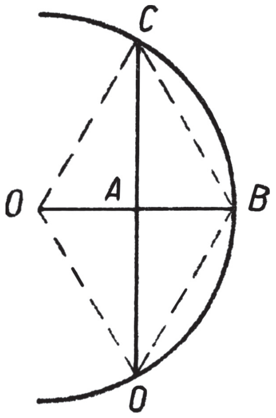


Рис. 360

Четырехугольник $OCBD$ (рис. 360) имеет диагонали взаимно перпендикулярные и делящиеся пополам: следовательно, это ромб и BC = радиусу круга, т. е. является стороною правильного вписанного шестиугольника. Отсюда дуга CBD = 120° (задача решается скорее, если помнить, что апофема вписанного равностороннего треугольника равна половине радиуса).

177. Вписать крест

На рис. 361 ясно, что задача сводится к тому, чтобы вписать в полукруг треугольник, один катет которого BC в 3 раза больше другого AC. Опустив из C перпендикуляр на диаметр, имеем

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB} \times \overline{BD}, \quad \overline{AC}^2 = \overline{AB} \times \overline{AD},$$

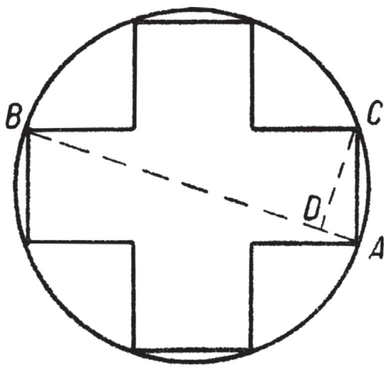


Рис. 361

откуда

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD} = \frac{3^2}{1},$$

$$BD = 9\overline{AD}.$$

Следовательно, для построения фигуры надо разделить диаметр на 10 равных частей и в конце первого деления восстановить перпендикуляр до пересечения с дугой полуокружности; получим вершину C креста. Дальнейшее построение понятно само собой.

178. Станция «Северный полюс»

Местоположение льдины удалено было от точки Северного полюса по меридиану на 90° – 87° 36', т. е. на 144'. Так как морская миля есть длина минуты земного меридиана, то искомое расстояние равно 144 морским милям.

179. С завязанными глазами

То, что люди с завязанными глазами (а также люди, идущие без дороги в тумане или ночью) отклоняются от прямолинейного направления и следуют по дуге окружности, объясняется неполной симметрией в строении человеческого тела и не строго одинаковой деятельностью мускулов правой и левой его половины. Легко сообразить, что путь пешехода, правая нога которого систематически выносится немного дальше левой, должен искривляться влево (относящиеся сюда геометрические соображения изложены в гл. 8 книги Я. Перельмана «Занимательная геометрия»).

По сходной причине гребец, работающий правой рукой сильнее, чем левой, будет загибать влево; этим объясняется кружение на море в лодке в туманную погоду. Наконец, аналогичные причины обусловливают кружение лошади в метель, блуждание птиц по кругам в открытой местности, кружение льва в пустыне и т. п.

180. Два монумента

Длину ступни человека среднего роста можно принять округленно равной 25 см. Значит, каждая статуя линейно больше натуральной величины в 10 раз, а по объему — в 1000 раз, потому что объемы геометрически подобных тел относятся как кубы их линейных размеров. Средний удельный вес человеческого тела близок к 1 грамму в 1 см^3, т. е. меньше удельного веса гранита в 2,6 раза.

Принимая вес взрослого человека равным в среднем 70 кг, получаем для приближенного веса гранитной статуи указанных размеров:

$$70 \times 2{,}6 \times 1000 = 182\,000 \text{ кг},$$

или около 180 т.

181. Точки пересечения

Каждые две окружности пересекаются в двух точках. Пять окружностей могут дать, следовательно, столько пар точек пересечений, сколько имеется сочетаний из 5 элементов по 2. Отсюда искомое число точек пересечений равно:

$$2C_5^2 = 2 \times \frac{5 \times 4}{2} = 20.$$

При этом безразлично, расположены ли окружности в плоскости или в пространстве. Относительные размеры окружностей также не имеют значения.

182. Тень от воздушного шарика

Вспомним, что с расстояния Земли Солнце видно под углом в полградуса. Легко сообразить, что таков же должен быть и угол при вершине конуса тени, отбрасываемого воздушным шариком (сделайте для наглядности соответствующий чертеж).

Тело, видимое под углом в ½° (т. е. в 114-ю долю радиана), удалено от глаза наблюдателя на 114 своих поперечников. Отсюда длина конуса тени равна:

$$15 \times 114 = 1710 \text{ см},$$

или около 17 м.

183. Объемы шара и куба

Диаметр D шара, описанного около куба, есть диагональ этого куба. Если сторона куба a, то $D^2 = a^2 + a^2 + a^2$, откуда $D = a\sqrt{2}$. Так как объем шара равен $\frac{1}{6}\pi D^3$, а объем куба a^2, то искомое отношение равно:

$$\frac{\pi}{2}a^3\sqrt{3} : a^3 = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} = 2,56.$$

Итак, шар по объему превышает вписанный в него куб более чем в 2½ раза.

184. Общая площадь

Проведя диагональ квадрата, получаем (рис. 362) общеизвестную фигуру так называемых «гиппократовых луночек», из которой ясно, что общая площадь четырех заштрихованных участков равна площади квадрата, вписанного в круг, т. е.

$$\left(10\sqrt{2}\right)^2 = 200 = 200 \text{ см}^2$$

(теорема о гиппократовых луночках является одним из следствий теоремы Пифагора).

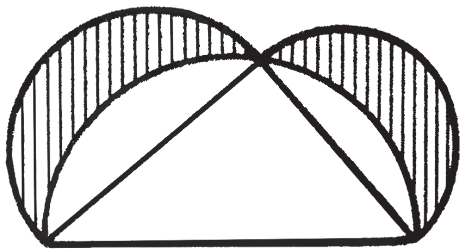


Рис. 362

185. Освещение земного шара

Солнце больше Земли, и потому должно освещать больше половины земного шара (конус земной тени пересекает земной шар по малому кругу). Для пояснения служит рис. 363, на котором угол *AOB* должен составлять[1] около 179° 30′ (нетрудно исходя из этого вычислить, что при сделанных

[1] Угол, под которым с расстояния Земли видно Солнце, равен 30′. Вершина конуса земной тени расположена недалеко от земной орбиты (так как диаметр Солнца больше земного в сто с лишним раз). Поэтому угол *AOB* можно принять приближенно равным 179° 30′.

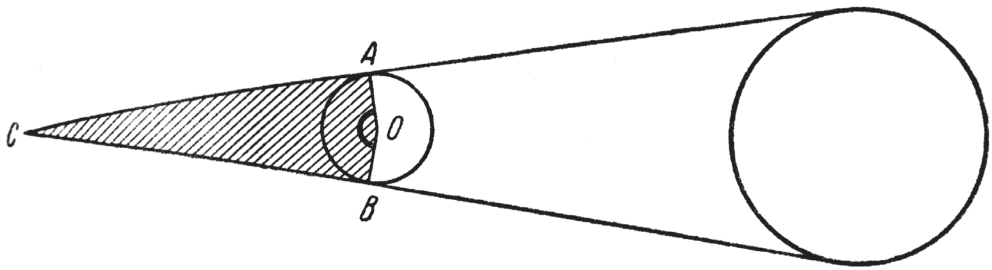


Рис. 363

допущениях освещенная Солнцем часть земной поверхности примерно на миллион км^2 больше половины земного шара).

Подобным же образом найдем, что Луна, которая меньше Земли, должна освещать меньше половины земного шара.

186. Загадочная линия

Вопреки убеждению многих читателей, требуемую линию начертить вполне возможно. Это — всякая линия, проведенная на поверхности кругового цилиндра, осью которой является данная прямая: все точки этой кривой одинаково удалены от оси цилиндра.

187. Равноудаленная прямая

Задача имеет два решения. Первое: прямая проводится через точку A и середину отрезка, соединяющего две другие данные точки. Второе — прямая проводится через A параллельно прямой, проходящей через две другие данные точки. На рис. 364 искомые прямые суть AL и MN, в чем легко убедиться несложным построением.

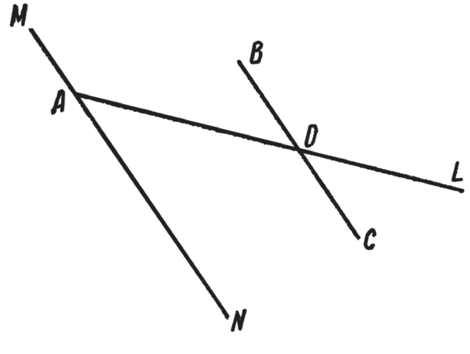


Рис. 364

188. Сумма углов треугольника

Вершину B треугольника ABC (рис. 365) соединяем с произвольной точкой D противолежащей стороны. Из равенства

$$\text{уг. } 1 + \text{уг. } 2 + \text{уг. } 5 = \text{уг. } 1 + \text{уг. } 2 + \text{уг. } 3 + \text{уг. } 4$$

имеем:

$$\text{уг. } 5 = \text{уг. } 3 + \text{уг. } 4.$$

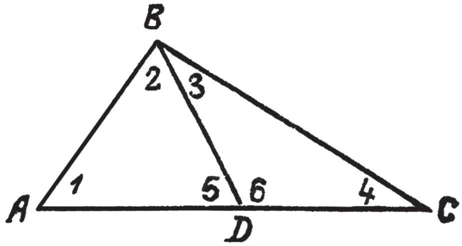


Рис. 365

Прибавив к обеим частям последнего равенства по углу 6, получаем:

$$\text{уг. } 5 + \text{уг. } 6 = \text{уг. } 3 + \text{уг. } 4 + \text{уг. } 6,$$

но уг. 5 + уг. 6 равен двум прямым. Следовательно, сумма углов треугольника BCD равна двум прямым. А так как по условию сумма углов во всех треугольниках одинакова, то она должна всегда равняться двум прямым.

189. Верны — неверны

Безусловно верны утверждения a), d), f).

Безусловно неверны утверждения b), c), g).

Утверждение e) частью верно, частью неверно: в наклонной плоскости можно провести горизонтальную прямую, но нельзя провести вертикальную.

Точно так же лишь отчасти верно утверждение h): через наклонную прямую можно провести вертикальную плоскость, но нельзя провести горизонтальную.

190. Что получится?

Ответ неожиданный: полоска получится длиною в целый километр! Проверим. В квадратном метре сколько квадратных миллиметров? Тысяча на тысячу — один миллион. Каждая тысяча таких квадратиков, приставленных рядом вплотную, даст один метр. Тысяча тысяч квадратиков составят поэтому тысячу метров, или один километр.

Ответ на второй вопрос еще поразительнее, чем в предыдущем случае: столб возвышался бы на целую *тысячу километров*!

Сделаем расчет. В одном кубометре содержится кубических миллиметров: тысяча на тысячу и еще на тысячу. Каждая тысяча миллиметровых кубиков, поставленных один на другой, дает столб в один метр. Тысяча метров — один километр. А так как у нас кубиков еще в тысячу раз больше, то и составится тысяча километров.

191. Конная тяга

Ошибаются те, которые думают, будто 5 лошадей в одной упряжке тянут в 5 раз сильнее, чем одна. Они забывают, что несколько лошадей, работающих одновременно, не складывают своих усилий по правилам простой арифметики. Лошади не только помогают одна другой, но и мешают друг другу. Это взаимное мешание приводит к тому, что в случае пяти лошадей совместная тяга увеличивается не в 5 раз, а только в 3½ раза. Практика показывает, что тяга пяти лошадей, из которых каждая тянет с силою 50 кг, равна не 250 кг, а всего только 175 кг.

Мы видим на этом примере, какое большое значение имеет дисциплина труда: труд не дисциплинированно работающих сотрудников понижается в производительности. Вот почему так важна замена живых двигателей механическим: трактор «фордзон» в 10 л. с. невозможно заменить ни десятью, ни пятнадцатью, никаким вообще числом совместно работающих лошадей.

192. Откуда стреляли?

Отверстие в стекле, образуемое пулей, всегда расширяется в сторону, противоположную той, откуда стреляли. По этому признаку легко установить, сделан ли выстрел изнутри или снаружи.

193. Жуки и пауки

Чтобы решить эту задачу, нужно прежде всего припомнить из естествоведения, сколько ног у жуков и сколько у пауков: у жука 6 ног, у паука — 8. Зная это, предположим, что в коробке были только жуки в числе 8 штук. Тогда всех ног было бы $6 \times 8 = 48$, на 6 меньше, чем указано в задаче.

Заменим теперь одного жука пауком. От этого число ног увеличится на 2, потому что у паука не 6 ног, а 8.

Ясно, что если мы сделаем три таких замены, мы доведем общее число ног в коробке до требуемых 54. Но тогда из 8 жуков останется только 5, остальные будут пауки.

Итак, в коробке было 5 жуков и 3 паука.

Проверим: у 5 жуков 30 ног, у 3 пауков 24 ноги, а всего $30 + 24 = 54$, как и требует условие задачи.

Можно было и иначе решить эту задачу. Можно было предположить, что в коробке только пауки, 8 штук. Тогда всех ног оказалось бы $8 \times 8 = 64$, на 10 больше, чем указано в условии. Заменив одного паука жуком, мы уменьшим число ног на 2. Нужно сделать пять таких замен, чтобы свести число ног к требуемым 54. Иначе говоря, из 8 пауков надо оставить только 3, а остальных заменить жуками.

194. Круги на воде

Обычно на этот вопрос отвечают, что на поверхности реки получаются не круги, а вытянутые вдоль по течению овалы. Но это неверно: и в том и другом случае образуются совершенно одинаковые круги. Разница лишь та, что центр кругов на озере стоит неподвижно, а на реке плывет по течению.

Происходит это потому, что течение реки переносит все участки круговой волны вперед на одинаковое расстояние по параллельным направлениям. А такое параллельное перенесение нисколько не меняет формы фигуры. Вы легко можете проверить это, начертив на бумаге какую-нибудь фигуру, например пятиугольник, и перенеся все ее вершины на одинаковое расстояние по параллельным прямым: вы получите пятиугольник той же величины и формы.

195. Трактор

Увязание в грунте зависит не от веса вещи, а от ее давления, т. е. от той доли веса, которая приходится на квадратный сантиметр опоры. Огромный вес трактора распределяется на довольно большую поверхность стальных пластин его цепи (гусеницы), надетой на колеса. Поэтому на один квадратный сантиметр опоры трактора приходится сравнительно небольшой вес — около 100 г, не больше. Напротив, вес лошади и человека распределяется на небольшую площадь копыт или ступней, так что на квадратный их сантиметр приходится у лошади около 1200 г, а у человека — 500 г, т. е. гораздо больше, чем для трактора. Вот почему человек и лошадь глубже вдавливаются в почву, чем тяжелый гусеничный трактор.

196. Дирижабль

Задача кажется очень простой, а между тем она довольно замысловата. Не надо думать, что дирижабль опустится в Ленинграде. Это неверно потому, что меридианы к северу сближаются; поэтому дирижабль, пройдя 500 км по параллели, расположенной в 500 км к северу от Ленинграда, отошел к востоку на большее число градусов, чем пролетел потом в обратном направлении, находясь на широте Ленинграда. Поэтому в конце путешествия он не долетел до Ленинграда и очутился к востоку от него. (Расчет показывает, что место спуска должно отстоять от Ленинграда более чем на 80 км.)

197. Железнодорожные билеты

На каждой из 25 станций можно требовать билет до каждой из остальных станций, т. е. на 24 пункта. Значит, разных билетов надо напечатать 25 × 24, т. е. 600 образцов.

198. Четырьмя единицами

Часто отвечают: 1111. Однако можно написать число во много раз большее — именно 11 в одиннадцатой степени, т. е. написать 11 и поставить при нем в виде показателя 11. Если у вас есть терпение довести вычисление до конца, вы убедитесь, что число это больше 280 миллиардов. Следовательно, оно превышает число 111 в 250 миллионов раз.

199. Крышка чайника

Ни при каком нагревании отверстие не закроется, так как при повышении температуры отверстия не сужаются, а, напротив, расширяются.

Это ясно из следующего рассуждения. Если бы дырочки не было, то заполняющее ее вещество при нагревании тела расширялось бы в такой же мере, как и окружающий материал; иначе образовались бы либо складки, либо зазор. Между тем известно, что при тепловом расширении всякого однородного тела никаких складок или скважин в нем не возникает. Отсюда ясно, что лист с дырочкой расширяется так, будто дырочка заполнена железом; иначе говоря, дыра при нагревании увеличивается как равный ей участок железного листа. Поэтому объемы сосудов, просветы труб, всякого рода полости в телах при нагревании увеличиваются (а при охлаждении уменьшаются).

Итак, добиться закрытия дырочки нагреванием невозможно: дырочка сделается еще больше. Можно ли достигнуть этой цели путем охлаждения? Можно ли настолько охладить железный лист, чтобы дырочка в нем исчезла? Так как коэффициент расширения железа 0,000 012, а наибольшее охлаждение равно минус 273°C, то ясно, что дырочка никак не может уменьшить диаметра просвета более чем на 0,000 012 × 273, т. е. примерно на 0,003.

Значит, никаким изменением температуры нельзя достичь того, чтобы отверстие в твердом теле, даже самое маленькое, закрылось.

200. В бинокль

Задача кажется очень легкой, однако редко приходится слышать правильный ответ. Большинство думает, что скорость лодки в такой бинокль увеличится втрое; меньшинство полагает, что наблюдение в бинокль совсем не меняет величины скорости. Но редко кто догадывается, что бинокль уменьшает скорость, и как раз во столько раз, во сколько он увеличивает предмет!

Это неожиданное свойство бинокля объясняется довольно просто. Предположите, что лодка находится от вас в расстоянии 6 км. Глядя в бинокль, вы увидите лодку словно в расстоянии двух километров, потому что ваш бинокль увеличивает ее видимые размеры втрое. Пусть лодка идет со скоростью 6 км/ч. Через полчаса она приблизится к вам на 3 км, т. е. очутится от вас в расстоянии 3 км. В бинокль же она будет казаться втрое ближе — в одном километре. Если вы сравните прежнее расстояние лодки, видимой в бинокль, с новым, т. е. 2 км с 1 км, то выйдет, что за полчаса лодка подошла только на 1 километр и, значит, двигалась со скоростью 2 км/ч.

Вы убеждаетесь, что скорость приближающейся лодки при наблюдении в бинокль действительно втрое меньше, чем для невооруженного глаза: 2 км/ч вместо 6 км/ч.

201. Игра в мяч на пароходе

Игроки в одинаковых условиях: обоим одинаково легко (или одинаково трудно) добросить свой мяч до партнера.

Это кажется на первый взгляд неправдоподобным: ведь мяч, брошенный к носу парохода, должен догонять стоящего там игрока, который несется вперед вместе с пароходом; напротив, мяч, брошенный к корме, летит к игроку, который несется ему навстречу. Это безусловно верно; но к скорости мяча, брошенного от кормы к носу, *прибавляется* скорость парохода, а от скорости мяча, брошенного к корме, скорость парохода *отнимается*. Поэтому невыгода первого мяча смягчается, а выгода второго понижается, и оба мяча оказываются в одинаковых условиях.

Если бы это было не так, то стрелок, стреляющий в восточном направлении, в сторону вращения Земли, имел бы огромную выгоду перед тем стрелком, который посылает пулю на запад, против вращения Земли. На самом деле ничего подобного не наблюдается.

202. Три числа

Искомые числа — 1, 2, 3. Их сумма — 6, произведение — тоже 6.

203. Скорость поезда

Предположим, что поезд встречает каждую минуту только один телеграфный столб. Это значит, что поезд проходит в минуту 50 м, а в час 50 × 60 = = 3000 м, или 3 км. Если он ежеминутно встречает не один, а, скажем, 5 или 8 столбов, то он проходит в час не 3 км, а пятью три (15) или восемью три (24). Вообще, на каждый встречаемый столб приходится 3 км часовой скорости. Значит, правило, приведенное в задаче, совершенно верно.

204. В вагоне

Вы опуститесь в то самое место, откуда подпрыгнули. И вот почему: отделившись от пола и держась в воздухе, вы продолжаете по инерции двигаться вперед вместе с поездом и притом с тою же скоростью; пол под вами уносится вперед, но и вы мчитесь над полом с такою же быстротою, оставаясь все время над тем местом, с которого подпрыгнули.

205. Пробка

Вода не выносит пробки по очень простой причине: пробка легче воды и потому всегда держится на ее поверхности; очутиться внизу, у отверстия бутылки, пробка может только тогда, когда вся вода выльется. Оттого-то она выскальзывает из бутылки лишь с последней порцией воды.

206. Самые короткие теоремы

1) Вертикальные углы равны. 2) Диагонали прямоугольника равны.

207. Фазы Луны

Затмения Луны происходят в момент полнолуния. Спустя 7⅓ суток (точнее, 7,38 суток) бывает последняя четверть. Так как затмение 1938 г. приходилось в ночь с 7 на 8 ноября, то ближайшая последняя четверть падала на 14 число. Спустя 15 суток (приблизительно) должна была наступить первая четверть.

Итак, в ноябре 1938 г. Луна должна была быть видна на небе в виде полумесяца около 14 и около 29 числа.

208. Груз на блоке

Ошибочно думать, будто с помощью неподвижного блока можно поднять больший груз, чем руками. Когда человек тянет за веревку, перекинутую через такой блок, он может поднять не больше веса, чем он сам имеет. Сто кило поднять с помощью неподвижного блока не сможет никто, так как вес человека меньше этого груза.

Напомним, что при неподвижном блоке никакого выигрыша силы не получается; с помощью такого блока можно изменить лишь направление силы.

Желая выгадать в силе, надо пользоваться *подвижным блоком*.

Рис. 366

209. Барометр в ракете

При указанных условиях ртуть, как и все тела внутри ракеты, утратит свой вес. Давление воздуха в ракете останется прежнее (оно обусловлено здесь не весомостью, а первоначальным сжатием). Поэтому ртуть будет вытеснена давлением воздуха в барометрическую трубку и заполнит ее доверху.

210. На перроне вокзала

В 6 секунд паровоз проходит путь, равный длине поезда. В 26 секунд паровоз проходит путь, равный длине перрона плюс длина поезда. Следовательно, длину перрона (240 м) паровоз прошел в 26 – 6, т. е. в 20 секунд. Отсюда скорость поезда составляет 240 : 20 = 12 метров в секунду. Длина поезда равна 6 × 12 = 72 м.

211. Через полюс

Допустим ради простоты, что трасса полета пролегала по одному из земных меридианов. Так как все точки каждого меридиана Земли вместе с атмосферой вращаются вокруг ее оси, то очевидно, что самолет во всех точках своего пути должен участвовать во вращении нашей планеты. То же самое должно происходить и в случае, если трасса полета не совпадает с меридиональным направлением.

212. Шесть томов

Если в каждом томе x страниц, то номера их первых и последних страниц таковы: I тома — 1 и x, II тома — $(x + 1)$, III тома — $(2x + 1)$ и $3x$, IV тома — $(3x + 1)$ и $4x$, V тома — $(4x + 1)$ и $5x$, VI тома — $(5x + 1)$ и $6x$. Сумма номеров всех первых и всех последних страниц шести томов равна $36x + 6$.

Составляем уравнение: $36x + 6 = 9222$, откуда $x = 256$. В каждом томе 256 страниц.

213. Зерна пороха

Зернам надо придать форму цилиндров с продольными каналами. При горении наружная поверхность цилиндра будет уменьшаться, а внутренняя поверхность каналов благодаря расширению от нагрева будет увеличиваться. Так как каналов несколько, то увеличение их поверхности на первых порах значительнее, чем уменьшение наружной поверхности.

214. Необычайное доказательство пифагоровой теоремы

Из равенства треугольников ABC и DCE вытекает, что угол BCE прямой и что $BC = CE$ (рис. 367).

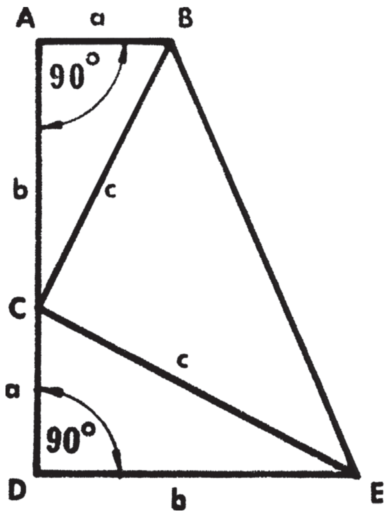


Рис. 367

Далее, площадь трапеции $ABED$ равна

$$\frac{a+b}{2}\times(a+b)=\frac{a^2+2ab+b^2}{2}.$$

С другой стороны, она равна

$$\text{пл.}\,ABC + \text{пл.}\,DCE + \text{пл.}\,BCE = \frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+\frac{c^2}{2}.$$

Следовательно:

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{2}=ab-\frac{c^2}{2},$$

откуда $a^2 + b^2 = c^2$.

Теорема доказана.

215. В парке

Пусть число беседок в парке — x. От каждой беседки ко всем остальным отходит $x - 1$ дорожек. От x беседок отходит $x(x - 1)$

дорожек. Но так как при этом каждая дорожка считается дважды, то действительное число их в парке равно $\frac{1}{2}x(x-1)$. Составляем уравнение:

$$\frac{1}{2}x(x-1) = 28,$$

или $x^2 - x - 56 = 0$, откуда $x_1 = 8$, $x_2 = -7$. Отрицательное решение в данном случае лишено смысла. Следовательно, в парке 8 беседок.

216. Чашки

Составляем уравнения: $x + y + z = 7$; $3x + 5y + 7z = 41$. Решая их совместно, находим, что $y = 10 - 2z$ и $x = z - 3$. Так как $10 - 2z > 0$ и $z - 3 > 0$, то $5 > z > 3$, откуда: $z = 4$; $x = 1$; $y = 2$.

Были куплены: 1 трехрублевая чашка, 2 пятирублевые и 4 семирублевые.

217. Сколько в книге страниц?

Чтобы перенумеровать первые 9 страниц, требуется 9 цифр; для следующих 90 страниц нужны 180 цифр, для дальнейших 900 страниц потребуется уже 2700 цифр. Сумма 9 + 180 + 2700 больше 2787; это показывает, что в книге меньше 1000 страниц. Вычтя из 2787 сумму 9 + 180, устанавливаем, сколько в книге страниц с трехзначными номерами:

$$\frac{2787-189}{3} = 866.$$

Общее же число страниц в книге равно 9 + 90 + 866 = 965.

218. Модель Эвереста

Диаметр земного шара равен приблизительно 12 800 километров, т. е. 12 800 000 м. Высота Эвереста — около 8800 м. На глобусе диаметром в 2 м Эверест должен быть представлен в виде выступа высотой в

$$\frac{2 \times 8800}{12\,800\,000} \approx 0{,}0014 \text{ м} = 1{,}4 \text{ мм}.$$

Таким образом, на глобусе диаметром в 2 м даже самая высокая гора будет иметь вид едва заметного выступа.

219. Две оси глобуса

Земля, которую мы привыкли считать шаром, на самом деле представляет собой не совсем правильный шар: под влиянием центробежной силы, развивающейся при вращении Земли, она оказалась несколько сплюснутой у полюсов и вытянутой по экватору.

Точная длина экваториальной оси Земли составляет 12 757 км, а длина ее полярной оси — 12 714 км. Если экваториальная ось глобуса имеет в длину 2 м, то для точного соответствия его форме Земли полярной его оси нужно придать длину в $2\times\frac{12\,714}{12\,757}=1{,}993$ м, т. е. на 2000 – 1,993 = 0,007 м = 7 мм меньше, чем длина экваториальной оси.

220. Складчина

Пусть у первого мальчика x рублей, у второго y; стоимость 1 кг конфет обозначим через z. Составляем уравнения:

$$\frac{x}{2}+y=z\,; \quad x+\frac{y}{2}=2z\,.$$

Вычтя второе уравнение из удвоенного первого, получаем

$$\frac{3}{2}y=0\,,$$

откуда $y = 0$, т. е. у второго мальчика вовсе не было денег.

221. Три сечения

Искомый многогранник — куб (рис. 368). Он может дать в сечении и треугольник, и ромб, и правильный шестиугольник.

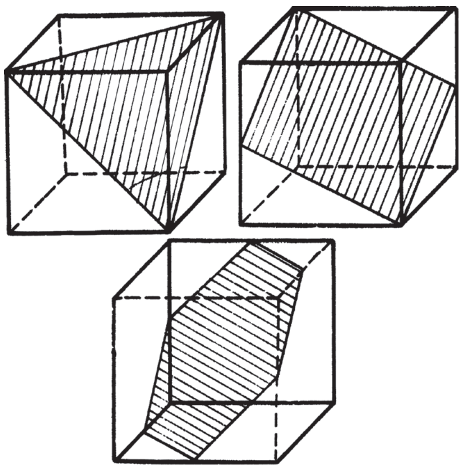


Рис. 368

222. Зачеркнуть три цифры

Первое решение: 4 ~~7~~ 10 ~~13~~ ~~16~~.
Второе решение: 4 ~~7~~ ~~10~~ 13 ~~16~~.
Третье решение: 4 ~~7~~ ~~10~~ ~~13~~ 16.

223. Сотая степень

Легко доказать, что произведение двух чисел, оканчивающихся на 76, имеет на конце также 76:

$$(100x + 76) \times (100y + 76) = 10\,000xy + 7600x + 7600y + 5776 =$$
$$= 100(100xy + 76x + 76y + 57) + 76.$$

Поэтому число 676 в любой степени кончается 76.

224. Четырехзначное число

Представим искомое число условно в виде $ABCD$, где буквы заменяют собою цифры. Известно, что $ABCD \times 4 = DCBA$. Находим последовательно A, D, B и C, исходя из следующих соображений:

1. $A \leq 2$, иначе $4 \times ABCD$ было бы числом пятизначным. Но число $DCBA$, как кратное четырех, не может кончаться единицей; следовательно, $A = 2$.

2. Цифра D при умножении на 4 дает число, оканчивающееся 2. Значит, D равно либо 3, либо 8. Но из равенства $DCBA = 4\ ABCD$ ясно, что при $A = 2D = 8$. Итак, $D = 8$.

3. Из равенства $(2000 + 100B + 10C + 8) \times 4 = 8000 + 100C + 10B + 2$ находим: $6C - 39B = 3$.

Ясно, что $B = 1$; при всяком ином значении B произведение $39B$ превышает $60C$ (последнее не может быть больше, чем 6×9).

4. Подставив $B = 1$ в равенство $6C - 39B = 3$, находим $C = 7$.

Итак, $A = 2$, $B = 1$, $C = 7$, $D = 8$. Искомое число равно 2178.

225. Угол в одну минуту

Длина окружности, описанной радиусом в 100 м, равна 200π м. Дуга этой окружности величиной в 1' имеет в длину $\frac{200\pi}{360 \times 60}$ м = около 3 см. На такое примерно расстояние и расходятся стороны угла в 1' в 100 м от вершины.

226. Последние цифры

Каждый второй множитель заданного произведения кратен двум, каждый пятый — кратен пяти. Так как $2 \times 5 = 10$, то произведение должно иметь на конце ряд нулей, число которых определяется количеством множителей, кратных числу 5.

Кроме того, следует еще учесть, что произведения $(24 \times 25 = 600)$, $(48 \times 50 = 2400)$ и $(72 \times 75 = 5400)$ имеют на конце по 2 нуля; поэтому при последовательном умножении на 24 и 25, 48 и 50, 72 и 75 в конце суммарного произведения прибавляется не 1 нуль, как это имеет место при умножении на другие числа, кратные пяти, а сразу по 2 нуля. Отсюда общее число всех нулей на конце произведения составит:

$$N = \left[\frac{99}{5}\right] + \left[\frac{99}{25}\right],$$

где скобочные выражения означают целые части тех дробей, которые взяты в скобки. Поэтому $N = 19 + 3 = 22$. Иначе говоря, произведение оканчивается 22 нулями.

227. Найти число

Составляем уравнение: $9 + x^2 = 6x$, или $x^2 - 6x + 9 = 0$. Решая его, находим: $x = 3$.

228. Число волос

Население земного шара равно приблизительно 2 миллиарда человек. Число волос на голове человека составляет около 80 тысяч. Очевидно, что на Земле имеется много людей с одинаковым числом волос.

229. Ледовая разведка

Ошибочно решал задачу тот, кто чертил путь самолета в форме плоского треугольника и делал вывод, что общая длина пути составляет 300 + 400 + + 500 = 1200 км. В действительности путь располагался по поверхности шара и образовал равнобедренный сферический треугольник:

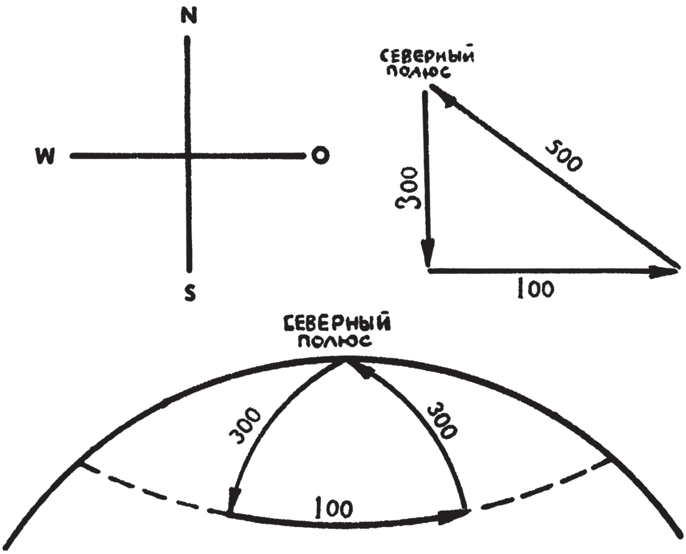


Рис. 369

Легко видеть, что общая длина пути равна 300 + 400 + 300 = 1000 км.

230. Велосипедист

При попутном ветре велосипедист делает ⅓ километра в минуту, против ветра — ¼ километра в минуту. Изменение скорости, обусловленное ветром, обозначим через x, скорость при отсутствии ветра — через y. Тогда $y = \frac{1}{3} - x =$

$= \frac{1}{4} + x$. Отсюда $x = \frac{1}{24}$, а $y = \frac{7}{24}$ километра в минуту. Значит, при отсутствии ветра велосипедист проезжает 1 километр в $1 : \frac{7}{24} = 3\frac{3}{7}$ минуты.

231. Игра в крестики

Каждый из сотни крестиков квадрата оказывается по окончании игры перечеркнутым четыре раза: двумя поперечными линиями и двумя диагональными. Исключение составляют угловые крестики: они перечеркиваются только три раза. Это дает возможность подсчитать общее число взятых крестиков: $4 \times 100 - 4 = 396$. Так как один игрок взял 96 крестиков, то другому досталось 300.

232. Удельный вес

Удельный вес железа окажется меньше 7,8 в том случае, если для определения его будет взята так называемая «тяжелая» вода, плотность которой равна 1,1.

1 см^3 железа тяжелее 1 см^3 такой воды не в 7,8 раза, а только в 7 раз.

233. Почтовая посылка

Из всех параллелепипедов наименьшую поверхность при данном объеме имеет куб. Следовательно, ящику следует придать форму куба.

234. Кто придет раньше?

Так как волы двигались со скоростью вдвое меньшей, чем скорость пешехода, то половину расстояния от A до B они прошли ровно во столько же времени, сколько понадобилось пешеходу для того, чтобы пройти все это расстояние. Очевидно, что он и прибыл первый в B, так как его товарищу пришлось еще затратить время на проезд в поезде до середины пути.

235. Глубина пруда

Пусть x — глубина пруда, а y — длина той части тростника, которая находится в воде, когда тростник касается берега. Составляем два уравнения:

$$x^2 = y^2 - 5^2; \quad y = x + \tfrac{1}{2}.$$

Отсюда $x = 24{,}75$. Следовательно, глубина пруда равна 24,75 м.

236. Последовательные числа

Составляем уравнение: $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 1680$, которое преобразуем так: $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) = 1680$. Обозначив $x^2 + 3x$ через y, получим: $y(y + 2) = 1680$, откуда $y_1 = 40$; $y_2 = -42$.

Подставив $y_1 = 40$ в уравнение $x^2 + 3x = y$, находим: $x_1 = 5$; $x_2 = -8$. Следовательно, искомые числа:

$$5, 6, 7, 8 \text{ или } -8, -7, -6, -5.$$

Значение $y_2 = -42$ приводит к мнимым решениям.

237. Разделить число

Составляем уравнения: $10 = x + y$; $x - y = 5$. Отсюда $x = 7{,}5$ и $y = 2{,}5$.

238. Кубы и кубики

Наименьшее число кубов — четыре: 1 куб из 64 кубиков, 1 — из 27, 1 — из 8 и 1 единичный кубик.

239. Двадцать девять точек

Перенумеруем строки точек:

```
  I ......  | . . .
 II ....    | . 8 .

III   ...
 IV   ...

  V   ....
 VI   ....
```

Обозначив делитель буквою D, определяем частное так:

1. Число D, умноженное на вторую цифру частного (8), дает трехзначный результат (строка IV), а умноженное на первую цифру — четырехзначный (строка II). Ясно, что первая цифра частного > 8 и равна 9. Из сопоставления строк VI и IV видим, что и третья цифра частного равна 9. Итак, частное найдено: оно равно 989.

2. Так как $8D < 1000$ (строка IV), а $9D > 1000$ (строки II или VI), то

$$\frac{1000}{9} < D < \frac{1000}{8};$$

отсюда находим, что $111 < D < 125$.

3. Зная это, заключаем, что $8D$ начинается либо цифрой 8, либо цифрой 9. Но во втором случае вычитание трехзначного числа IV из трехзначного же III не могло бы дать трехзначной разности. Значит, $8D < 900$ и $D \leq 112$. Но уже найдено было, что $D > 111$, следовательно, $D = 112$.

4. По делителю (989) и частному (112) находим делимое:

$$989 \times 112 = 110\,768.$$

240. Банка в воде

Банку можно погрузить в воду на такую глубину, чтобы она не могла уже подняться, когда будет отпущена. По мере того как цилиндрическая банка опускается в воду открытым концом вниз, воздух, находящийся в ней, сжимается, и банка начинает вытеснять все меньше и меньше воды.

В конце концов банка достигнет такой глубины, когда вес вытесняемой ею воды будет меньше, чем вес ее самой, тогда банка не сможет подняться вверх и останется погруженной в воду.

241. Два зеркала

Изображение, которое мы видим в плоском зеркале, находится как бы позади поверхности зеркала. Оно кажется нам удаленным от этой поверхности на такое же расстояние, на какое мы сами удалены от нее, поэтому, если мальчик приблизится к одному из зеркал, скажем, на 1 метр, то его изображение в этом зеркале приблизится к нему на 2 метра, но зато его изображение в другом зеркале отдалится от него также на 2 метра.

Таким образом, расстояние между изображениями в обоих зеркалах будет всегда оставаться постоянным.

242. Графин с водой

Круглый графин или колба, наполненные водой, могут действовать как зажигательное стекло, если на них падают солнечные лучи. Известны случаи, когда круглый графин с водой, стоявший у окна в солнечный день, зажигал бумагу, на которой он стоял, и служил непосредственной причиной пожара.

243. Стальные шарики

Обозначим длину грани ящика буквой L, а радиус шариков буквой r. Тогда вдоль грани ящика разместится $\frac{L}{2r}$ шариков, а в каждом ящике разместится

$$\left(\frac{L}{2r}\right)^2, \text{ то есть } \frac{L^3}{8r^3} \text{ шариков.}$$

Объем каждого шарика равен $\frac{4}{3}\pi r^3$, а объем всех шариков, помещающихся в каждом ящике, будет, следовательно, равен:

$$\frac{L^3}{8r^3} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi L^3}{6} \text{ кубических миллиметров.}$$

Так как в этом выражении не участвует r (радиус шарика), то, очевидно, общий объем стали, заключенной в каждом ящике, будет один и тот же независимо от размеров шариков. Следовательно, вес всех трех ящиков будет совершенно одинаков.

244. На катке

Кусок льда, пущенный по гладкой поверхности катка, проскочит гораздо дальше, чем кусок льда, пущенный по воздуху, и вот почему.

Когда кусок льда, брошенный вверх, падает на поверхность катка, он сразу теряет при ударе бóльшую часть сообщенной ему энергии, а когда же кусок льда бросают вперед по гладкой поверхности катка, то вся сообщенная ему энергия до конца расходуется только на преодоление трения о лед, а трение льда о лед очень невелико.

245. Воздух в автомобильной шине

Под действием веса автомобиля шина более или менее сдавливается в месте соприкосновения с поверхностью дороги. По мере вращения колеса вся шина проходит через этот процесс сдавливания. Сдавленное место перемещается, причем это перемещение происходит в направлении, обратном вращению колеса. Поэтому воздух, находящийся в шине, также начинает вращаться в сторону, противоположную вращению колеса автомобиля.

246. Два сосуда

Так как открытый конец длинного сосуда опускается на бóльшую глубину, чем открытый конец широкого сосуда, то воздух, находящийся в длинном сосуде, сжимается сильнее, чем воздух в коротком сосуде, поэтому длинный сосуд вытесняет меньше воды, чем короткий, и поэтому, по закону Архимеда, для погружения его в воду придется применить меньшую силу, чем для погружения в воду короткого и широкого сосуда.

247. Песочные часы

Вес песочных часов все время остается одним и тем же. Потеря в весе, происходящая от того, что часть падающих песчинок находится в воздухе, точно и полностью уравновешивается той силой, с которой другие песчинки в этот момент ударяют о дно нижнего сосуда.

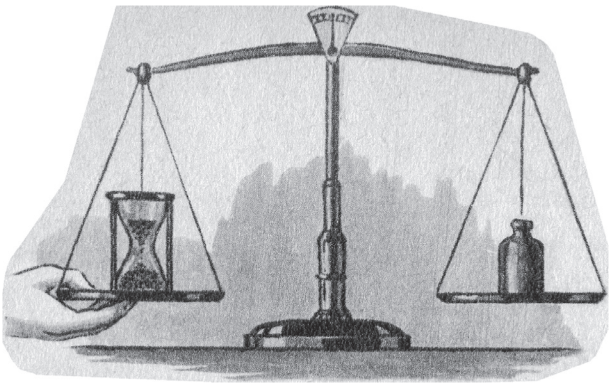


Рис. 370. К вопросу 247

248. Вентилятор и мороженое

Мороженое тает потому, что оно поглощает теплоту из окружающего воздуха. По мере того как воздух, находящийся близ мороженого, охлаждается, он опускается вниз, а на смену ему приходит сверху более теплый воздух.

Чем скорее происходит этот обмен воздуха, тем скорее будет таять мороженое, поэтому вентилятор, который сильно ускоряет обмен воздуха,

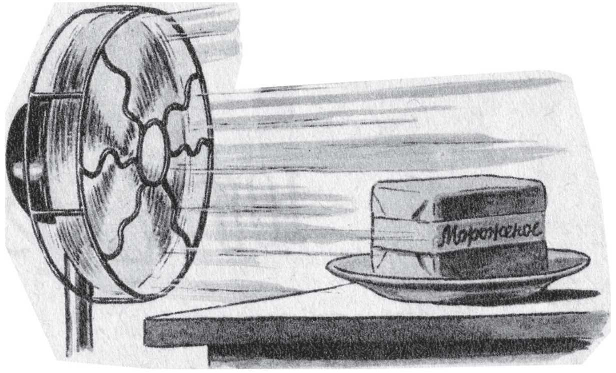


Рис. 371. К вопросу 248

не только не охладит мороженое и не сохранит его в твердом виде, а, наоборот, только ускорит его таяние.

249. Будет ли раздавлено яйцо?

Сырое куриное яйцо может выдержать нагрузку примерно до 35 килограммов на 1 квадратный сантиметр. В нашей задаче давление на поршень равно только 1500 : 75 = 20 килограммам на 1 квадратный сантиметр. Значит, яйцо не будет раздавлено.

250. На вращающейся платформе

Когда руки мальчика вытянуты в стороны, кирпичи описывают круг большего диаметра, чем в том случае, когда мальчик опускает руки. Скорость их движения в первом случае больше, чем во втором. А так как по инерции и кирпичи стремятся сохранить свою первоначальную скорость, то, когда мальчик опустит руки, будет наблюдаться внезапное увеличение скорости платформы, на которой он стоит.

Если мальчик вновь поднимет руки с кирпичами, то произойдет обратное явление, и скорость вращения платформы внезапно замедлится.

251. Артиллерийские задачи

1. Веса тел одинаковой формы относятся как третьи степени их линейных размеров. 420-миллиметровый снаряд весит около 1000 кг.

2. a) Часть энергии расходуется на проталкивание снаряда по стволу, на преодоление силы трения; b) часть энергии превращается в кинетическую энергию газов, вылетающих из дула орудия вслед за снарядом; иногда часть этой энергии используется для уничтожения отката орудия (дульные тормоза); c) некоторое количество энергии превращается в энергию откатывающихся частей орудия (часть этой энергии идет на сжатие воздуха в воздушном накатнике); d) часть энергии тратится на нагревание газов и пушки.

3. При полете снаряда скорость его уменьшается из-за сопротивления воздуха. На преодоление этого сопротивления и расходуется энергия движения снаряда. Более длинный и потому более тяжелый снаряд обладает большей энергией движения, чем короткий (и, следовательно, более легкий). Поэтому воздух меньше тормозит его, и он полетит дальше.

4. Очень длинный снаряд будет неустойчив в полете — он начнет кувыркаться в воздухе. При применении таких снарядов сильно уменьшится меткость стрельбы; кроме того, такой снаряд, перевернувшись в воздухе, может удариться затем о землю боком или дном и не разорваться.

5. При полете снаряда наполняющая его жидкость может переливаться, из-за чего уменьшается устойчивость снаряда в полете. С уменьшением устойчивости снаряда в полете падает и меткость стрельбы.

6. Если налить в снаряд жидкости дополна, то при нагревании она расширится и может разорвать снаряд. Кроме того, нужно оставить некоторое место для газов, которые могут выделиться в результате действия жидкости на стенки снаряда.

252. Отгадывание чисел

В первом фокусе вы умножили задуманную цифру сначала на 37, потом на 3. Это все равно, что умножить ее на трижды 37, т. е. на 111. Но при умножении однозначного числа на 111 получается задуманная цифра, написанная трижды. Если, например, вы задумали 4, то после умножения на 37 и на 3 получается 444. Вас просят в полученном числе зачеркнуть последнюю цифру; остается, конечно, число, написанное двумя одинаковыми цифрами (например, 44). Все такие числа при делении на эту цифру дают в частном 11.

Вот почему я заранее знал, что у вас получится 11, и вот почему у всех читателей составилось одно и то же число, хотя они и начинали свои расчеты с различных цифр.

Во втором фокусе вы задумали число из двух цифр и приписали его еще раз. Это все равно, что умножить задуманное число на 101. Если, например, вы задумали 29, то от умножения 29 на 101 получается 2929. Разделив такое число на первоначально задуманное (т. е. на 29), вы должны получить 101. Раз я это знаю наперед, я могу с уверенностью сказать, что от сложения цифр итога составится $1 + 0 + 1 = 2$.

Итак, первое отгадывание основано было на свойствах числа 111, второе — на особенности числа 101. Дело обходится, как видите, без обмана.

253. Рыбья голова

Рыба без головы длиннее своей головы на длину рыбы без двух голов (см. рис. 372). Значит, разница в полметра (50 сантиметров) — это длина рыбы без двух голов. А так как полная длина рыбы 80 сантиметров, то $80 - 50$, т. е. 30 сантиметров, это длина двух голов.

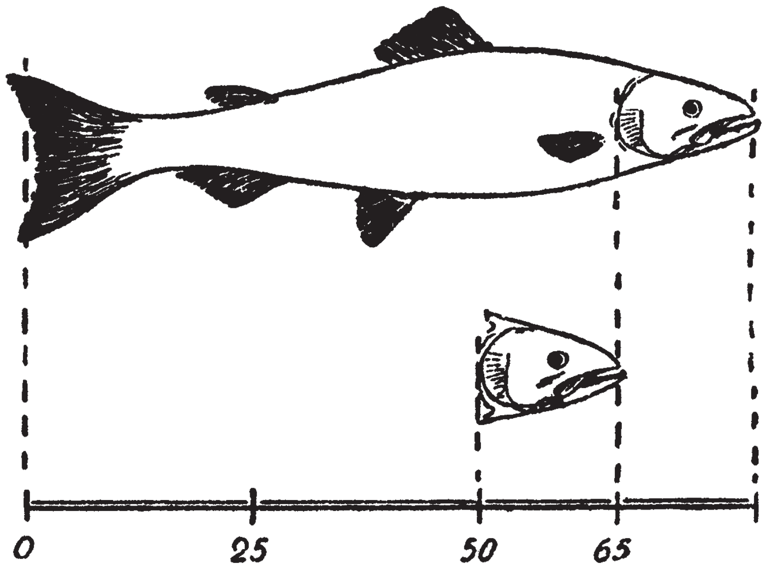


Рис. 372

Отсюда узнаем длину головы: 30 : 2 = 15 сантиметров.

254. Два числа

Задача кажется невозможной: мы привыкли думать, что целые числа при перемножении дают больше, чем при сложении; в задаче же требуется, чтобы было наоборот. Однако требуемые числа существуют: 6 и 1.

В самом деле:

$$6 \times 1 = 6, \quad 6 + 1 = 7.$$

255. Игра в шашки

Играло четверо, каждый играл 3 раза, но всех партий было сыграно не 12, а только 6: ведь в партии участвует двое.

В самом деле. Пусть играют *А*, *Б*, *В* и *Г*. В шести партиях играли

А с *Б* *Б* с *В*
А с *В* *Б* с *Г*
А с *Г* *В* с *Г*

Легко убедиться, что каждый играл трижды.

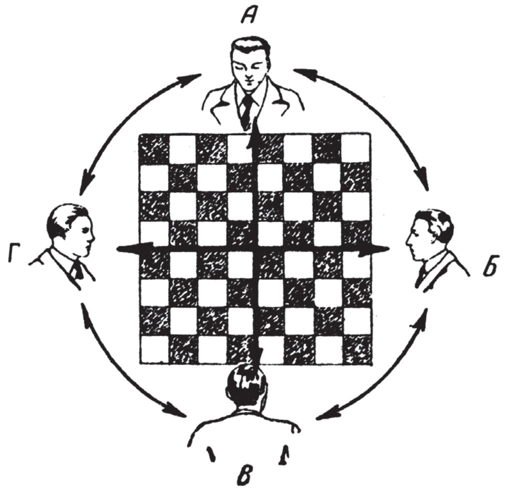


Рис. 373

256. Трехногий стол

Трехногий стол никогда не качается. Если вы спросите математика, почему это так, он ответит:

«Потому что через три точки пространства может проходить только одна плоскость. Концы ног стола — это три точки пространства, а пол — плоскость».

Теперь вам должно быть понятно, почему фотоаппараты, землемерные и т. п. инструменты всегда устанавливаются на треногах. Делается это не из желания сэкономить материал четвертой ножки, а для того, чтобы приборы не качались.

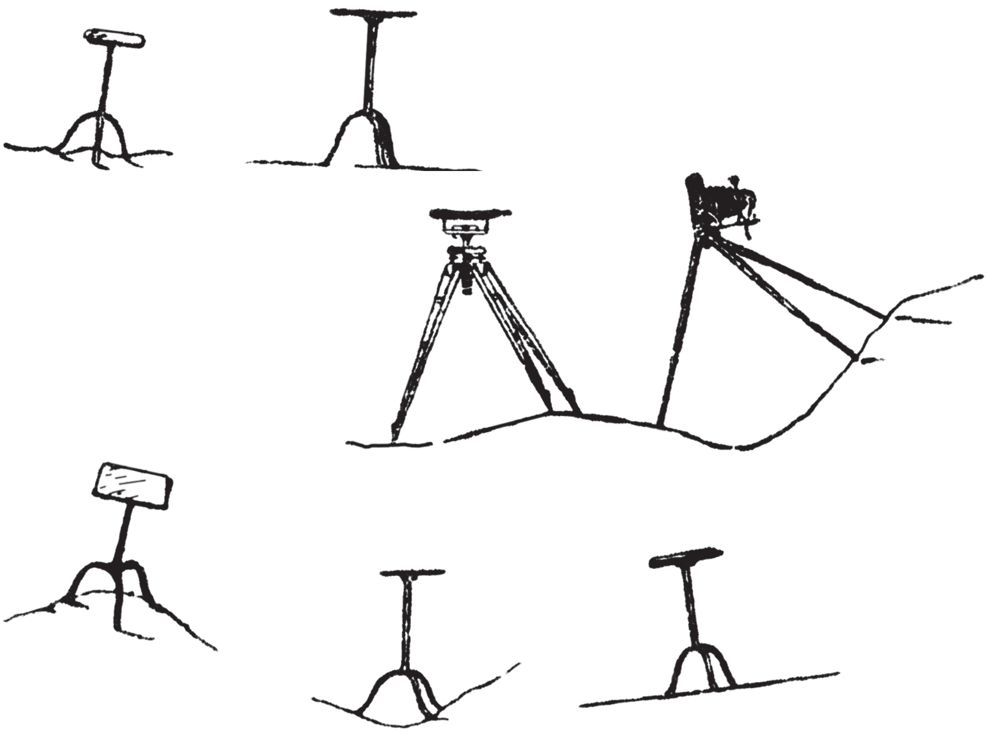


Рис. 374

ОГЛАВЛЕНИЕ

Задачи Ответы

Для юных математиков

Первая сотня головоломок

Для юных математиков
Вторая сотня головоломок

Задачи из журналов разных лет

Из журнала «Природа и люди»

Из журнала «Знание-сила»

Из журнала «Костер»

Яков Исидорович Перельман

ВЕСЕЛЫЕ ЗАДАЧИ

БИБЛИОТЕКА МИРОВОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Том 217

На основании п. 2.3 статьи 1 Федерального закона № 436-ФЗ от 29.12.2010 не требуется знак информационной продукции, так как данное издание классического произведения имеет значительную историческую, художественную и культурную ценность для общества

Компьютерная верстка, обработка иллюстраций, дополнительные комментарии
В. Шабловского

Дизайн обложки, подготовка к печати
А. Яскевича

Гарнитура Гарамонд Премьер Про
12 кегль

Сдано в печать 30.10.2023
Объем 29 печ. листов
Тираж 3000 экз.
Заказ № 26694

Бумага
Сыктывкарская офсетная кремовая пухлая 60 г/м^2

ООО «СЗКЭО»
Телефон в Санкт-Петербурге: +7 (812) 365-40-44
E-mail: knigi@szko.ru
Интернет-магазин: www.сзкэо.рф

Отпечатано в типографии ООО «ЛД-ПРИНТ»,
196643, Россия, г. Санкт-Петербург, п. Сапёрный,
ш. Петрозаводское, д. 61, строение 6,
тел. (812) 462-83-83, e-mail: office@ldprint.ru.

Яков Исидорович Перельман (1882–1942) не был ни физиком, ни математиком, ни астрономом. Он окончил Лесной институт в Санкт-Петербурге (ныне СПбГЛТУ). Перельман не был также ни литератором, ни педагогом, однако он состоял в переписке с крупнейшими учеными и писателями всего мира, работал над составлением новых учебников и задачников по математике и физике, прочитал более двух тысяч популярных лекций, написал около сотни научно-популярных книг и бесчисленное множество журнальных статей. Он не сделал никаких научных открытий или изобретений, но участвовал в разработке проекта первой советской противоградовой ракеты, стал инициатором введения в нашей стране декретного времени, а также одним из основоположников жанра научно-популярной литературы и автором термина «научная фантастика». Яков Исидорович не имел ученых степеней и званий, но благодарные читатели в своих письмах неизменно обращались к нему «Дорогой профессор!»

В своих сочинениях Перельман излагал сложные научные проблемы в собственном неповторимом стиле, делая это с поразительной ясностью и наглядностью. В самых, казалось бы, сухих и скучных темах он умел найти яркие, увлекательные черты, и они становились предельно понятными даже неподготовленному читателю. Неудивительно, что книги «народного профессора Советского Союза» выдержали десятки переизданий, были переведены на многие языки мира, а общий их тираж составляет десятки миллионов экземпляров.

В настоящий сборник вошли четыре сочинения Перельмана — книги «Для юных математиков. Первая сотня головоломок» и «Для юных математиков. Вторая сотня головоломок», главы из коллективного сборника «Наука на досуге» и подборка избранных вопросов и задач, опубликованных автором в 1906–1940 гг. в различных российских и советских журналах. При редактировании были лишь заменены некоторые устаревшие цифры и сделаны отдельные дополнения и примечания. При этом по возможности сохранялся дух того времени, когда эти статьи создавались. Тогда самолет обычно называли аэропланом, Альберт Эйнштейн был скромным служащим Бюро патентов, а английский фантаст Герберт Уэллс радовал читателей своими новыми сочинениями. Однако научное содержание статей Якова Исидоровича не устареет никогда.

Большинство рисунков в сборнике, исключая публикации в журналах, выполнены штатным художником ленинградского издательства «Время» Юрием (Георгием) Дмитриевичем Скалдиным (1891–1951), который работал в тесном контакте с самим Перельманом.