1972 г.

4 6 3

МРТУ 19 №: 183--65

6

1

ДИАФИЛЬМ

07—3—292

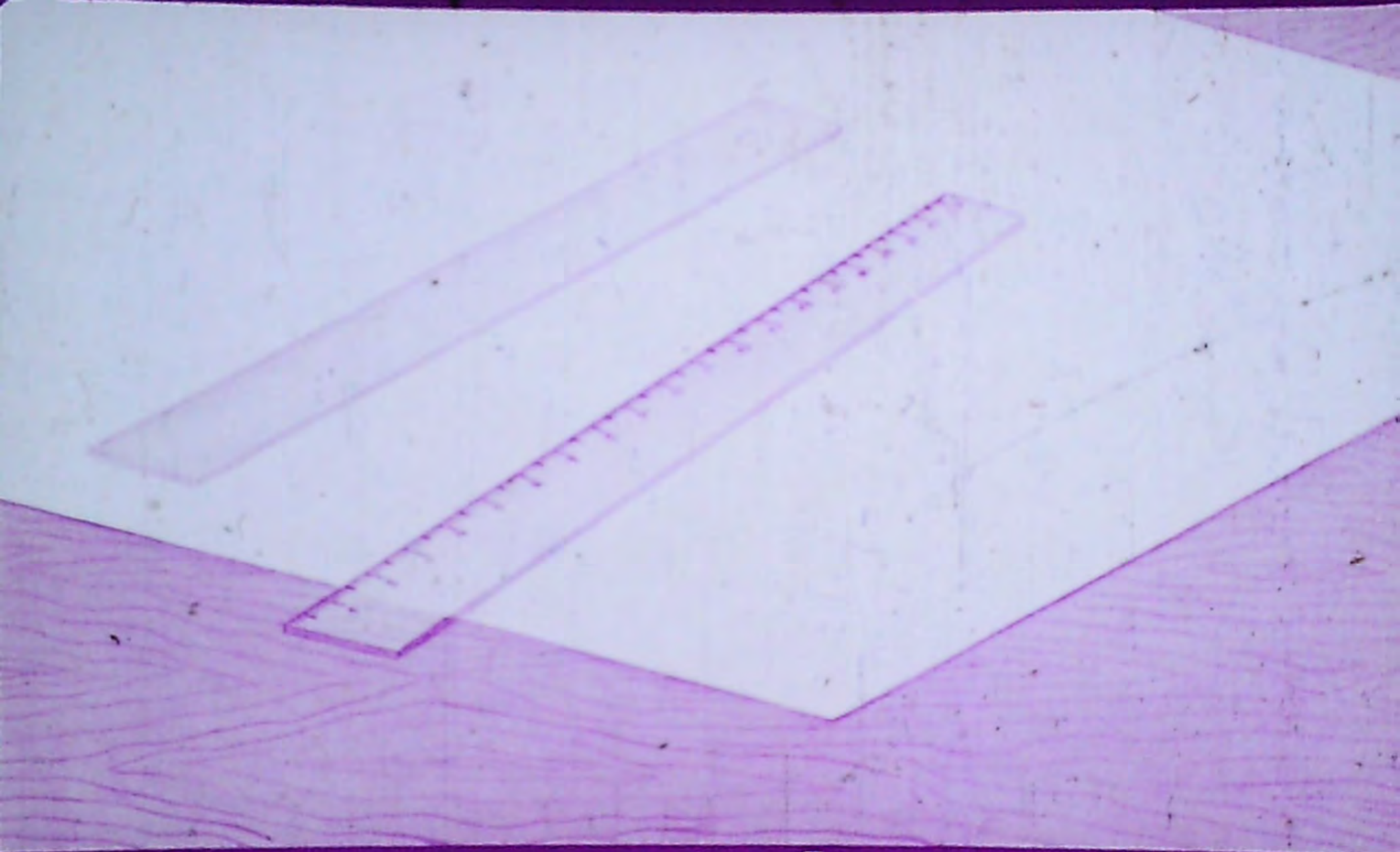
8 ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

При выполнении геометрических построений используются различные инструменты: линейка, угольник, циркуль, транспортир, малка и другие. Часто для этого применяют одновременно несколько инструментов, например линейку и циркуль, транспортир и угольник.

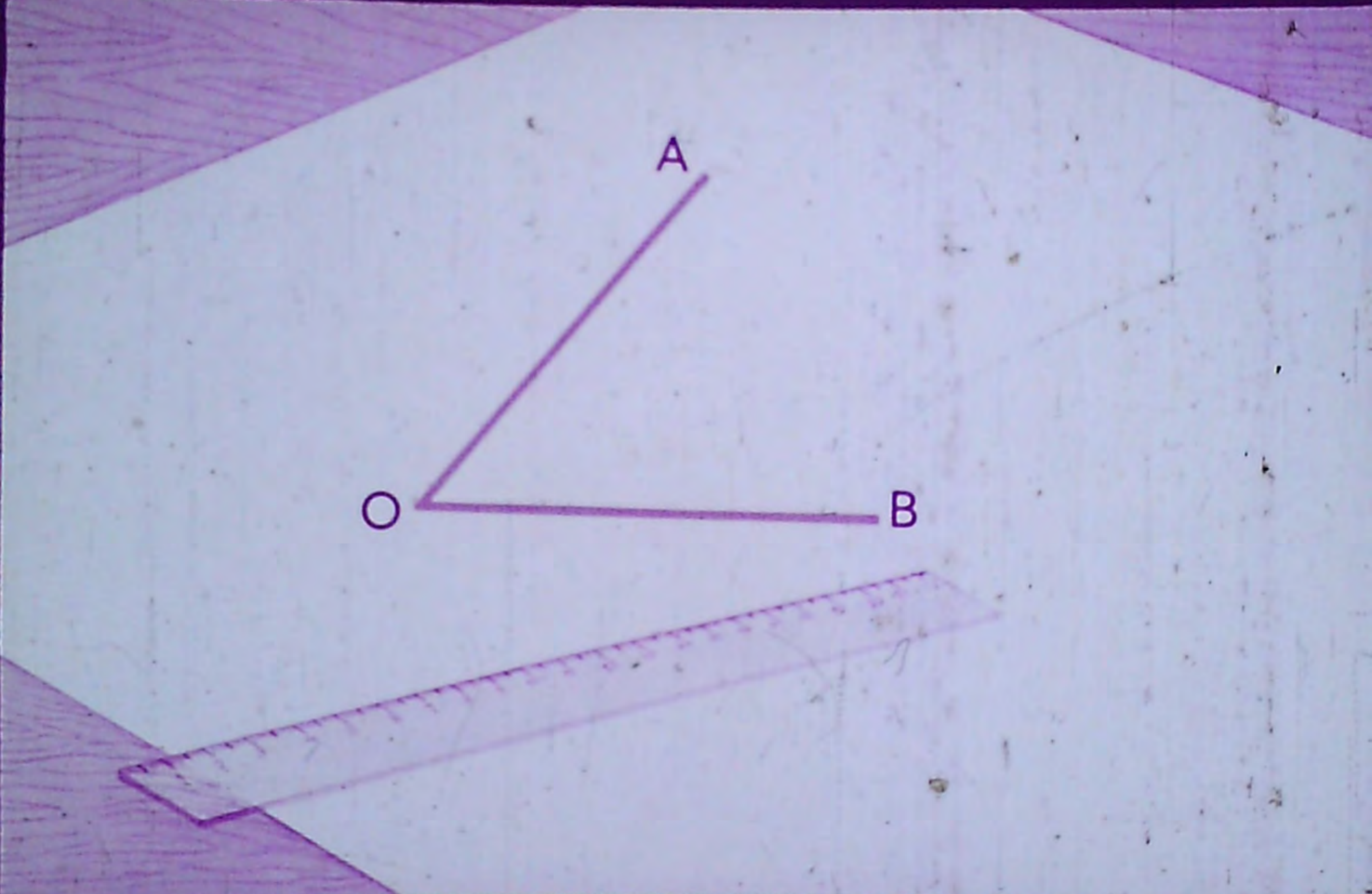
Определённый интерес представляют построения, выполняемые с помощью одного какого-нибудь инструмента, например, с помощью только двусторонней линейки или только циркуля.

ФРАГМЕНТ I.

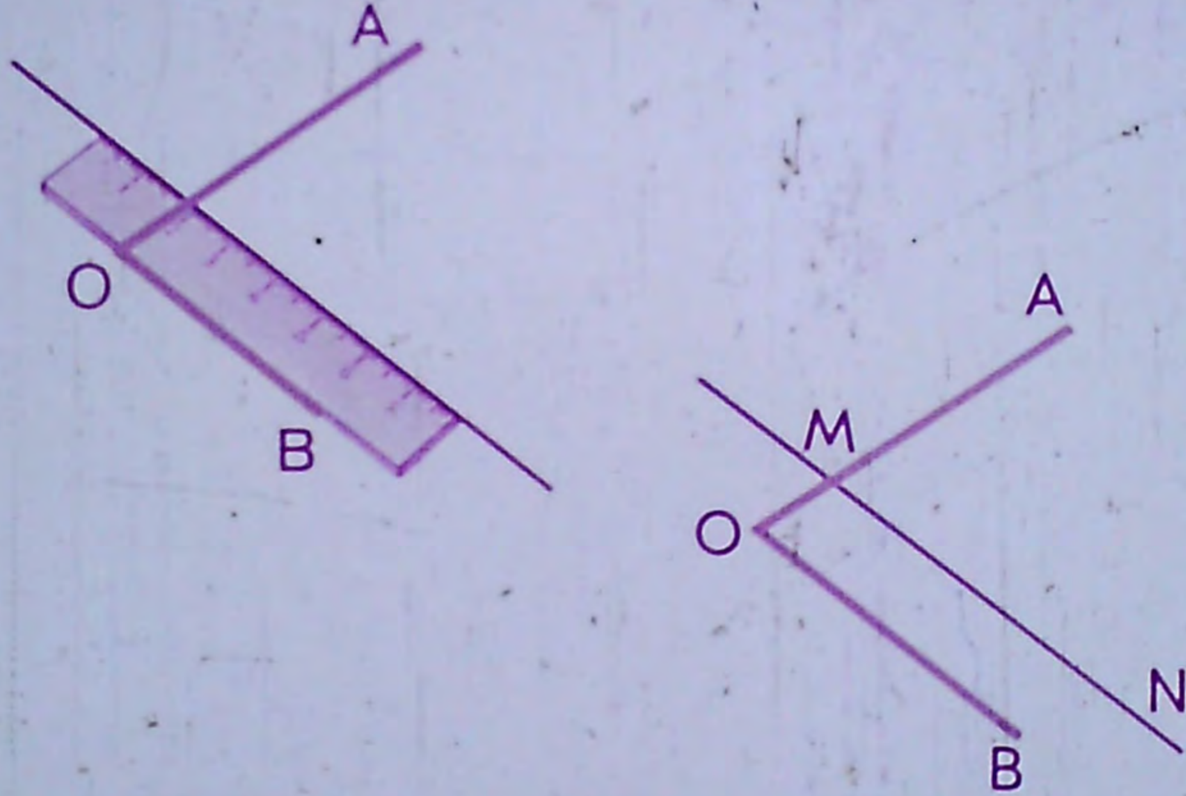
ПОСТРОЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ДВУСТОРОННЕЙ ЛИНЕЙКИ



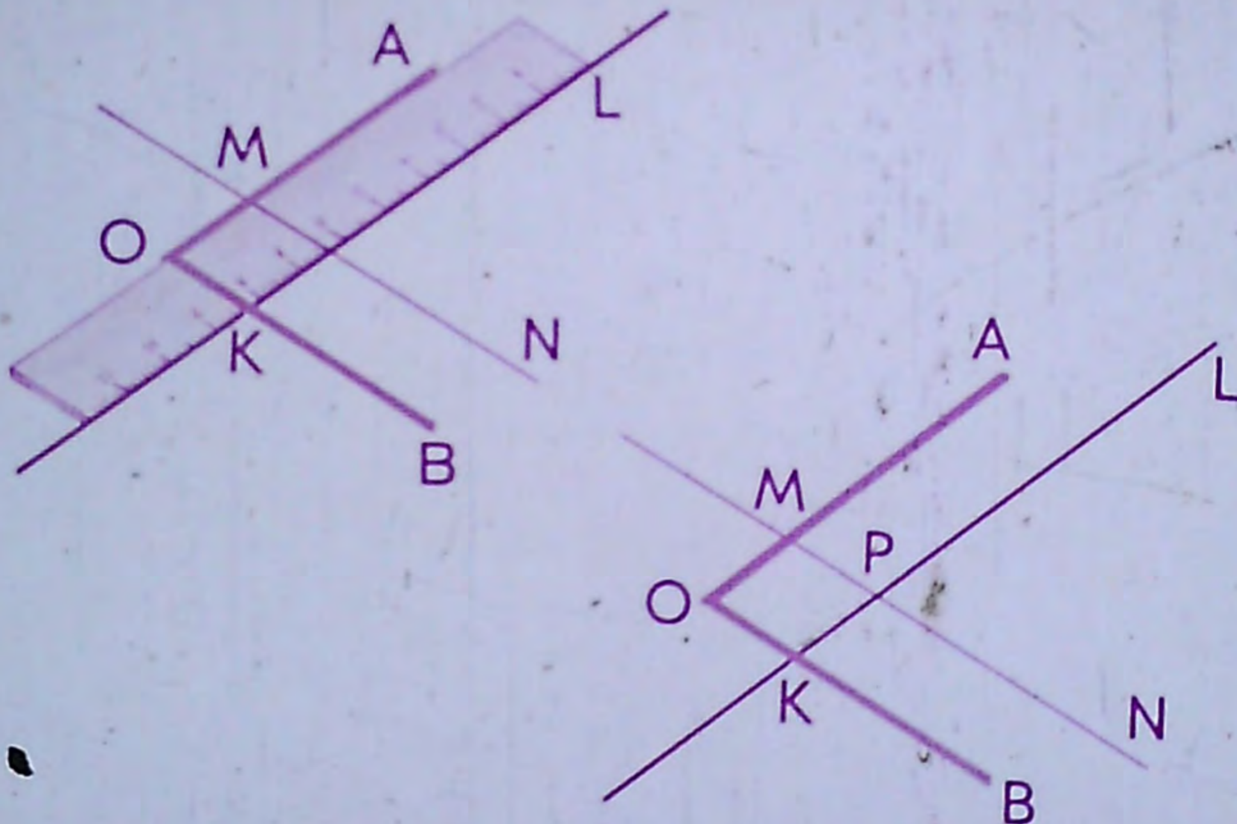
Это — двусторонняя линейка. Её края мы считаем строго параллельными. Практически обычную ученическую линейку можно использовать как двустороннюю.



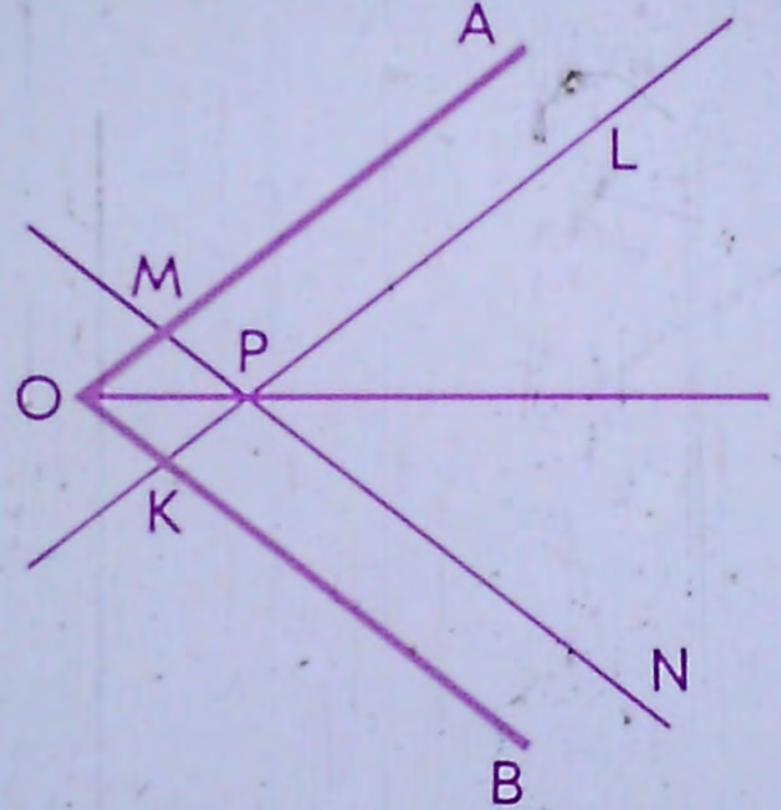
Задача 1. Только с помощью двусторонней линейки разделите данный угол пополам.



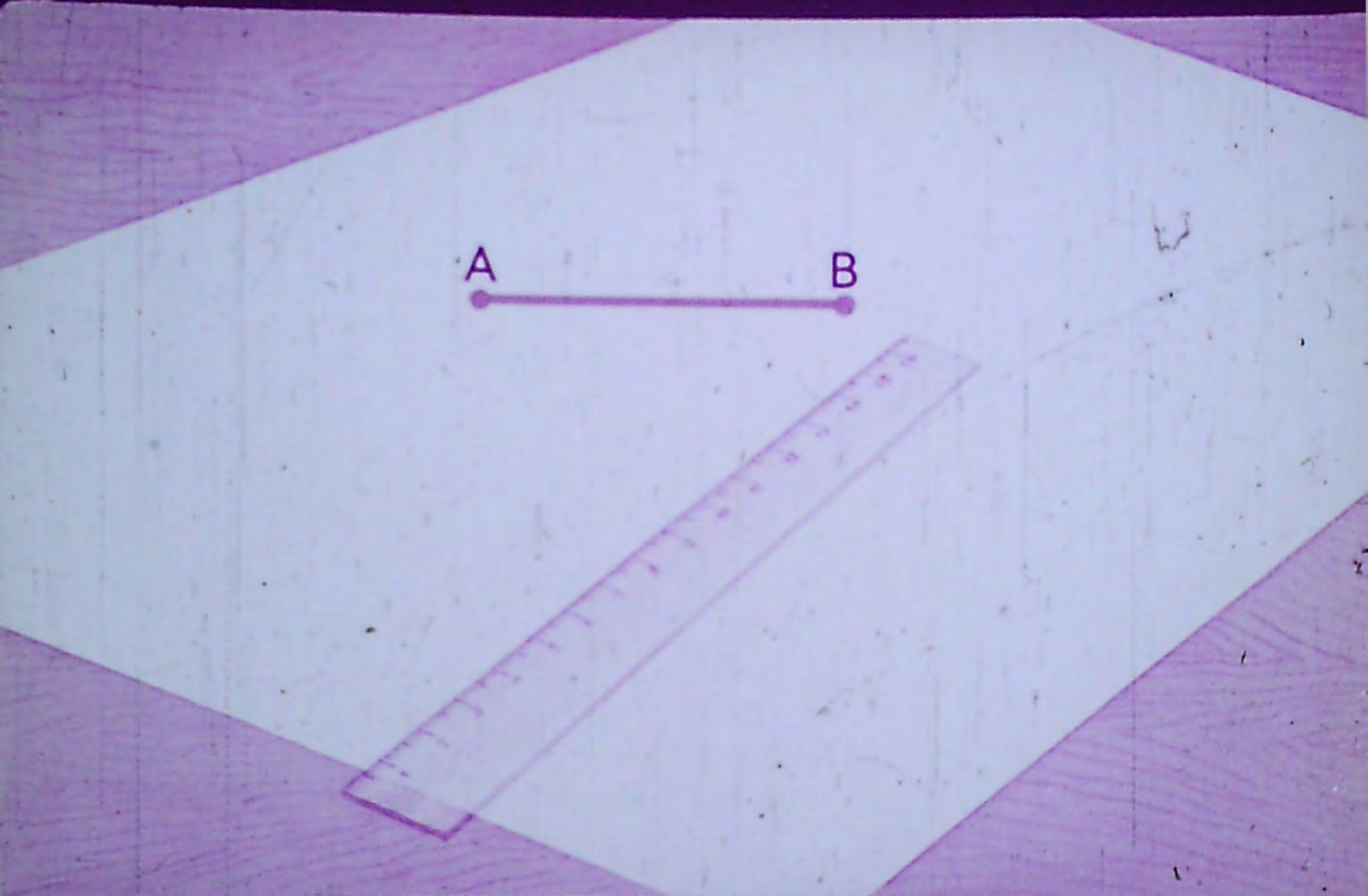
Приложим край линейки к стороне OB и проведём, пользуясь другим краем линейки, прямую MN. Получим MN ‖ OB.



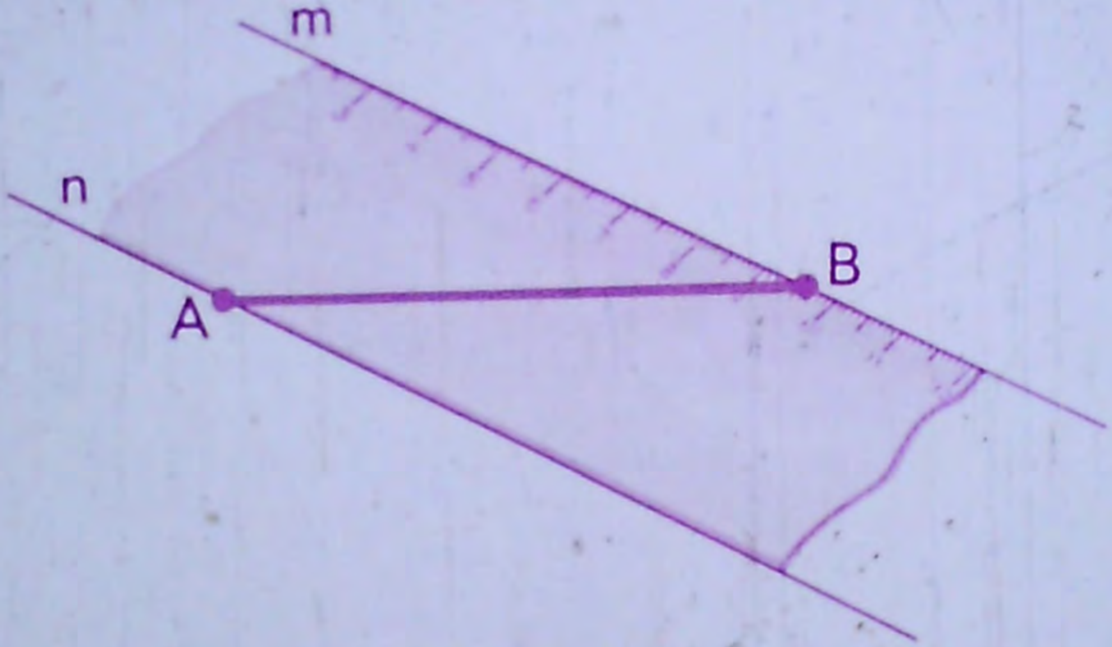
Затем приложим край линейки к стороне OA и проведём прямую KL. Получим $KL \parallel OA$. Прямые MN и KL пересекутся в точке P.



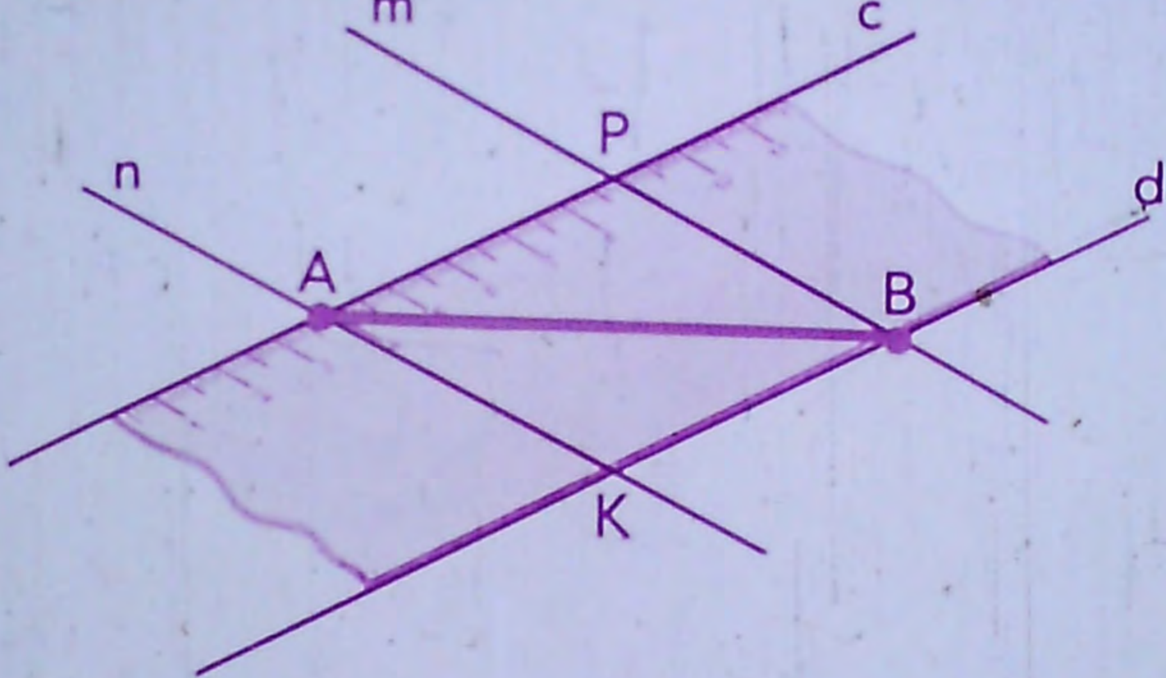
Проведём луч OP. Докажите, что OP—биссектриса угла AOB.



Задача 2. Только с помощью двусторонней линейки разделите отрезок AB пополам.

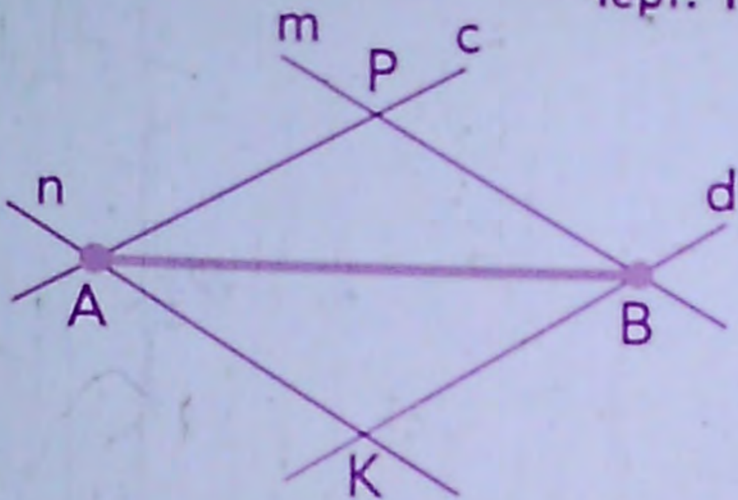


Расположим линейку так, чтобы один её край проходил через точку A, а другой — через точку B. (Всегда ли это возможно?) Проведём прямые m и n.

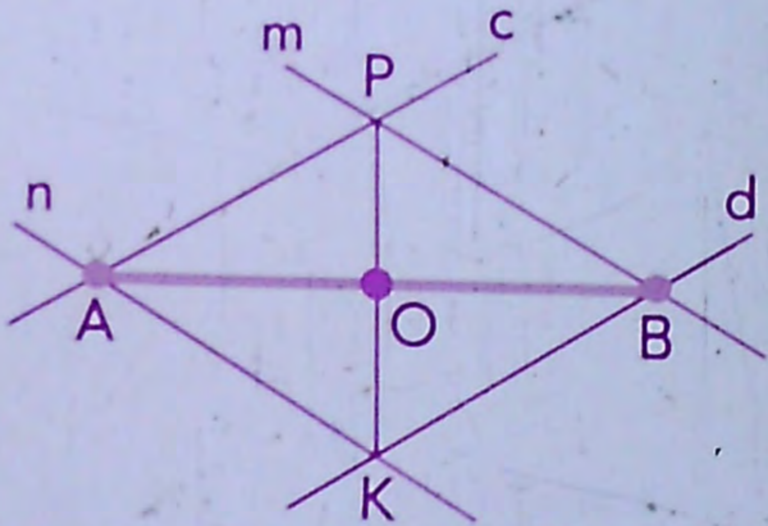


Теперь расположим линейку так, как показано на чертеже, и проведём прямые c и d.

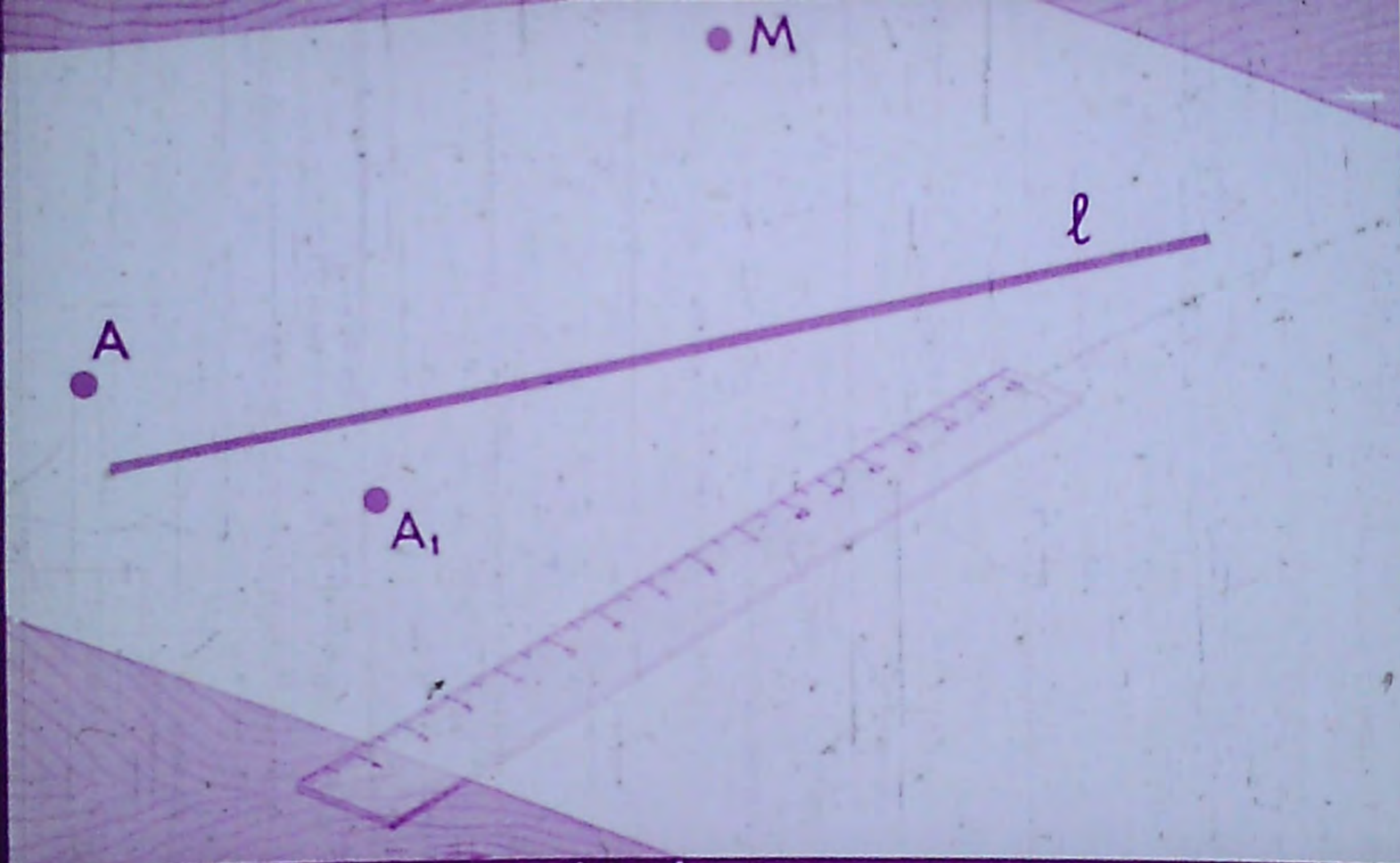
Черт. 1



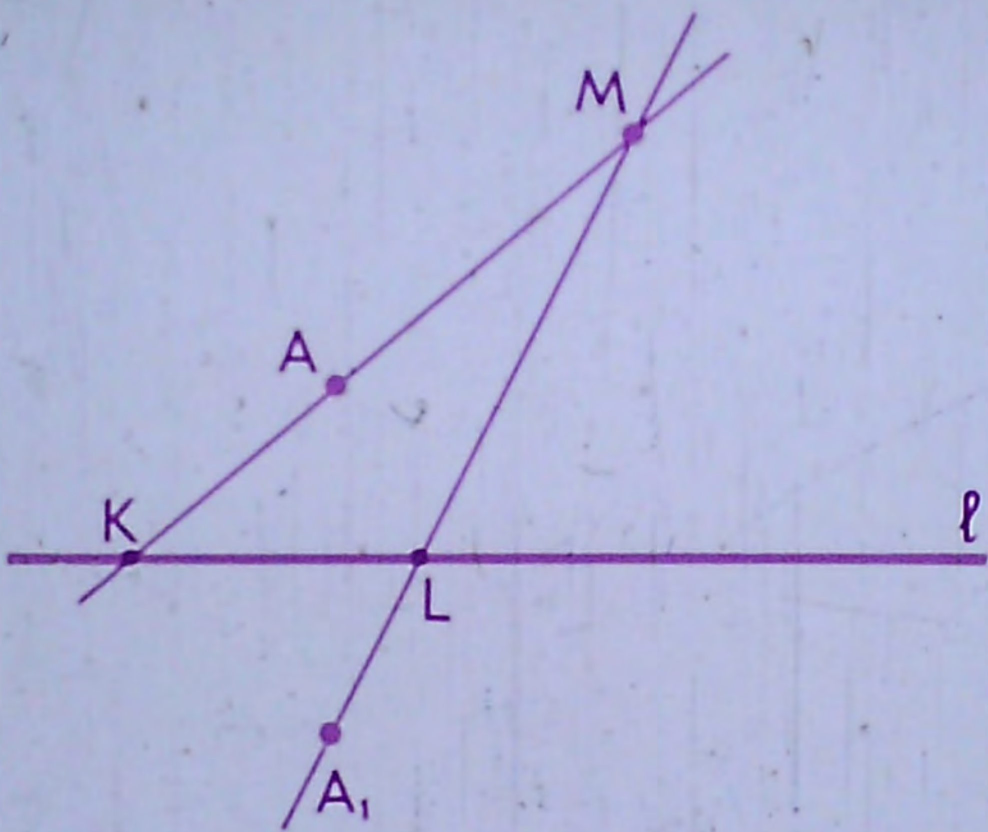
Черт. 2



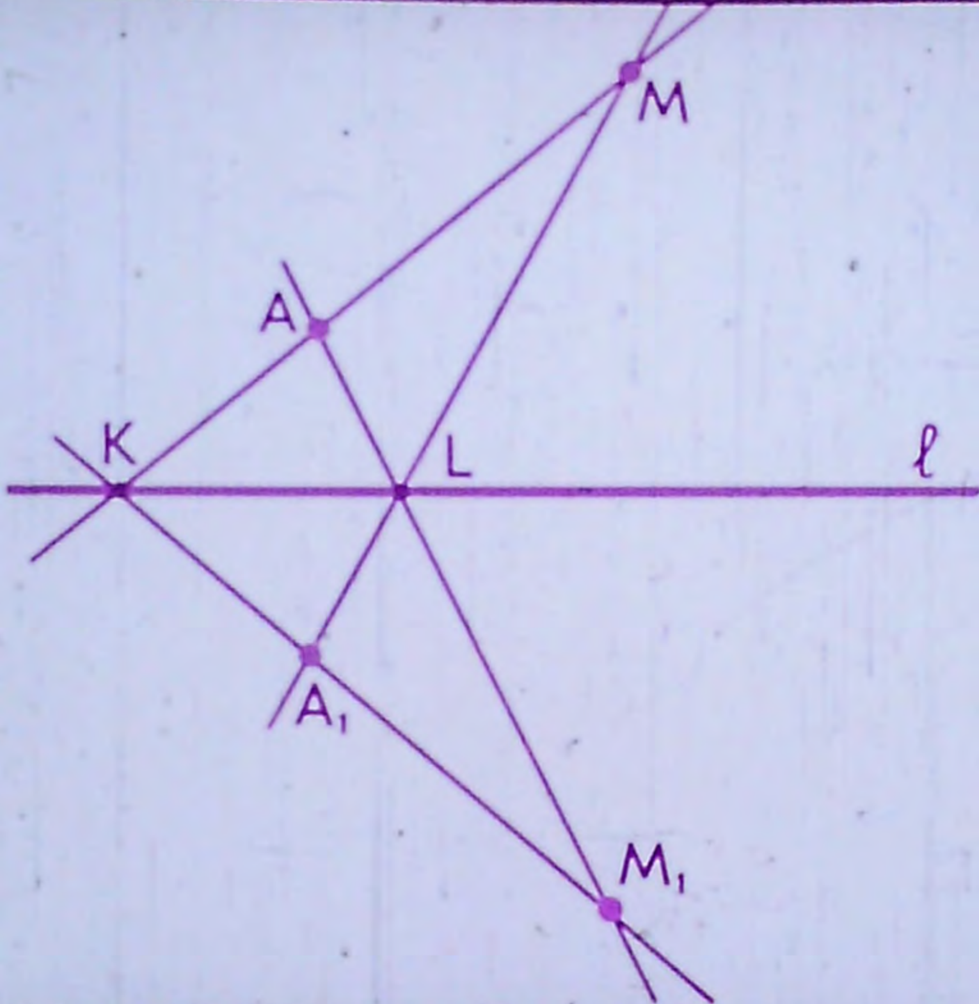
P — точка пересечения прямых m и c, K — прямых n и d. Как называется полученный четырёхугольник APBK (черт. 1)? Проведём отрезок PK (черт. 2). Докажите, что $PK \perp AB$; $AO = OB$.



Задача 3. Точки A и A_1 симметричны относительно прямой l. Пользуясь только двусторонней линейкой, постройте точку M_1, симметричную точке M относительно прямой l.



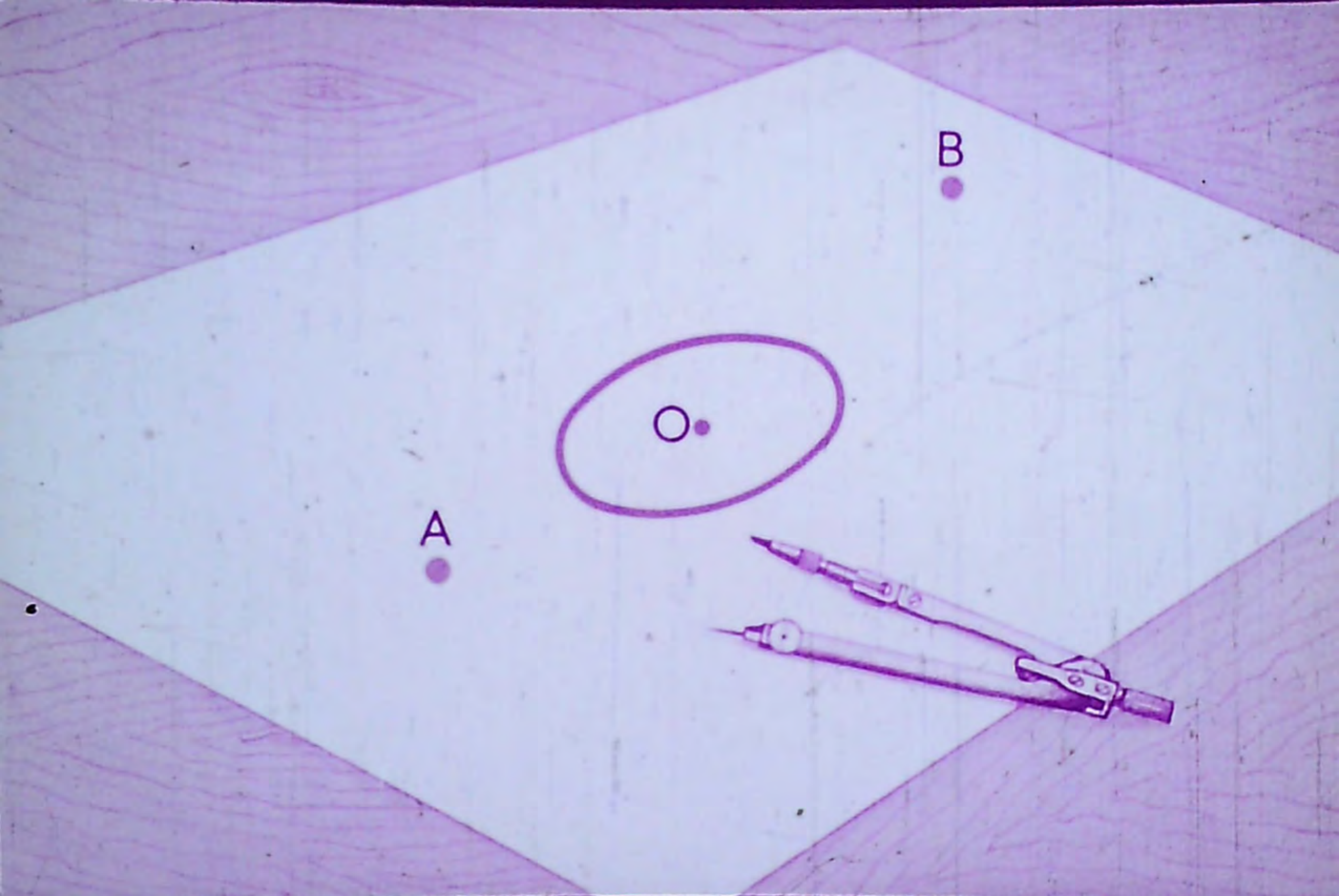
MA пересекает прямую ℓ в точке K, MA_1 — в точке L.



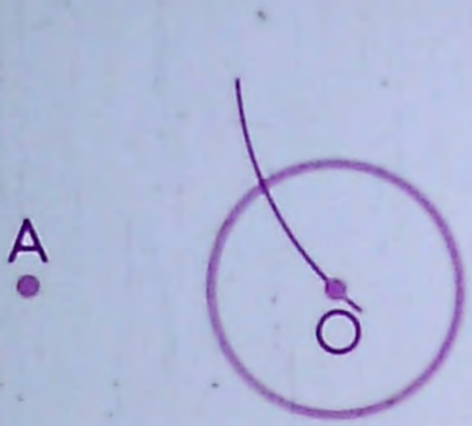
Прямая KA_1 пересекает прямую AL в точке M_1. Докажите, что точки M и M_1 симметричны относительно прямой ℓ.

ФРАГМЕНТ 2.

ПОСТРОЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ ЦИРКУЛЯ

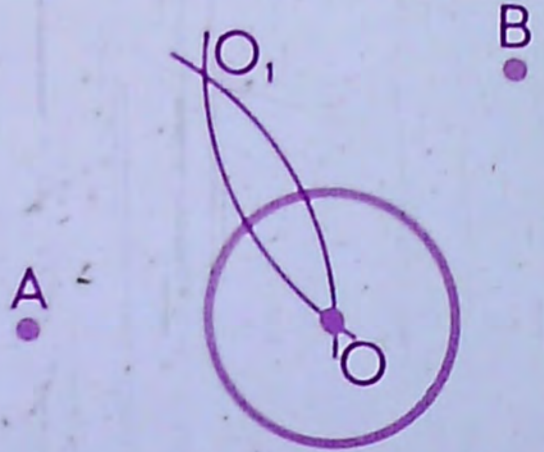


<u>Задача 4.</u> Только с помощью циркуля постройте точки пересечения прямой AB с окружностью O.

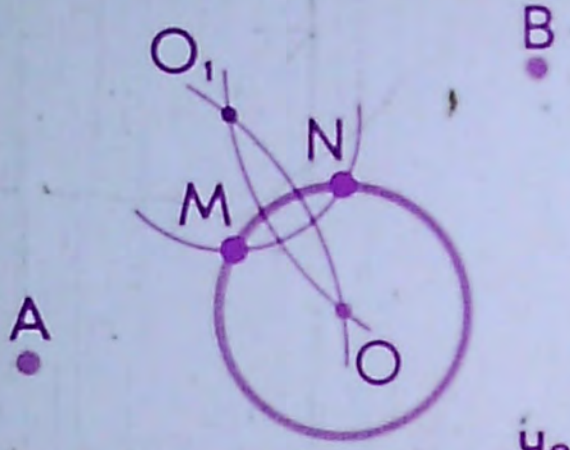


Черт. 1

Радиусом BO проведём дугу (окружность) с центром в точке B (черт. 1), а радиусом AO — дугу с центром в точке A. O_1 — точка пересечения этих дуг (черт. 2).

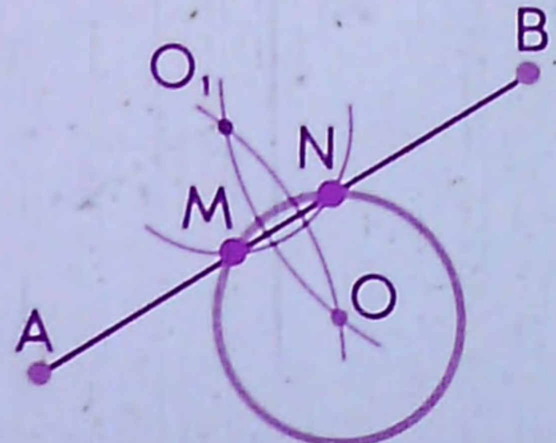


Черт. 2

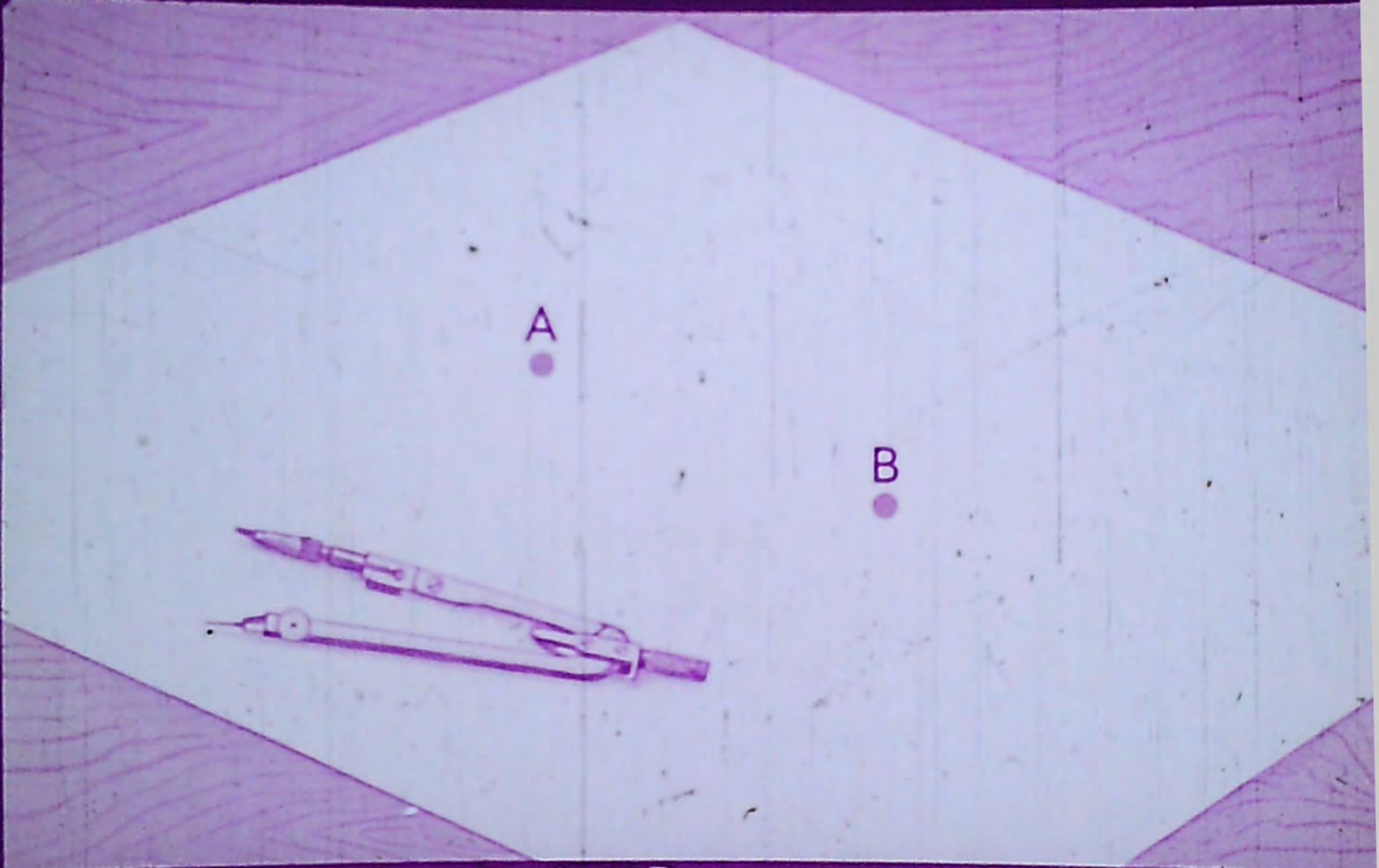


Черт. 1

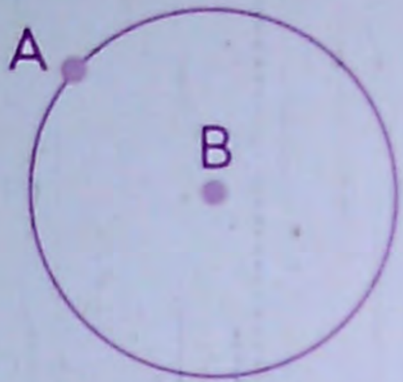
Радиусом, равным радиусу данной окружности, проведём окружность с центром в точке O_1 (черт. 1). Эти окружности пересекутся в точках M и N. Докажите, что точки M и N лежат на прямой AB (черт. 2).



Черт. 2



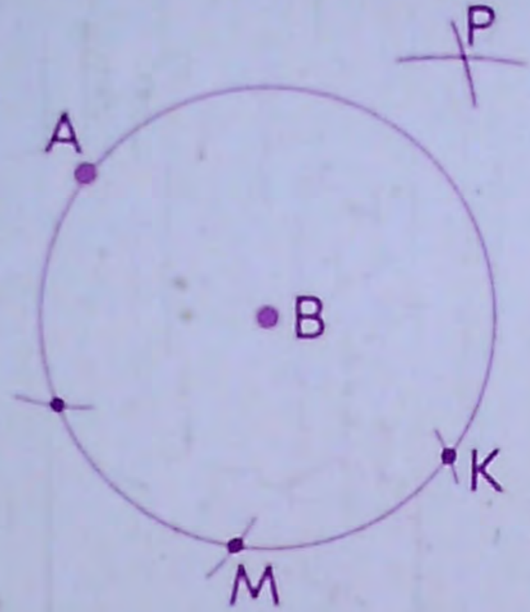
Задача 5. Точки A и B — вершины квадрата (AB — сторона квадрата). Только с помощью циркуля постройте две другие вершины этого квадрата.



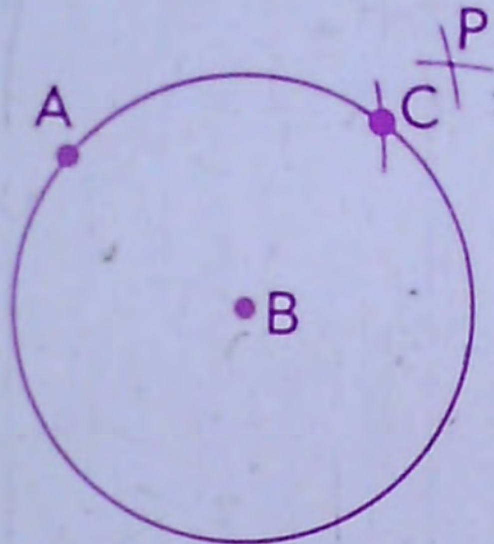
Черт. 1

Радиусом $a=AB$ проведём окружность с центром в одной из данных точек (черт. 1). На окружности отложим последовательно точки N, M и K так, чтобы $AN = NM = MK=a$ (черт. 2). Тогда отрезок $AM=a\sqrt{3}$, а отрезок $AK=2a$. AK—диаметр.

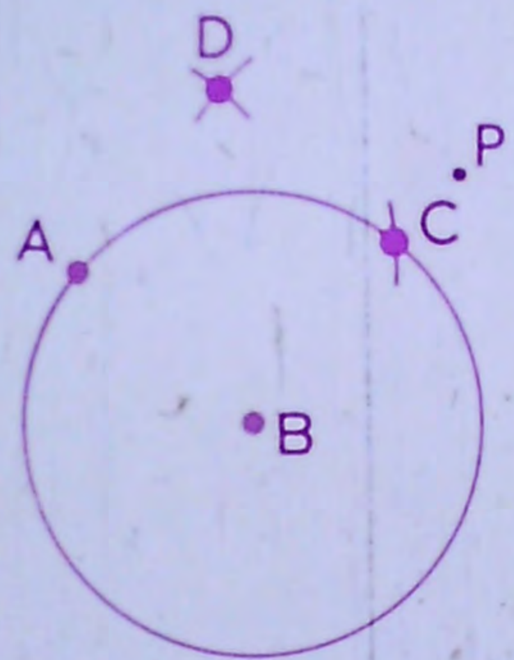
Черт. 2



Радиусом, равным AM ($AM = a\sqrt{3}$), проведём две дуги с центрами в точках A и K. Они пересекаются в точке P. $PB = a\sqrt{2}$ — это отрезок, равный диагонали искомого квадрата (со стороной $AB = a$).



Радиусом, равным $PB(a\sqrt{2})$, проведём дугу с центром в точке A. Дуга пересечёт окружность в точке C. C—одна из искомых вершин квадрата.

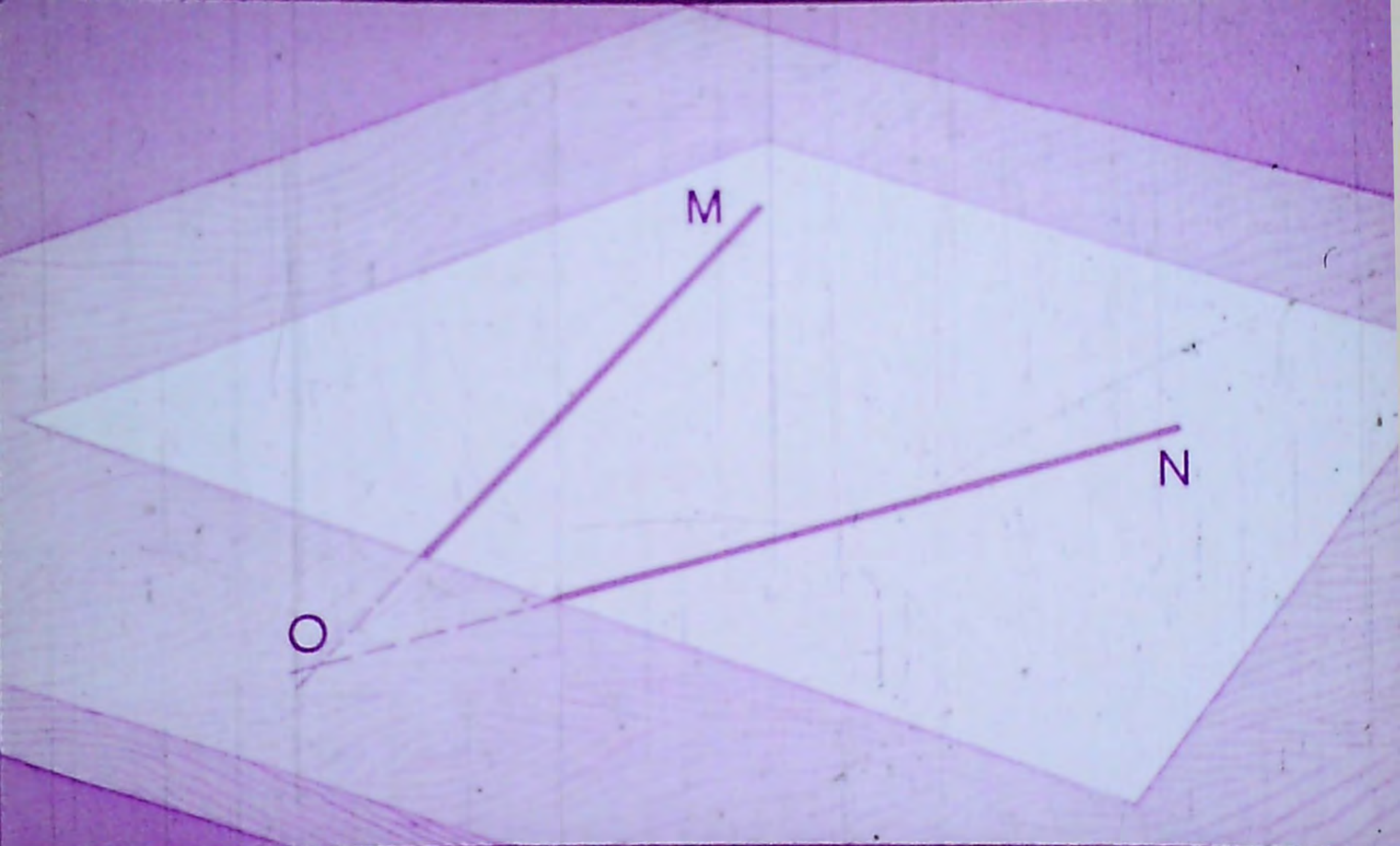


Построим четвёртую вершину квадрата, точку D.
$BD = BP = a\sqrt{3}$; $AD = a$.

ФРАГМЕНТ 3.

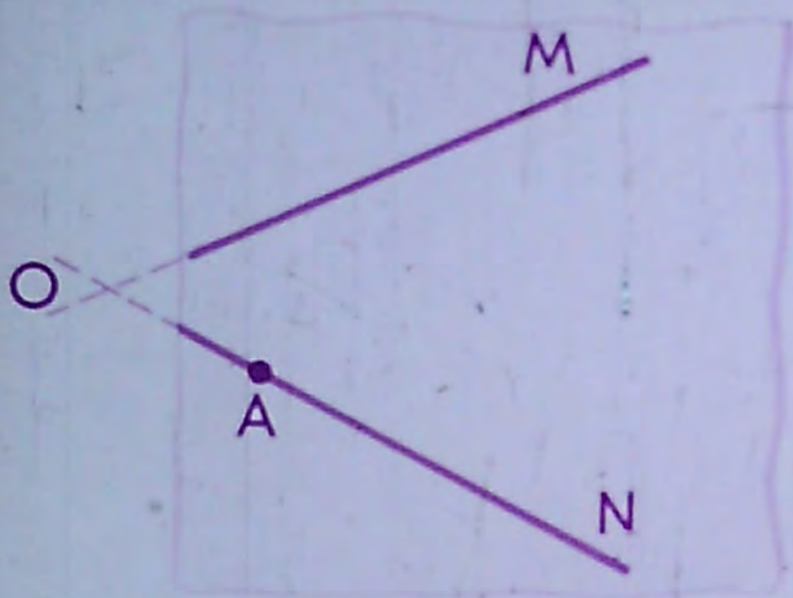
ПОСТРОЕНИЯ
НА ОГРАНИЧЕННЫХ ЧАСТЯХ ПЛОСКОСТИ

Рассмотрим несколько примеров, когда построения связаны не только с выбором инструментов, но и с наличием недоступных элементов (например, недоступных точек), а также с ограниченными частями плоскости (лист бумаги, часть плоской поверхности детали), на которых эти построения выполняются.

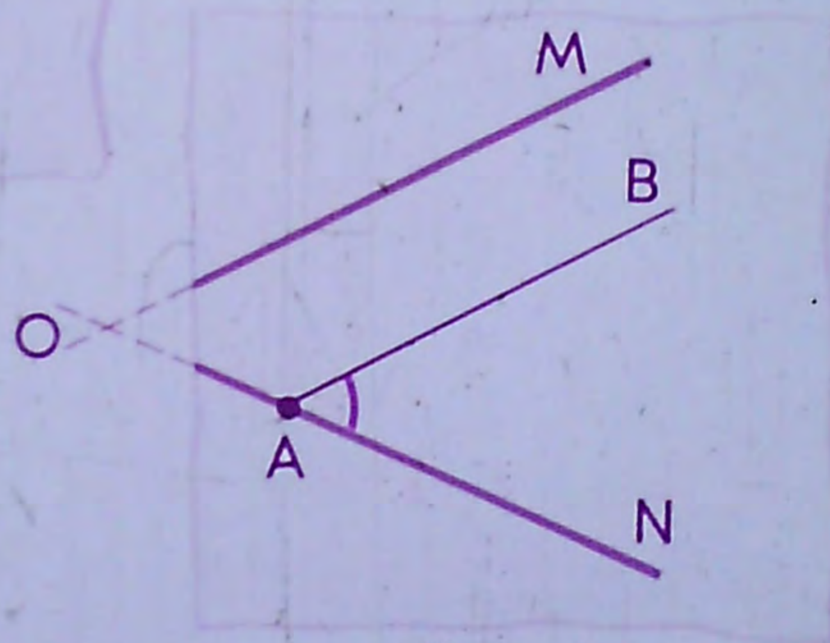


Задача 6. Определите величину угла, образованного прямыми OM и ON, точка пересечения которых, точка O, недоступна.

Способ I. На одной из прямых, например на прямой MN (черт. I), возьмём произвольную точку A. Проведём AB||OM (черт. 2). Измерим получившийся угол BAN.

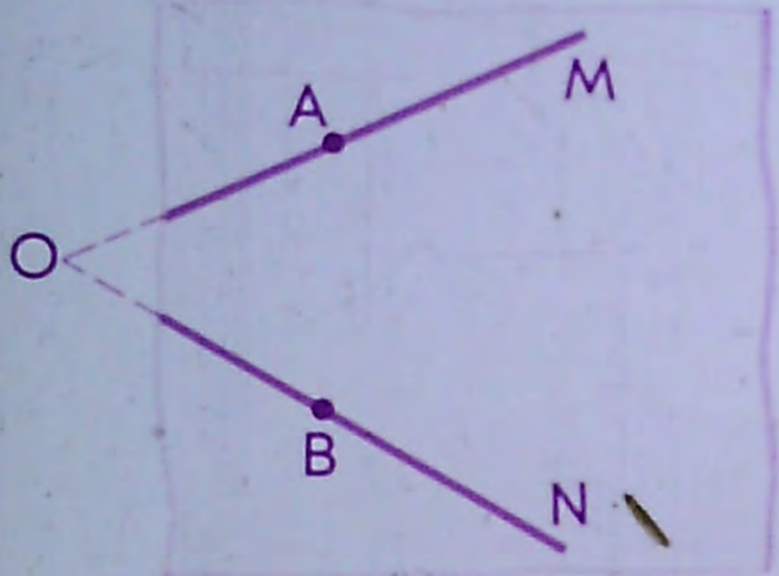


Черт. I

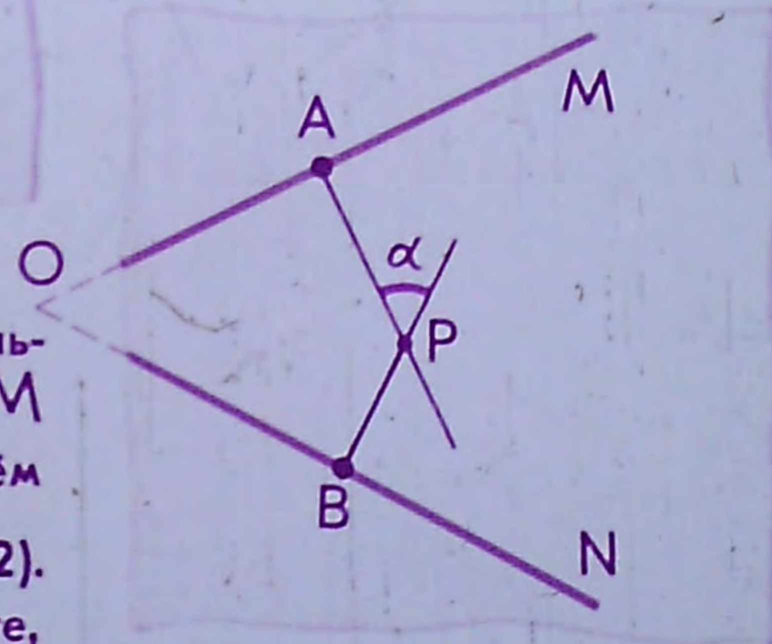


Черт. 2

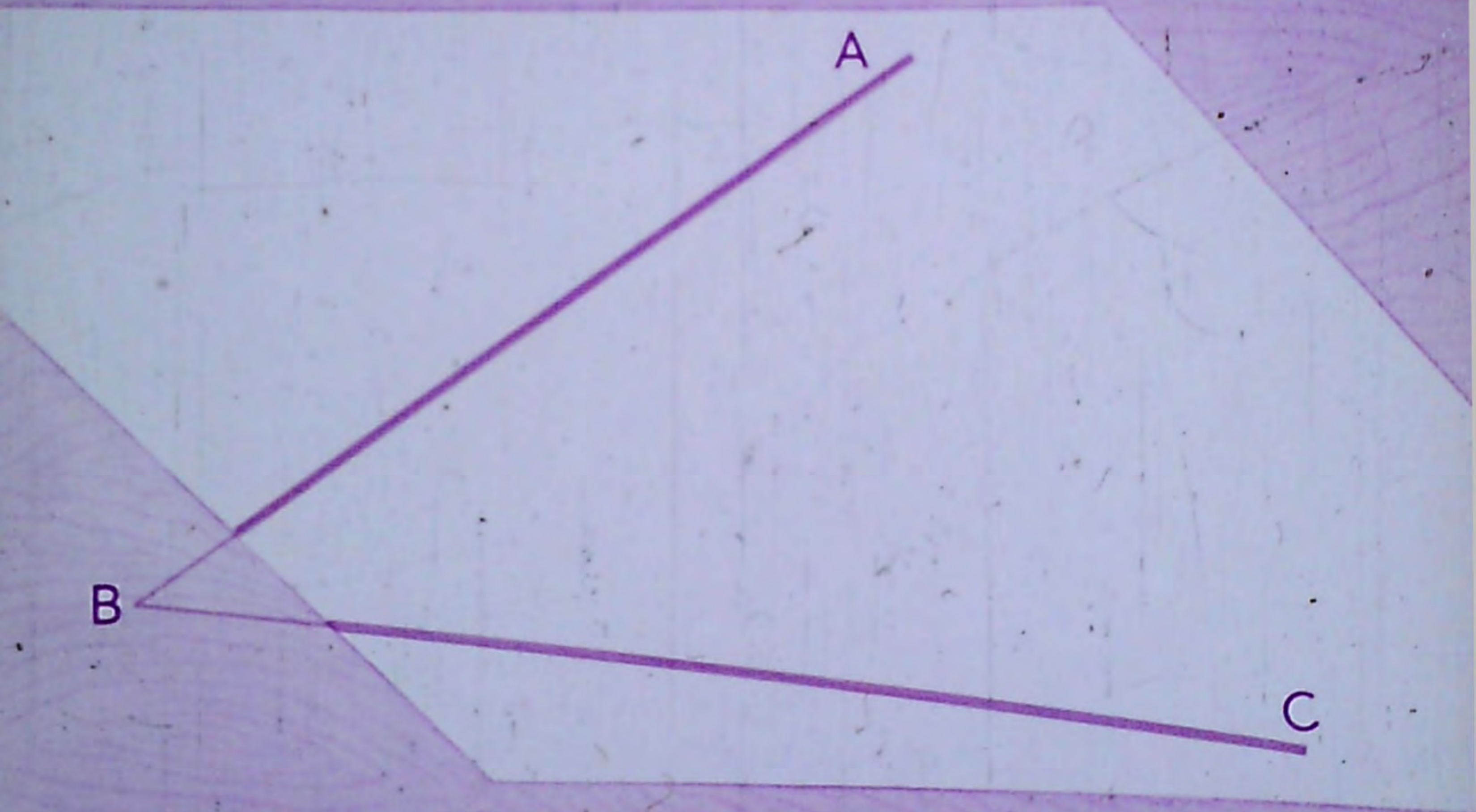
Черт. 1



Черт. 2

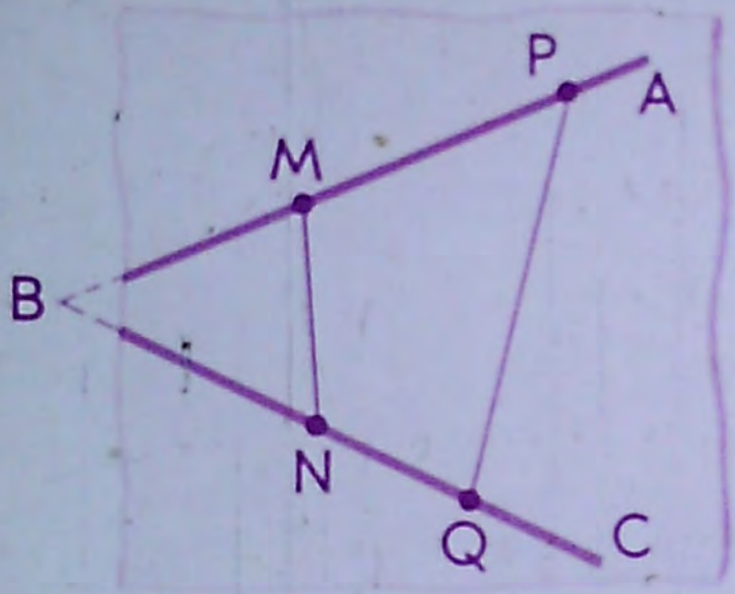


<u>Способ II.</u> A и B — произвольные точки на прямых OM и ON (черт 1). Проведём $AP \perp OM$ и $BP \perp ON$ (черт. 2). Измерим угол α. Докажите, что $\angle\alpha$ равен искомому.

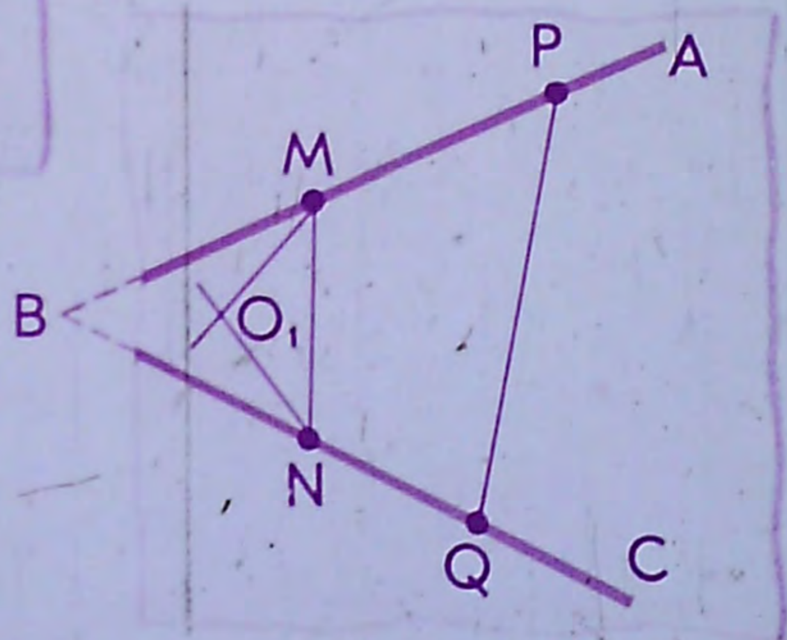


Задача 7. Разделите пополам угол, вершина которого недоступна.

Стороны угла пересечём двумя произвольными прямыми MN и PQ (черт. 1). Построим биссектрисы углов $\angle M$ и $\angle N$. O_1 — точка пересечения биссектрис (черт. 2).

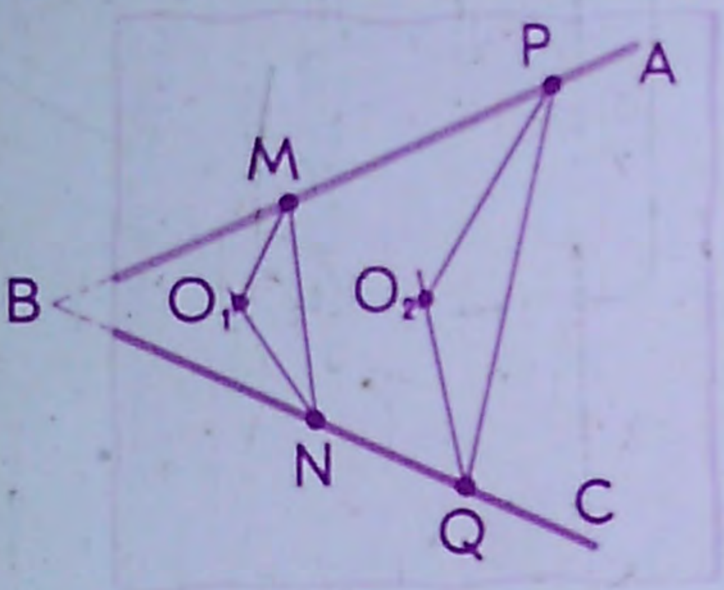


Черт. 1

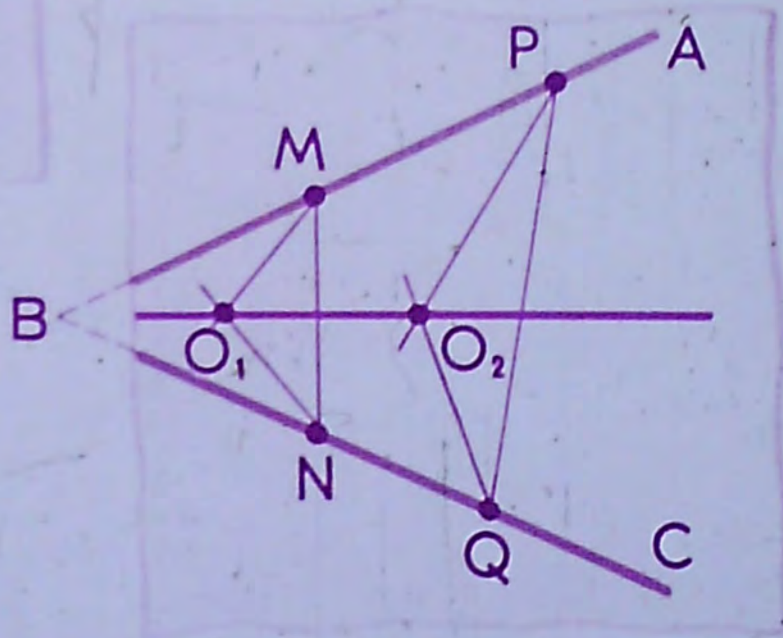


Черт. 2

Строим биссектрисы $\angle P$ и $\angle Q$ (черт. 1). O_2 — точка пересечения этих биссектрис. Докажите, что прямая O_1O_2 (черт. 2). является биссектрисой данного угла.



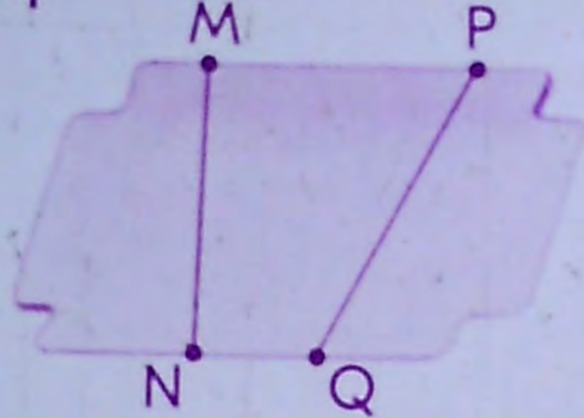
Черт. 1



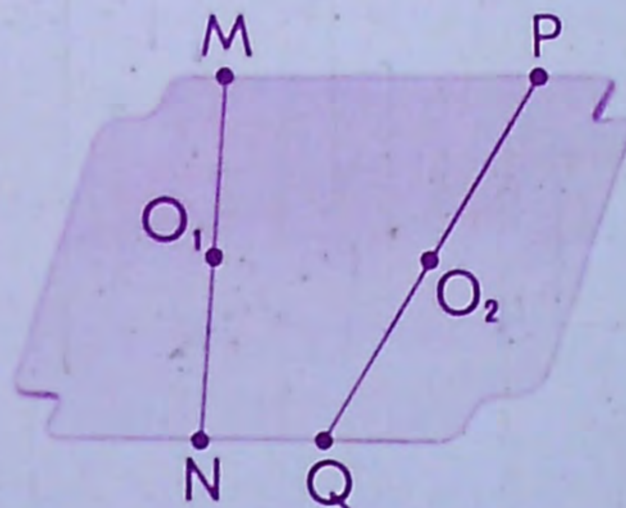
Черт. 2

Задача 8. Эта металлическая пластинка имела форму параллелограмма. У неё отломаны углы. Найдите центр пластинки (центр симметрии параллелограмма).

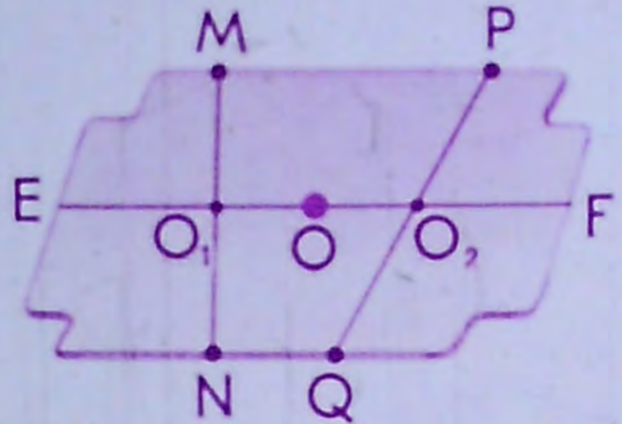
Черт. 1



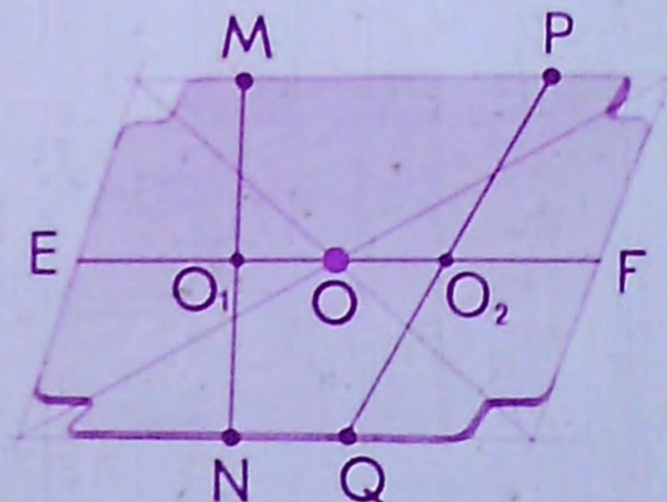
Черт. 2



Построим произвольно отрезки MN и PQ так, чтобы их концы находились на противоположных сторонах оставшейся части параллелограмма (черт. 1). Точка O_1—середина отрезка MN; O_2—середина отрезка PQ (черт. 2).



Проведём отрезок EF так, чтобы он проходил через точки O_1 и O_2. Точка O — середина отрезка EF (черт. I). Докажите, что точка O — центр симметрии параллелограмма (искомый центр пластинки).



КОНЕЦ

Диафильм по математике
для восьмилетней школы
сделан по заказу
Министерства просвещения РСФСР

Автор кандидат педагогических наук
А. Пышкало

Художник-оформитель В. Ермолаева

Редактор Л. Книжникова

Студия «Диафильм», 1972 г.
Москва, 101000, Старосадский пер., д. № 7
Д-217-72
Цветной 0-30